



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 7-8

Место проведения г. Ярославль
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов“ по математике для
наименование олимпиады
7-8 классов.

по математике для 7-8 классов
профиль олимпиады

Говзман Кирилл Денилович
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«13» апреля 2025 года

Подпись участника

Говз

Чистовик №1 Задача №3.

80 восемьдесят

Посмотрим на последнюю цифру степеней 8:

↙ цикл длины 4

n	0	1	2	3	4	5
$8^n \pmod{10}$	1	8	4	2	6	8 ...

↑
(предцикл)

$$2025 \pmod{4} = 1$$

$$\text{Значит, } 8^{2025} \pmod{10} = 8$$

Ответ: 8

Значит, чтобы понять посл. цифру числа 8^{2025} ,

надо узнать ост. $2025 \pmod{4}$.

Задача №2

1) Суперсча

счастливыми не могут

быть однозначные числа (натуральные),
двузначные счастливые выглядят

так $\overline{aa}$ ($a \geq 1, a \leq 9$). Если пред. тоже

счаст., то оно выглядит так: $\overline{a(a-1)}$,

ведь $a \geq 1$; если след., то:

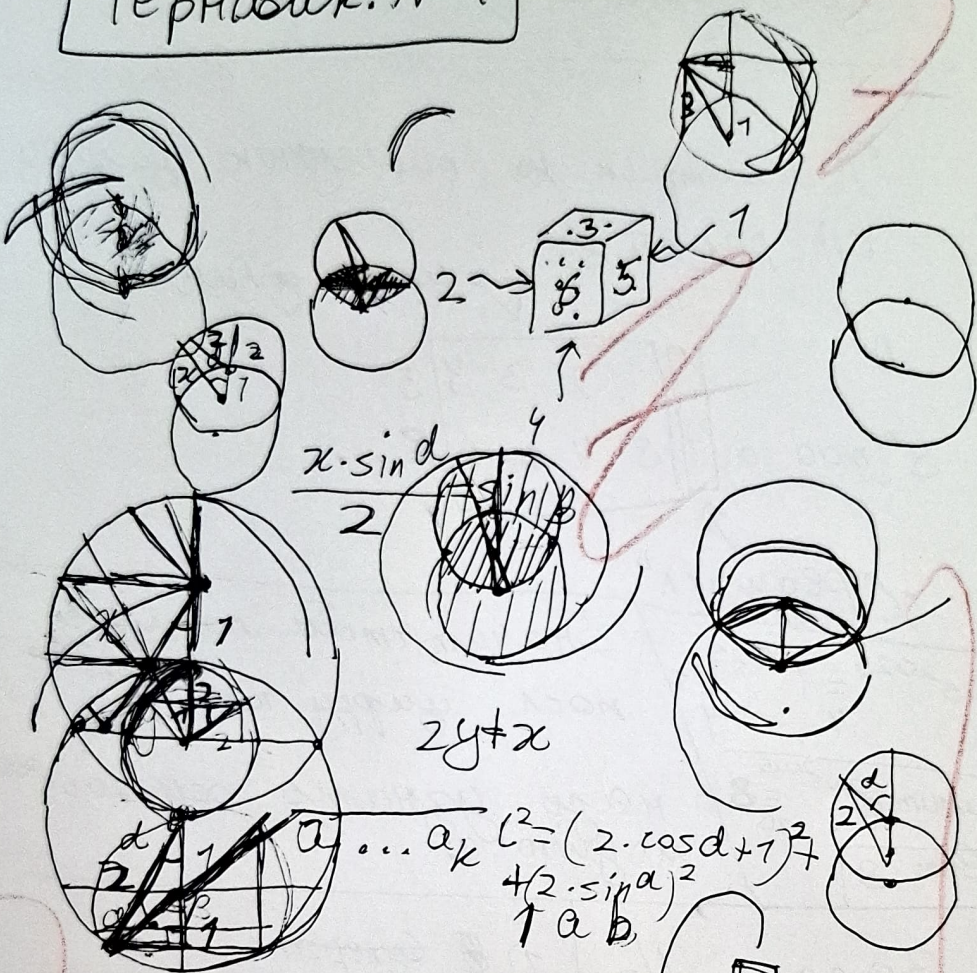
1) нет перехода через дес.: $\overline{aa+1}$ точно несчастливые

2) пер.: ~~$\overline{a+1}$~~ тогда $\boxed{a=9}$:

Значит, оно треззн.: $\overline{a \overline{b}}$. Заметим, что если счаст.,
то $(a+b+c):2$. Значит, всегда есть переход
через десяток у след., ведь иначе, $(a+b+c):2$.

См. чистовик №2.

