

61-26-41-12
(162.18)



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 7-8

Место проведения г. Краснодар
город

вышел в 13:43
вернулся в 13:45
+1 ЛИСТ

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов ~~по математике~~
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Гуменюка Федора Павловича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«13» апреля 2025 года

Подпись участника

Гуменюка

75 (семьдесят пять) Числовик

№3

~~Заметим, что последняя цифра числа 8^n~~

Заметим $f(x)$ - последняя цифра числа x , тогда $f(8^n) = f(f(8^{n-1}) \cdot 8)$.
 Рассмотрим последние цифры степеней 8 .

$$f(8^1) = 8$$

$$f(8^2) = 4$$

$$f(8^3) = 2$$

$$f(8^4) = 6$$

$$f(8^5) = 8 \neq f(8^1)$$

Заметим, что т.к. $f(8^5) = f(8^1)$, то далее последние цифры степеней 8 будут увеличиваться по циклу:
 $8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 6 \rightarrow 8$ и т.д.

~~Заметим, если степень 8 даёт 1 при делении на 4, то~~
~~1 при делении на 4~~

~~Заметим, последняя цифра $f(8^n)$~~

Заметим,

$$f(8^n) = 8, \text{ если } n \bmod 4 \equiv 1 \bmod 4$$

$$f(8^n) = 4, \text{ если } n \bmod 4 \equiv 2 \bmod 4$$

$$f(8^n) = 2, \text{ если } n \bmod 4 \equiv 3 \bmod 4$$

$$f(8^n) = 6, \text{ если } n \equiv 4.$$

Итак.

$$\text{Найдём } 2025^{2025} \bmod 4.$$

Запомним 2025 на протяжении

$$2025 = 5^2 \cdot 3^4.$$

Значит

$$2025^{2025} = 5^{4050} \cdot 3^{8100}$$

$$\text{Найдём } 5^{4050} \bmod 4.$$

$$5 \bmod 4 \equiv 1 \bmod 4 \Rightarrow 5^{4050} \bmod 4 \equiv 1^{4050} \bmod 4 \equiv 1 \bmod 4$$

$$\text{Найдём } 3^{8100} \bmod 4.$$

$$3^{8100} = 9^{4050} \Rightarrow$$

$$3^{8100} \bmod 4 \equiv 9^{4050} \bmod 4$$

$$9 \bmod 4 \equiv 1 \bmod 4 \Rightarrow 9^{4050} \bmod 4 \equiv 1^{4050} \bmod 4 \equiv 1 \bmod 4$$

Значит

$$3^{8100} \bmod 4 \equiv 1 \bmod 4$$

$$\text{Итак найдем } 2025^{2025} \bmod 4$$

$$2025^{2025} \bmod 4 = (3^{8100} \bmod 4, 5^{4050} \bmod 4) \bmod 4 \equiv$$

$$1 \bmod 4$$

$$\text{Итак } 2025^{2025} = 5^{4050} \cdot 3^{8100}, \text{ и } 5^{4050} \bmod 4 \equiv 1 \bmod 4, 3^{8100} \equiv 1 \bmod 4, \text{ то } 2025^{2025} \bmod 4 \equiv 1 \bmod 4. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8^{2025^{2025}}$$
 имеет последнюю цифру 8.

Ответ: 8

~~Заметим~~

ⁿ⁺²

Заметим, что в любой члн ряда
числа суммы всех цифр четна, т.е.
~~мы~~ ~~не~~ эти цифры можно разбить
на две группы (равным числом)
~~то~~ ~~тогда~~ тогда все нечетные
числа заканчиваются на 9.
Докажем это.

Пусть есть суперчисло
числа, ~~то~~ заканчивающееся на 9,
и суммы всех цифр n .

$n \div 2$, т.е. ~~получается~~ ~~то~~ т.е. x - ~~состоит~~
все.

