

0 202396 220004
20-23-96-22
(158.11)



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 4-8

Место проведения город Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Ломоносов"
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Мелушенкова Федора Алексеевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«13» апреля 2025 года

Подпись участника

Мелушенков

Черновик

75 семьдесят пять

$a \equiv 1 \pmod{4}$ $a \equiv 2 \pmod{4}$ $a \equiv 3 \pmod{4}$ $a \equiv 0 \pmod{4}$

$8 \Rightarrow 4 \Rightarrow 2 \Rightarrow 6$

$$\begin{array}{r} 2025 \overline{) 4} \\ \underline{20} \\ 025 \\ \underline{24} \\ 1 \end{array}$$

$1 \text{ км} \cdot x + 2 \text{ км} \cdot y = 1 \text{ км} \cdot (x + 2y) =$

189 190

279 280

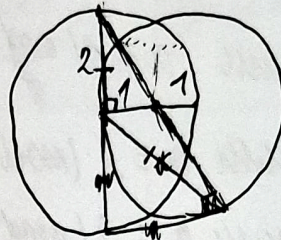
$\frac{1}{16} = 90 \text{ км}^2$

369 370

$\frac{1}{100} = 9 \text{ км}^2$

459 460

549 550



$2 < \sqrt{5} < 3$

$20n + 7$

$9 \cdot 100 = 900$

Все n

$n: 11$

цел. ч. - $n = 10$

$2^5 \cdot 3 \cdot 5^2$

"средний" разряд ≤ 2

2 2n - км-во вариантов

55	81	4 вар.	16 вар.	4 вар.	8 вар.	9 вар.	10 вар.
1 вар.	16 вар.	16 вар.	16 вар.	16 вар.	16 вар.	16 вар.	16 вар.

$2^4 = 16$

4 1 1 1

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

$4 \cdot 4 = 16$

2 1 1 1

1 1 1 1

числовик

3. Заметим, что последняя цифра числа 8^a зависит от a по следующему образцу:

8, если $a \equiv 1 \pmod{4}$	$8 \cdot 8 = 64$
4, если $a \equiv 2 \pmod{4}$	$4 \cdot 8 = 32$
2, если $a \equiv 3 \pmod{4}$	$2 \cdot 8 = 16$
6, если $a \equiv 0 \pmod{4}$	$6 \cdot 8 = 48$

Заметим, что $2025 \equiv 1 \pmod{4}$.

П. к. остаток произведения равен произведению остатков, $2025^{2025} \equiv 1^{2025} \equiv 1 \pmod{4}$

Если 2025^{2025} представить как a , то можно доказать то, что последняя цифра числа

$$8^{2025^{2025}} = 8$$

Ответ: 8

2.

Заметим, что у всех натуральных чисел четная сумма цифр, и если число не оканчивается на 9, то оно не может быть υπερчислом, т. к. если у него сумма цифр 2a, то у следующего $2a+1$, что не кратно двум. Значит все υπερчисла оканчиваются на 9.

Заметим, что чтобы представить число в двоично-
~~матричном~~ ^{матричном} виде, требуется записать ~~число~~ ^{число} ~~данный~~
данный на ~~11~~ ~~двоично~~, т.к. ~~одна~~ ^{одна} из его цифр
0, значит 2 другие цифры будут равны.

Разделить все вычисления:

220 → 219, REM.

330 → 329, не М.

440 → 439, ne M.

950 → 549, cm.

Найдено ~~то~~ сверхъестественное
много много доказано,
что ~~мысли не имеют~~ мысли
быть не могут.

Ответ: 949

5. Рассматривая произвольную грань и помня, какое ~~мат.~~ количество ~~мат.~~ ка-во ~~мат.~~ нужн ~~мат.~~ нам на ней оказыва.

