

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 5-6 класс

Место проведения Москва 1-й корпус
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Девченко Дарья Михайловна
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

« 13 » 04. 2025 года

Подпись участника

Д

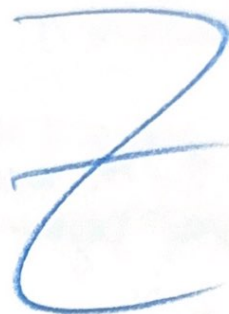
Чистовик.

Дима

(Кс)

1. Мы знаем расстояние между каждой ребёнком и улей.
Перед нами количество ступенек между каждой из детей
и первым этажом.

- 1) $60 - 8 = 52$ (ступ.) - Антону
- 2) $90 - 8 = 82$ (ступ.) - Боре
- 3) $112 - 8 = 104$ (ступ.) - Вале
- 4) $151 - 8 = 143$ (ступ.) - Теме
- 5) $164 - 8 = 156$ (ступ.) - Диме. (соседи)



2. Мы знаем, что между каждой из этажей в доме есть количество ступенек. Значит мы можем найти общее количество

всех чисел вычислив на них ранее выписанные.

$\begin{array}{r l} 52 & 2 \\ 26 & 2 \\ \hline 13 & 13 \\ \hline 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 91 & 7 \\ 13 & 13 \\ \hline 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 104 & 2 \\ 52 & 2 \\ \hline 26 & 2 \\ \hline 13 & 13 \\ \hline 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 143 & 11 \\ 13 & 13 \\ \hline 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 156 & 2 \\ 78 & 2 \\ \hline 39 & 3 \\ \hline 13 & 13 \\ \hline 1 & 1 \end{array}$
---	--	---	--	---

3. Общее количество этих чисел 13 и 1. Но количество ступенек между каждой из этажей (соседи) > 1 .
Значит количество ступенек между этажами (соседи) 13.

4. Теперь узнаем на каком этаже кто живёт.

$$\frac{52}{13} + 1 = 5 \text{ (этаж) - Антон} \quad \frac{91}{13} + 1 = 8 \text{ (этаж) - Боря}$$

$$\frac{104}{13} + 1 = 9 \text{ (этаж) - Валя} \quad \frac{143}{13} + 1 = 12 \text{ (этаж) - Тёма}$$

$$\frac{156}{13} + 1 = 13 \text{ (этаж) - Дима. (Делителю ступенек на 13, мы узнаём количество этажей между этажами, отчитываясь)$$

1, мы знаем это).

Ответ: Антон на 5; Боря на 8; Вася на 9; Геня на 12;
Даша на 13.

н 2.

1) У нас число не может быть однозначным, т.к. из одной цифры двузначное не составить не можем.

2) Предположим, что у нас двузначное число $\overline{xy}$ — наименьшее суперсчастливые. Тогда $\overline{xy}+1$ тоже счастливые.

• Если перехода через десяток нет. В двузначном числе

$\overline{xy}$, x должен равняться y . $x=y$. Но при переходе через десяток нет, то $x \neq y+1$. Противоречие.

• Если переход есть. За исключением 99 (оно не суперсчастливые, т.к. 100 не счастливые) во всех других случаях $\overline{xy}+1 = \overline{(x+1)0}$.

Значит $y=9$. Но тогда $x+1=0$. Противоречие.

3) Значит наименьшие суперсчастливые число будет $m\overline{xy}$. Число $m\overline{xy}$ четное (чтобы число можно было разбить на две группы). Если перехода через десяток нет, то $m\overline{x(y+1)}$ число четное нечетное. Значит переход через десяток есть. $m\overline{xy}$; $m\overline{(x+1)0}$ Значит $y=10-1=9$. Тогда наше число было наименьшим $m+x=9$. Тут тогда $m=x+1$. Значит $m=5$, а $x=4$.

Проверка: ^{читаем}
 $549 \quad 5+4=9; \quad 550 \quad 5+0=5.$

Ответ: 549 — наименьшее натуральное число.
 и т.д.

Пусть Паша должен перепечатать x листов.

Посчитай, сколько листов ^{добавится} на тарелку
 за $6 \cdot 5 - 2 \cdot x$ минут.

За $60x$ минут Паша перепечатает $60x - x = 60$ листов.

За $60x$ минут мама перепечатает $60x : 6 = 10x$ листов.