Тогда в следующем чле, $x+1$,
сумма цифр будет равна $n+1$, (т.е.
 x ~~и~~ заканчивается на 9 $\Rightarrow$ не может
быть перехода через десяток)

т.е. $x+1$ тоже должно быть
~~тогда~~ члн ряда, то $n+1 \div 2$.

~~Заметим~~ Заметим, что $n \div 2$ и $n+1 \div 2$, это
невозможно. Получили
противоречие $\Rightarrow$ все нечетные
числа заканчиваются
на 9.

Заметим, что сумма всех цифр
нечетного члена ≥ 18 , т.е.
сумма цифр ≥ 1 из группы не
на 9.

~~Заметим~~

За
реш.

~~Завучем ком-составившем справку~~

~~Купил 3-х записок с картинками
и 1 разгадку на две
улитки такими орудиями:~~

121
9

121
100

~~Взрывы~~

A large, stylized, handwritten letter 'Z' in blue ink on a textured, light-colored paper. The letter is formed by three main strokes: a top horizontal line, a diagonal line from top-right to bottom-left, and a bottom horizontal line. The ink is a vibrant blue, and the paper has a visible fibrous texture. The 'Z' is positioned in the lower right quadrant of the page.

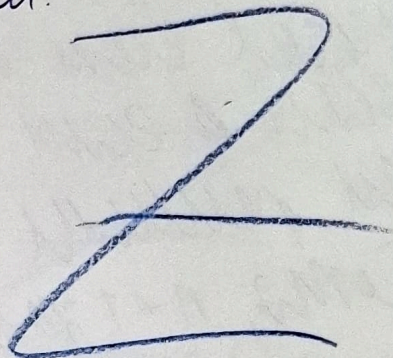
читовик

61-26-41-12

(162.18)

Каждое 3-х значное число $\overline{abc}$
можно разбить на 2 группы
(равной суммой цифр)
иными словами:

- | | |
|---|--|
| 1) $\begin{matrix} 121 \\ 9 \end{matrix}$ | $\begin{matrix} 221 \\ a+b \end{matrix}$ |
| 2) 9×9 | 8 |
| 3) 9×8 | a |



Заметим, что второй способ
невозможен, т.к. $a \geq 1 \Rightarrow 9+a \geq 10 > 8$.

Первый способ возможен лишь
если $8=0$ (иначе $9+8 \geq 10 > 9$), то
тогда $a \geq 9 \Rightarrow \text{число} > 900$.

Значит, 3-х значные суперсчастливые трех-
значные числа < 900 разбиваются
на группы следующим образом:

$\begin{matrix} 121 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 221 \\ a+b \end{matrix}$
--	--

Заметим, что числа, которые
можно разбить таким образом
в порядке возрастания

189 - не суперсчастливые т.к. 190 не счастливы

279 - не суперсчастливые т.к. 280 не счастливы

369 - не суперсчастливые т.к. 370 не счастливы

459 - не суперсчастливые т.к. 460 не счастливы

549 - суперсчастливые, т.к. 550 - счастливы

Значит наименьшее суперсчастливое число
это 549. Ответ: 549

Читайте.

~~Допустим, что для каждого~~
~~решения есть одна~~

минимальное кол-во задач,
 решенное всеми участниками,
 и если все, кроме

Петри решили n задач,
 и Петя, $n+1$ задачу (он не мог
 решить n задач, т.к. он решил
 больше). Тогда миним-
 альное кол-во задач,
 решенное всеми участниками, это

$$20n+1.$$

в общем

Допустим же найдется задача,
 решенная хотя бы половиной класса.
 Тогда минимальное кол-во
 задач, решенных всеми участниками
 в общем равно $4 \cdot 100 = 400$. Тогда

$$20n+1 \leq 400$$

$$20n \leq 399$$

$$n \leq 44 \frac{19}{20}$$

т.к. n - натуральное

$$n \leq 44.$$

значит при $n \leq 44$ найдется
 хотя одна задача, решенная хотя
 бы половиной класса.

ответ: $n = 45$

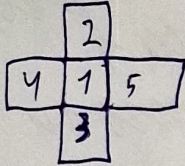
7

Шитовик

N 5

Ответ: 14.