Черновик. №1



$$\frac{x \cdot \sin d}{2}$$

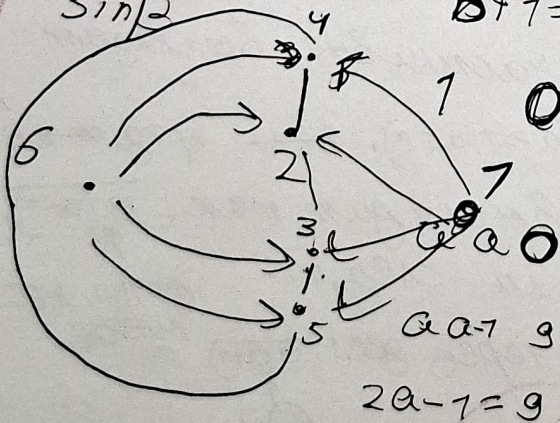
$$2y + x$$

$$a \dots a_k \quad l^2 = (2 \cdot \cos d + 1)^2 + 4(2 \cdot \sin d)^2$$

$$\frac{\sin d \cdot 2}{\sin d}$$

$$a + 1 = b$$

$$b + 1 = a$$

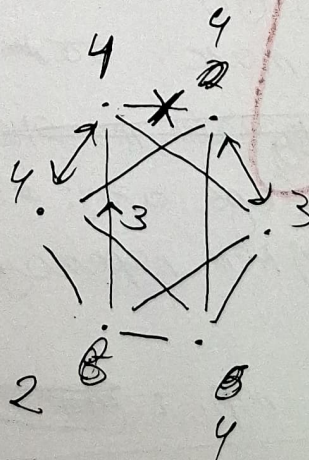


$$2a - 1 = 9$$

$$4 \cos^2 d + 4 \cos d + 4$$

$$+ 4 \sin^2 d =$$

$$= 5 + 4 \cos d = 4(1 + \cos d)$$



$$5 + 4 \cos d$$

Числовик № 2. | Задача №2 (продолж.)

Тогда, $c = 9$, и $a + b = c$, ~~так~~ ведь $a, b, c \leq 9$.

и: либо $\overline{ab9} \xrightarrow{\text{I}} \overline{a(b+1)0}$, либо

$\otimes \overline{ab9} \xrightarrow{\text{II}} \overline{(a+1)00} \leftarrow$ этот вариант не подходит, ведь $a+1 \geq 2$.

$\text{I} \cdot \{ \begin{array}{l} a+b=9 \\ a=b+1 \end{array}$

$\Downarrow$

$a=5$

$b=4$

$c=9$

$549 \rightarrow 550$

$\text{II} \cdot \otimes$

Т.к. мы смотрели с самых маленьких чисел, то суперсчастливые числа меньше не бывает

Ответ: 549

Задача №6.

Предположим, что $\lfloor n \rfloor < 45$:

гарантированно

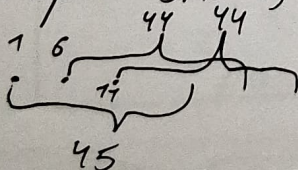
Тогда всего было

$\vee$ решено $20\lfloor n \rfloor + 1^* (< 901)$ задач. Но тогда,

каждую задачу могли решить по 9 или меньше раз и тогда, $\lfloor n \rfloor$ бы не подходило. 2) Контрпример:

Петя решил первые 45 задач, а все остальные $51+1 - 51+44$.

При этом, никто не решил ториз:



3) При $n=45$, итоговое 901 кол-во задач $\geq 20\lfloor n \rfloor + 1$.

Ответ: $n=45$

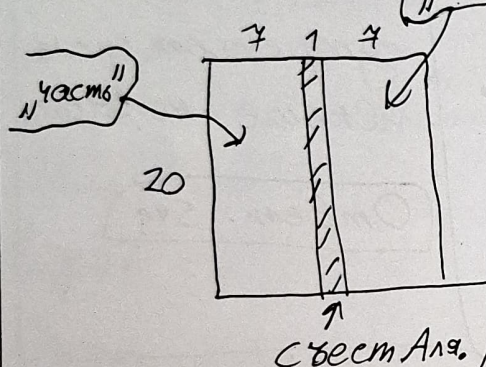
но Прич. Дирихле $\frac{901}{100} = 10$. ЧТО

Чистовик №3 | Задача №6.
(некоторые пояснения)

Петя решил 1-45 задачи,
все остальные $5i+7-5i+4^4$ ($i \geq 3, i \leq 19$).

При этом, если $5i+44 \geq 101$, то
человек решил $5i+7-100; 7-5i-56$.

Задача №1. Пусть Аля
сдает свой первый



хот так:

$$\frac{20 \cdot 15}{100} < 20 < \frac{20 \cdot 15}{70}$$

② Тогда игра
разбивается
на 2 одинаковые
игры 20×4 .

③ Теперь, Аля достаточно
пов симметрично повторять действия Вали.

А значит, то и проигрывает именно она,
ведь из 2 "частей" (4×20) пирога
будет сначала доедена Валией, а затем
вторая "часть" будет доедена Алей.

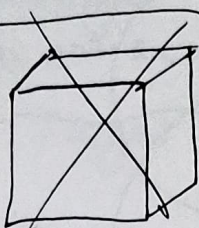
Ответ: Аля

Часть №4. Задача №5.

① Если в задаче имеется ввиду, что какое в прикинте наиб. число жуков, а не "гарантировано"; то

ответ: 14. ① Посмотрим на кубик

② $a + c = 7$; $b + d = 7$
 $e + f = 7$.