За $60x$ минут бабушка перепечатает $60x : 5 = 12x$ листов.

А за $60x$ минут Паша съест $60x : 4 = 15x$ листов.

Вместе за $60x$ минут на тарелку ~~останется~~ добавится

$$60 + 10x + 12x - 15x = 60 + 7x \text{ листов.}$$

Найдём за сколько минут в среднем появляется лист.

$$\frac{60x}{(60 + 7x)} = 5 \text{ (по условию). Значит:}$$

$$60x = 5(60 + 7x);$$

$$60x = 300 + 35x;$$

$$25x = 300; \quad (\text{минут на 1 лист})$$

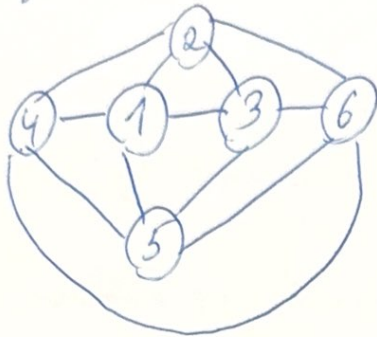
$$x = 12 \text{ (листов в минуту) — перепечатает Паша.}$$

$$\text{А за час он перепечатает } 60 : 12 = 5 \text{ листов.}$$

Ответ: 5 листов в час перепечатывает.

№5.

Нарисуем граф кубика. Тебры (буквы) соседние грани, а число на точке означает количество жуков.



~~Наибольшее количество жуков~~

Наибольшее количество жуков окажется, если как можно больше жуков окажется на одной грани.

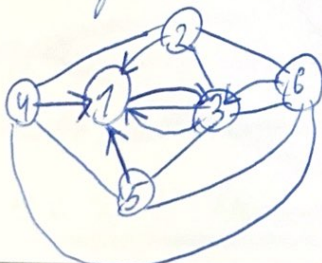
$$\text{Всего жуков } 1+2+3+4+5+6=21.$$

Мы выбрали грани, где сидит x жуков. Когда подбросим кубик эти x жуков ушли с этой грани. А также на эту грань за один переход ~~не смогут~~ не смогут попасть жуки, которые сидят на противоположной грани x . Их $21-x$. Значит на грани x после подбрасывания будет не более чем $21-(x+7-x)=14$ жуков.

Докажем, что такой вариант возможен.

Пусть $x=1$. Все жуки с граней 4, 2, 5, 3 перешли на грань 1, а жуки с граней 1, 6 перешли на грань 3.

Получим что на грани 1 сидит $4+2+5+3=14$ жуков.



Ответ: 14 жуков.

З

нз,

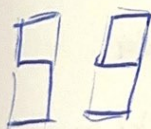
Рассмотрим на секунду первую цифру.  Она может быть либо 0, либо 1, либо 2. Прочём каждую из этих цифр не занимая все 7 полочек. Значит нам нужны хотя бы 2 различные цифры среди часов, чтобы все 7 полочек были проверены. Единственный вариант для 2 цифр это 0 и 2. .

Значит у нас есть переход через сутки. Вторая цифра, которая будет идти в последнюю секунду дня, это 2. В первую секунду нового дня вторая цифра будет 0.



Мы только проверили все полочки.

Теперь рассмотрим на минуте. Наибольшее число минут может быть 59, а наименьшее 00. При этом при переходе через сутки в какой-то момент минуты покажут



, а в следующий . При этом для

этот переход проверяется все полочки у минут.

Так как секунды устроены также как и минуты, то ~~тоже~~ при переходе через сутки, они будут показывать тоже, что и минуты.

Значит самая быстрая проверка:

22 : 55 : 55



22 : 22 : 22



И длится она 1 секунду. Быстрее быть не может.

Ответ: надо сесть в 23:59:59 и подождать 1 секунду 1 час.

N 6.

Пусть Андрей приехал на остановку, а потом через x минут ($x < 8$; потому что автобус ходит каждые 8 минут). Тогда на остановке Б он окажется за $10 + x + 5 = 15 + x$ минут после выхода.