Ташитрими борну ил факет кудики.
 Одазнатим еѳ номери 1 (рис 1)



Заметим, что на грань 1
 можем перенести только
 только (граней 2, 3, 4, 5; (рис 1).
 Давайте заметим, что ~~целая~~
~~грань~~ 2 4 3 - противоположные,
 4 4 и 5 - противоположные.

значит целая грань на грань
 2 4 3 грани 7, 4 целая грань
 на гранях 4 4 5 грани 7.

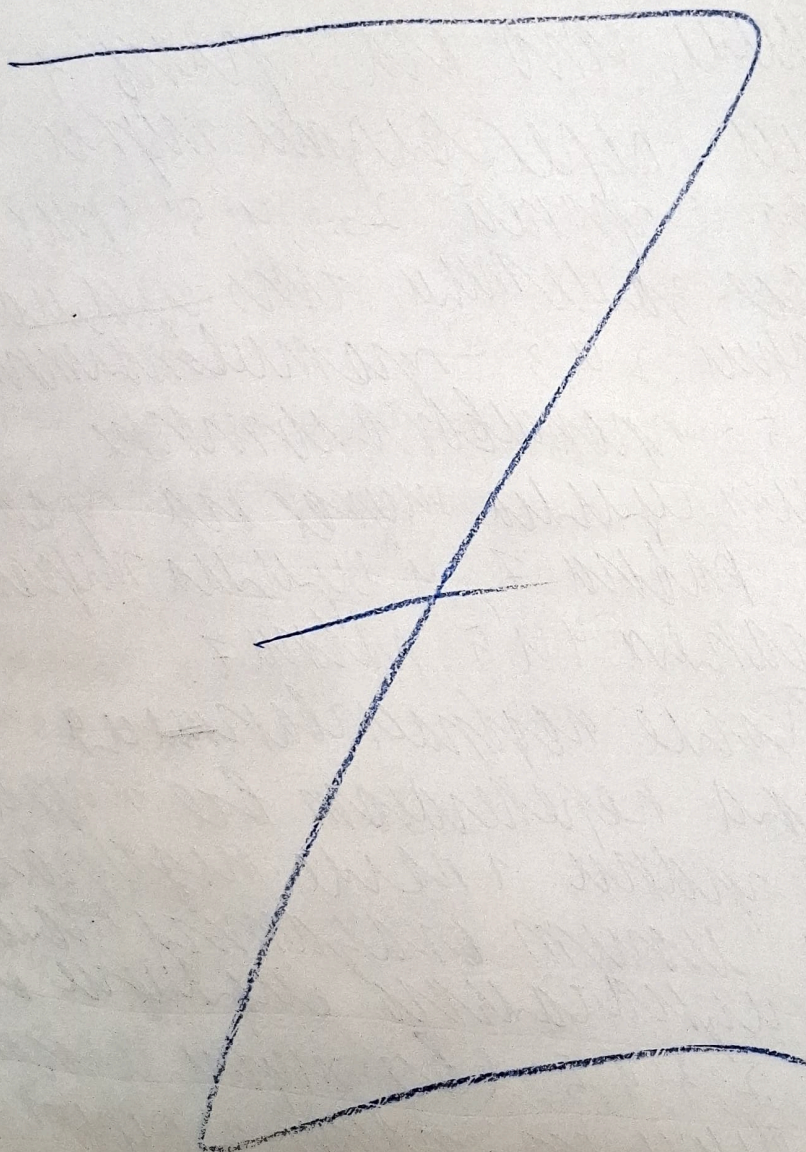
~~Даже~~ Даже перерабатывающая
 кудики перекладывают все грани $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ на грани 1 даже перераба-
 тывая могут оказаться только
 грани, изначально сходящиеся на
 грань 2, 3, 4, 5; (все грани, и особенно
 по сходящимся на грани 1 перекладыва-
 на грани даже перерабатывающая).
 целая количество граней, изначально сходя-

Титовик

числ на трапеции $2, 3, 4, 5, 1 = 7 \cdot 2 = 14$.