сверху:
изнутри. (см. рис.1)

Ответ: 14

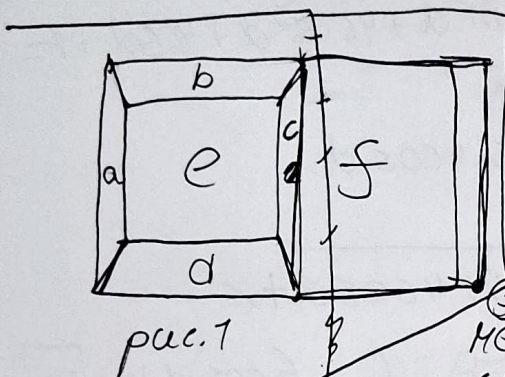


рис.1

На грань с e жуками
могут переползти только
жуки с граней с
 a , b , c и d жуками.

③ Значит, всего переползут
не более $a + b + c + d = (a + c) +$
 $+ (b + d) = 14$ жуков.

! Если "гарантировано", то $4: \frac{21}{6} - 4$
 ≥ 5 не может быть. по МД

Пример: ~~рис.2~~ в (рис.2 и 3)

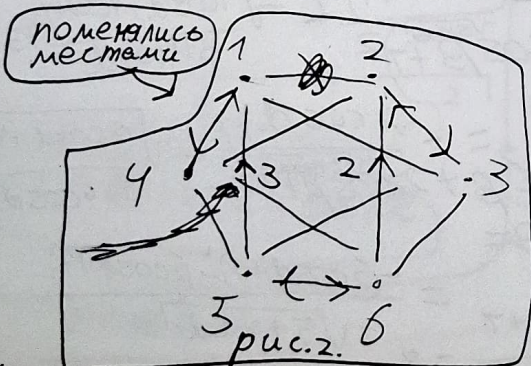


рис.2. 6

↑
прикинул
Дирихле

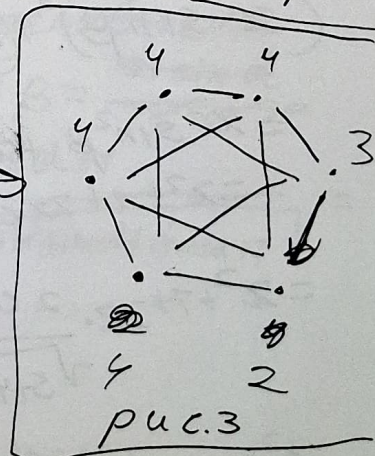


рис.3

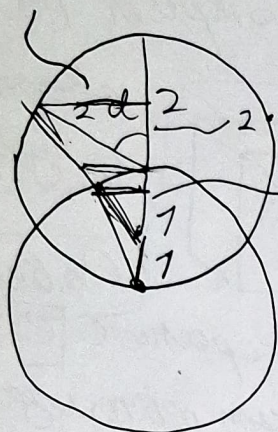
Ответ: 4

Черновик №2

$$2 + \cos d \leq \sqrt{5 + 4 \cos d}$$

$$4 + 4 \cos d + \cos^2 d \leq 5 + 4 \cos d$$

$$2 \sin d$$



$$\sqrt{5 + 4 \cos d} \leq 4$$

$$2 \cos d + 1$$

$$4 \sin^2 d + 4 \cos^2 d + 4 \cos d + 1 =$$

$$\cos \beta = \frac{2 \cos d + 1}{\sqrt{5 + 4 \cos d}} = 5 + 4 \cos d$$

$$\sqrt{5 + 4 \cos d}$$

$$\sqrt{5 + 4 \cos d} + x =$$

$$x \cdot \sin \beta = -\sqrt{5 + 4 \cos d} + 3 \quad \frac{b}{2} = \frac{(2 \cos d + 1) \sqrt{5 + 4 \cos d}}{5 + 4 \cos d}$$

$$x \cdot \cos \beta = y$$

$$ac = -3$$

$$\frac{(y+1)}{2} =$$

$$x = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{D}{4}} =$$

$$(x \cdot \sin \beta)^2 + (x \cdot \cos \beta + 1)^2 = -\frac{(2 \cos d + 1)}{\sqrt{5 + 4 \cos d}} \pm \sqrt{\frac{4 \cos^2 d + 4 \cos d + 1}{5 + 4 \cos d}} + 3 =$$

$$= x^2 \sin^2 \beta + x^2 \cos^2 \beta + 2x \cos \beta + 1 = -\frac{2 \cos d + 1}{\sqrt{5 + 4 \cos d}} + \sqrt{\frac{(2 \cos d + 1)^2}{5 + 4 \cos d}} + 3 =$$

$$= x^2 + 1 + 2x \cos \beta$$

$$= x^2 + 1 + 2x \cdot \frac{2 \cos d + 1}{\sqrt{5 + 4 \cos d}} = \frac{-(2 \cos d + 1)^2 - (2 \cos d + 1)}{\sqrt{5 + 4 \cos d}} = 4$$

$$x^2 + 2x \cdot \frac{2 \cos d + 1}{5 + 4 \cos d} \cdot \sqrt{5 + 4 \cos d} = 3$$