Заметим, что на эту грань могут попасть все
пять граней тех, что примыкают к ней на этой гра-
ни и тем, что примыкают к ней, противополож-
ной нам грани. Пять граней 4 не зависят
от рассматриваемой грани. Пять граней, которые
нам лишь равно $1+2+3+4+5+6-4=14$
ответ: 14

Пример очевидно следует из леммы

Problem: 14

2

читовик

6.

Дан ~~много~~ задан, решенных ~~их~~ учениками в сумме, равно $20n+1$, т.е. каждый ~~их~~ решил n задач, но ~~каждый~~ должен решить хотя бы $n+1$ задачу.

Заметим, что если $n \leq 44$, то ученики могут решить задачи так, чтобы ни одна задача не была решена ^{полностью} половиной класса: первый решает задачи с номерами от 1 до n , второй — от $n+1$ до $2n$, и т.д. (далее этой ученик продолжает — ~~он~~ решает, начиная с первой). Т.е. $2n+1 \leq 900$, то никакая задача не будет решена 10 раз.

А при $n \geq 45$ хотя бы одна задача будет решена хотя бы 10 раз по принципу Дирихле ($20 \cdot 45 + 1 = 901$). Тогда наименьшее $n \geq 45$ — 45 Ответ: 45

4.

Для решения закодируем последовательности числами, каждая цифра которого — кол-во подряд идущих пальцев одной руки. Например, 3124 —

это ПППППППППП или же ППППППППП.

Тогда у числа, кодирующего такую последовательность, должны быть следующие свойства:

сумма цифр $n = 10$ (всего 10 пальцев); $n \leq 11$ (затопоренная сумма цифр равно 0, но если кол-во пальцев на одной руке одна палец); "средние" разряды ≤ 2 (по усл. задачи); ^{в числе нет нулей.}

3

2-й экз. 4. 1-й экземпляр (55)

Теперь: $\frac{2}{x+2b}$ и разложить в ряд упрощений:

$$\begin{cases} a+1+2+b=10 \\ a-1+2-b=0 \end{cases}$$

$\begin{cases} a+1+2+b=10 \\ a-1+2-b=0 \end{cases}$ Она решается ед. образом: $a=1; b=4$

Поэтому кол-во выписанных равно кол-ву выписанных
для сред. разр: $1 \cdot 2 = 4$

6- змн. м.: ~~Плох~~ ~~мне~~, ~~но~~ ~~и~~ 4-змн. м.: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

4-знач. ч.: здесь 2-й, 4-ый и 6-ой разряды в сумме дают 5 (цел. ч. 10 и запятая перен. цифр 0). Т.е. н. при записывании только 1-ый и 2-ой, среди этих разрядов 2 двойки и 1-я единица, всего 3 переносов. Остальные разряды тоже записываются только единицами и двойками (если есть тройка, то есть и 0 по правилу округления), тогда одна 2-ка и 3 единицы, 4 переносов, итого $4 \cdot 3 = 12$

Митовик.

8-знач. ч.: в числе только единицы и двойки (см. выше),
в 1-ом, 3-ем, 5-ом и 7-ом разрядах двойки и 7 единиц,
и переставки, в остальных так же, $4 \cdot 4 = 16$

9-знач. ч.: в несл. разр. все единицы, в чет. разр.
двойки и 3 единицы, всего 4 варианта.

10-знач. ч.: (вариант (все единицы)).

$$\text{Итого переставок } 2(1 + 4 + 16 + 12 + 16 + 4 + 1) =$$

$$= 2 \cdot 54 = 108$$

Ответ: 108.

1.

Первоим пороском ~~для~~ отрезает и съедает
кусочек величиной $\frac{1}{100}$ от пирога, а дальше, если
Ваня ест $\frac{1}{100}$ пирога, ~~то~~ ^{то} для $\frac{11}{100}$ - 9 пирога.
Таким образом, через ~~то~~ 19 поросков пирога не останется
и а для поедит.

4.

Ответ: вертикально вверх, она имеет 4 пути.

(1 путь — это право, съеденная за 1 м ходов по трубе,
потому что поворачивать из одной поворота).