Значит на грани 1 можно после
подбора сделать ≤ 14 точек.

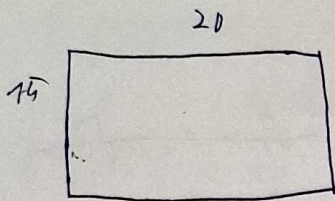
Значит наибольшее кол-во точек,
которые могут оказаться на 1
грани после подбора равно 14.
Ответ: 14.



число

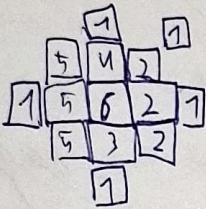
1 2 3 4 5 6 7

~~1 2 3 4 5 6 7~~



2

x x+1 2 5 5+1 4 2 или



$$\begin{array}{r} 8 = 8 \quad 1 \\ 8 \cdot 8 = 64 \quad 2 \\ 4 \cdot 8 = 32 \quad 3 \\ 2 \cdot 8 = 16 \quad 4 \\ 8 \cdot 8 = 64 \quad 5 \\ 8 \cdot 8 = 64 \quad 6 \end{array}$$

~~8~~
mod 5

$1025 \bmod 5 = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ делится на 5

$$\begin{array}{r} 405 \overline{) 5} \\ 40 \quad 5 \\ \hline 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1025 \overline{) 5} \\ 10 \quad 25 \\ \hline 5 \end{array}$$

1	2	3	4	5	6	7	8
8	4	2	6	8	4	2	6
1	2	3	0	7	2	3	0

$$2025^{2025} \bmod 4 =$$

$$5 \bmod 4 = 1$$

$$\begin{array}{r} 5^2 \cdot 111 \cdot 4 = 4^2 = 16 \\ 5^{4050} \bmod 4 = 1 \end{array}$$

$$2025^{2025} \bmod 4$$

$$\begin{array}{r} 2025 \overline{) 5} \\ 405 \quad 5 \\ 81 \quad 3 \\ 27 \quad 3 \\ 3 \quad 3 \\ 1 \quad 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 2025 &= 5^2 \cdot 3^4 \Rightarrow \\ 2025^{2025} &= 5^{4050} \cdot 3^{8100} \\ &\bmod 4 = ? \end{aligned}$$

$$3 \bmod 4 = 3$$

$$3^2 \bmod 4 = 9$$

$$3^2 \bmod 4 = 9 \bmod 4 =$$

$$= 1 \bmod 4$$

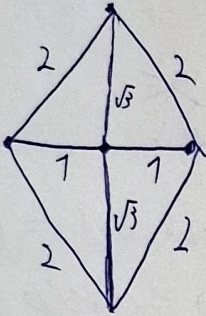
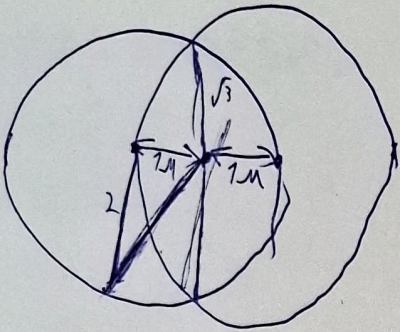
$$3^{8100} = 9^{4050}$$

$$9^{4050} \bmod 4 = 1 \bmod 4$$

$$(5^{4050} \cdot 9^{4050}) \bmod 4 = 1^{8100} \bmod 4 = 1 \bmod 4 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ делится на 8.