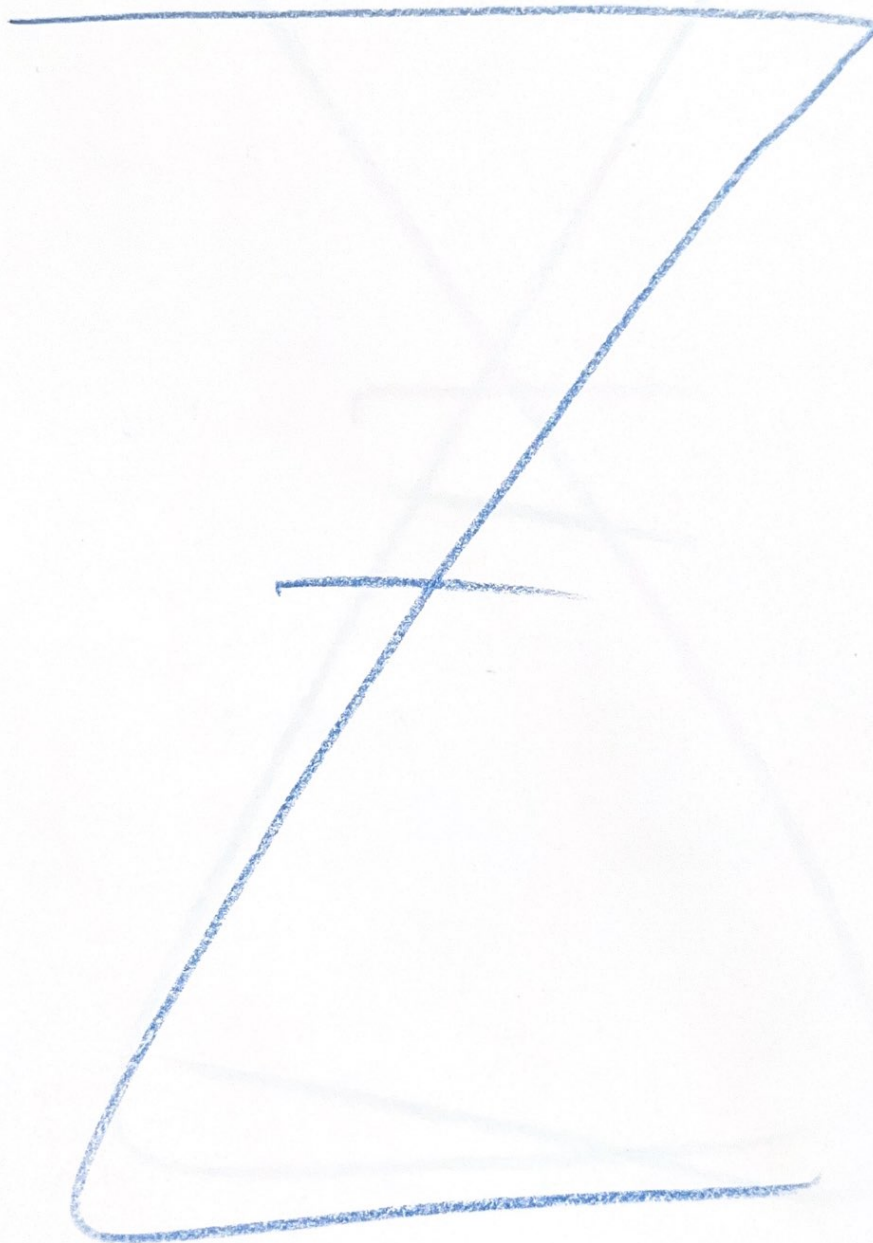
Теперь посмотрим на Боря. На остановку он приехал за 23 минуты. Известно, что $23 - (15 + x)$ минут после выхода на остановку Б был автобус.

Значит Боре осталось подождать $8 - (8 - x) = x$ минут. Значит Боря на остановке Б на автобусе был после $23 + x$ минут после выхода из дома.

Это мы $23 + x - (15 + x) = 8$ минут раньше, чем у Андрея.

Получается Андрей пришел за 6 минут до начала урока, а Борис на 8 минут позже Андрея, т.е. Борис опоздал на $8 - 6 = 2$ минуты.

Ответ: Борис опоздал на 2 минуты.