Чертежи



$$\sqrt{3} \rightarrow 1 \rightarrow \sqrt{3} \rightarrow 5$$

$$2\sqrt{3} \cdot 2 = 4\sqrt{3} \text{ правы}$$

$$2 \cdot 2 + 3 = 5 \text{ правы}$$

$$2\sqrt{3} \text{ правы}$$

$$5 \text{ правы}$$

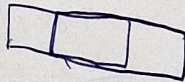
$$20 \cdot 7 \cdot 100 \text{ зад}$$

$$4 - \text{мин}$$

$$m \cdot n > b$$

$$0.01 > 0$$

они не поров



$$201 \times 7 - \text{мин}$$

допустимым

$$700 \cdot 4 - \text{макс}$$

$$20m + 7 < 900$$

$$20m < 899$$

$$m < 74.9$$

$$\begin{array}{r} 899 \overline{) 2} \\ \underline{8} \\ 9 \\ \underline{8} \\ 19 \\ \underline{18} \\ 1 \end{array}$$

переклад иры 10 елты

$$\dots 9$$

$$\geq 99$$

$$789$$

$$279$$

$$369$$

$$459$$

$$549$$

$$790$$

$$280$$

$$370$$

$$460$$

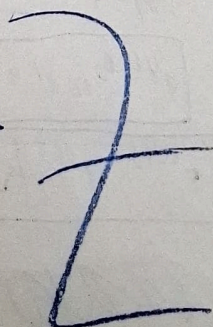
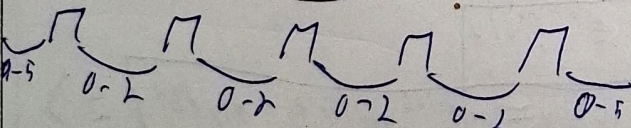
$$550$$

$$7 \times 9 \times 9 =$$

$$78 + 5 = 23$$

$$5 + 44 = 23$$

$$5 + 8 + 9 = 22$$



Термевек

Экономический

10.9 - мдк

$$20n + 1 \leq 90$$

$$20n \leq 89$$

$$n \leq 44,5$$

$$n \leq 44$$

$$\begin{array}{r} 99 \overline{) 20} \\ 18 \\ \hline 20 \\ 18 \\ \hline 2 \end{array}$$

2

$$9-100 = 900$$

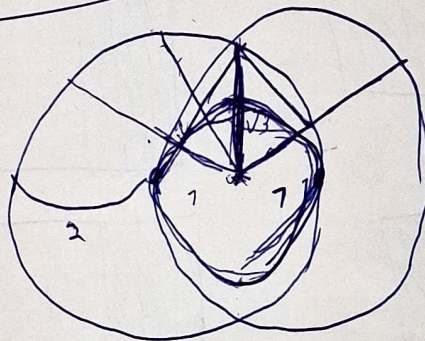
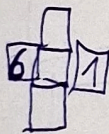
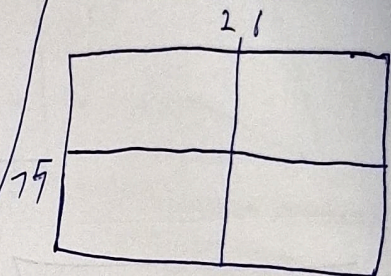
$$20n + 1 < 900$$

$$20n < 899$$

$$n < 44 \frac{9}{20}$$

$$n < 44$$

$$\begin{array}{r} 899 \overline{) 20} \\ 80 \\ \hline 99 \\ 80 \\ \hline 19 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 20 \\ 19 \overline{) 0} \\ 0 \\ \hline 300 \end{array}$$

$$73 < 30$$

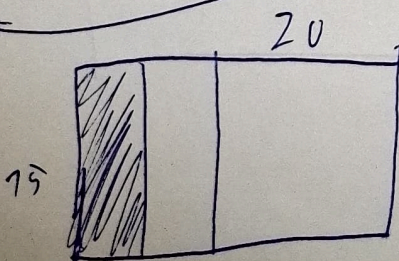
$$1) 2 + 2 = 4$$

$$2) 2\sqrt{3} < 4$$

$$72 < 76$$

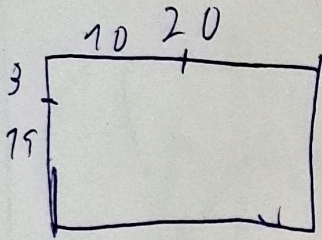
Еще более жадно 7, мд

мд -

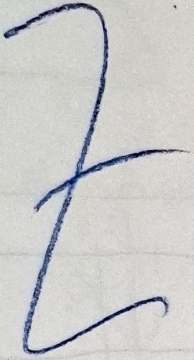
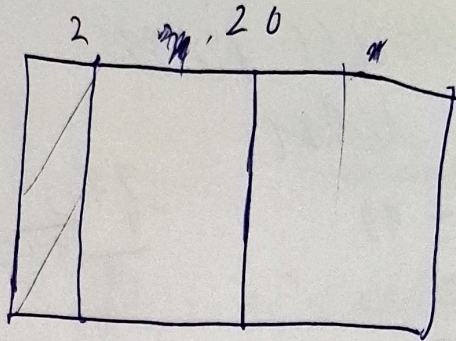


2

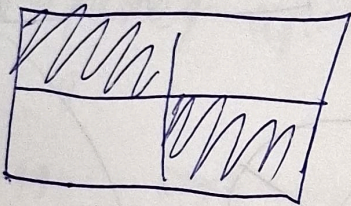
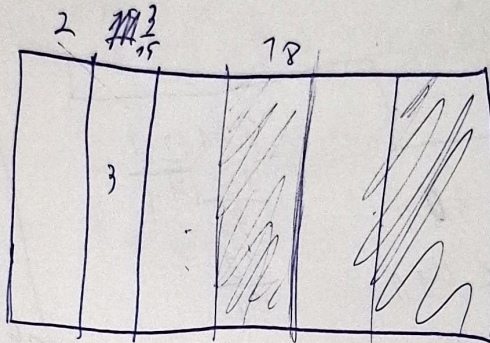
Черновик



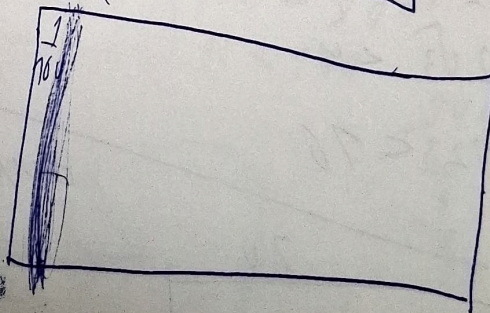
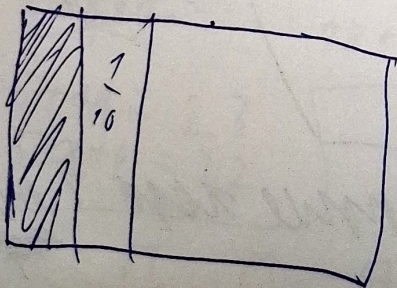
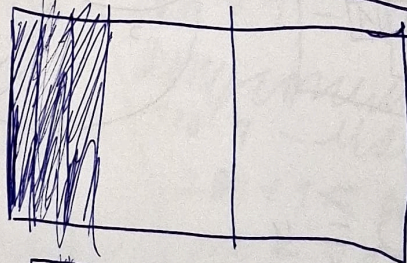
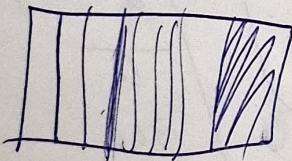
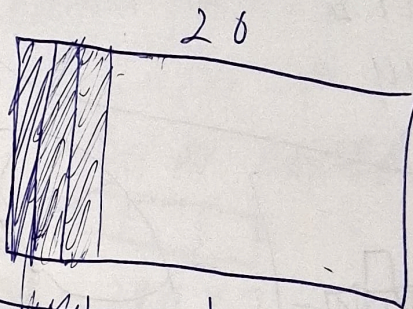
75