перевик.

$$24-5=19 \cdot 5=14$$

$$23+1=24$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 33 \\ \hline \end{array}$$

10

$$10+4=14$$

$$22-6$$

5

30

12

$$10+6+5=21$$

$$10+X$$

$$22-10-X$$

12

$$15+X$$

$$10+X+5=15+X$$

6

$$8-6=2$$

$$23-15-X$$

$$8-X$$

$$23+X$$

$$23+X$$

2

7

8

22

$$10+2=12$$

$$13+5$$

23

23

$$17+5=22$$

$$15+X \leq 23$$

$$17+5=22$$

23

$$8-X \quad 8-(8-X)=X$$

$$X+5$$

$$X+3$$

22

$$X-3$$

29

$$23+X-3=20+X$$

22

$$22+X$$

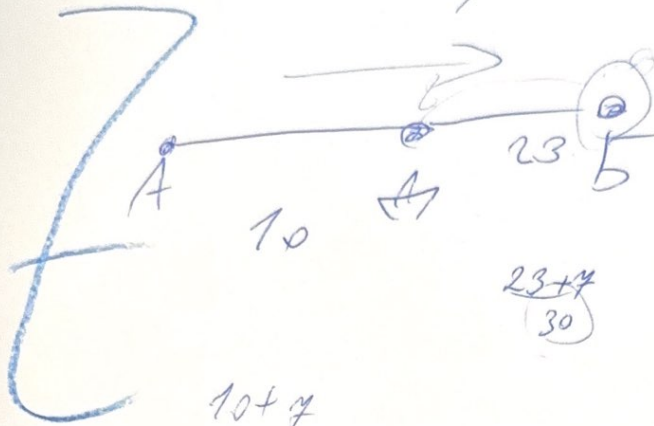
23

$$23 \quad X-1$$

$$15+X$$

5

черновик.



$$23 \div 8 = (7)$$

$$10 \div 8 = (2)$$

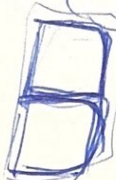
$$(7) - 5 = (2)$$

$$10 + 7 = 17$$

$$17 - 5 = 12$$

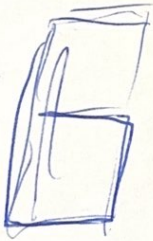


0 1 2

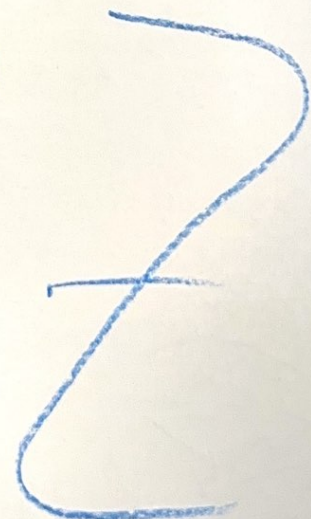


$$23 : 59 : 50$$

$$00 : 00 : 50$$



1 секунда.



Черешков $23+x$ $15+x$

$$60/8 = 7 \text{ (4)}$$

$$60/8 = 10 \quad 23-15 = 8 \rightarrow 8 \times$$

$$10 + 12 + 8, \text{ } \cancel{99} =$$

$$\frac{12}{60} = \frac{1}{5}$$



2

33 13

$12 + 5 =$

12-22

13

23

56 81 104 143

~~56 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7~~ ~~81 = 3 \cdot 3 \cdot 3~~ $704 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 73$

$$52 \overline{) 91} = 13.7$$

$$143 = 13 \cdot 11$$

$$5 + 10 + 12 = 27$$

— (8)
— 5

15. 7

$$6.0x = 300 + 35x$$

$$x = 20$$

$$\begin{array}{r} 300 \overline{) 25} \\ \underline{25} \\ 50 \end{array}$$

fx

x^{y+1}

22, 23, 24

$$21 - 7 = 14$$

540 550

$$m \times 9 \quad m(x+1) \quad 0$$

$$6 \cdot 5 \cdot 2 = 60$$

10 $m = x + 1 \Rightarrow m = 5$

12

564

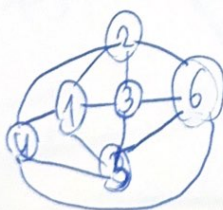
$$\frac{60\%}{2} = 30\%$$

$$X = 6.5 \cdot 2$$

7-3-2 15

$$\begin{array}{r} 22^2 \\ - 15 \\ \hline \end{array}$$

20



60X

60

$$\begin{array}{r} 6 + 3 + 1 + 4 = 10x \\ \quad \quad \quad - 14 \end{array}$$

15x

$$22x - 752 = 7x$$

$$3-15 + 4+2 = 14$$

$$\frac{60x}{(60+7x)} = 5$$