75



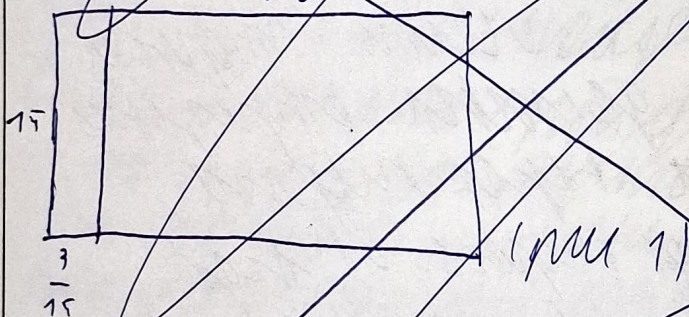
75



В Титовск

При правильной игре выигрывает
Аня. Заметим, что если после
хода Ани всегда будет оставаться
такое же кол-во чурочек
а после хода Вани - четное,
то выигрывает Аня (Ваня Ваня
не может взять последний чурок,
т.к. тогда останется 0 чурочек -
такое кол-во)

Первым ходом Аня должна
отрезать чурок размером $\frac{3}{15} \times 15$
(рис 1) 20



7

Заметим, что этот ход будет
равен первому $\frac{1}{100}$ ходу

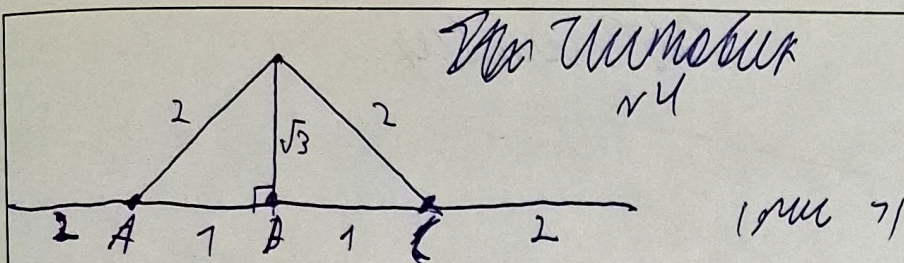
Первым разрезом канцелярского
ножа Аня должна отрезать
чурок равный первому одной сеткой
ходу. Разрез делаем ~~на~~ параллельно

Читовски

~~стороне, из крайнего и верхней
для ширины 15 см. Отмерили
разрез для узкого отрезка
произвольный кусок,
который можно взять за
1 ход ($\approx \frac{1}{10}$ ширины) и есть его.~~

~~Читовски~~

~~17~~
~~Этим же разрезом~~ ~~для узкого отрезка~~
Первый разрез для отрезка
хода для узкого отрезка
куска ширины, который может
произвольный ~~есть~~. Вторым
разрезом для узкого отрезка
~~произвольный~~ кусок ширины,
равный $\frac{1}{100}$ ~~для~~ ширины. Тогда
разрезы будут всегда будут
параллельными разрезам для, т.е.
можно разрезать кусок равный
 $\frac{1}{100}$ ~~для~~ ширины. ~~Значит, что~~
~~при такой ширине после хода~~
~~они все-таки кусок будет~~
~~нет~~



ЖИ ЖОВ НА РИ 7, М. А - первая
помощка, М. В - вторичная помощь,
М. В - сора.

Заметим, что если коза
пойдет вверх ^{или вниз}, то она пройдет
путь $\sqrt{3}$ м, ^{по т. Пифагора} на котором растет
трава еще выше, и ~~она~~ она
попадёт ~~на~~ туда, где трава
не растёт. Она съест столько травы, сколько
съела бы, пройдя на $\sqrt{3}$ метрах ^{одной стороной}
Если же коза пойдет влево или
вправо, то она пройдет 1 метр
по траве двойной густоты и 2 м.
по траве ~~одной~~ ^{одной} густоты,
она съест столько травы, сколько
съела бы, пройдя по 4 м траве
одной густоты.

Грабмунд $2\sqrt{3}$ 4 4

$$(2\sqrt{3})^2 = 12 < 16 = 4^2 \Rightarrow 2\sqrt{3} < 4 \Rightarrow \text{roza}$$

дытра пойти направо или влево, и
пойти 3 м.

