



+1 лист Школы

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 11 класс

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Журавлева Константина Олеговича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«13» 04 2025 года

Подпись участника

Числовик 65 (итоговый лист)

Андреев

$$\sqrt{3+\sqrt{8}} - \sqrt{3-\sqrt{8}} = \frac{3+\sqrt{8} - 3+\sqrt{8}}{\sqrt{3+\sqrt{8}} + \sqrt{3-\sqrt{8}}} = \frac{2\sqrt{8}}{\sqrt{3+\sqrt{8}} + \sqrt{3-\sqrt{8}}}$$

$$= \frac{\sqrt{3+\sqrt{8}} (\sqrt{3+\sqrt{8}} - \sqrt{3-\sqrt{8}})}{\sqrt{3+\sqrt{8}}} =$$

$$= \frac{3+\sqrt{8} - \sqrt{9-8}}{\sqrt{3+\sqrt{8}}} = \frac{3+\sqrt{8} - 1}{\sqrt{3+\sqrt{8}}} =$$

$$= \frac{2+\sqrt{8}}{\sqrt{3+\sqrt{8}}} = (2+\sqrt{8})/\sqrt{3+\sqrt{8}}$$

$$|2x-3| + |x-3| + 2-x = A$$

$$x-2 \leq 0, x \leq 2$$

$$(2+\sqrt{8})^2 = 4 + 4\sqrt{8} + 8 = 2(7+5\sqrt{2})/\sqrt{2} = \cancel{2(7+5\sqrt{2})/\sqrt{2}}$$

$$2 \cdot \sqrt{(3-\sqrt{8})/(6+4\sqrt{2})} =$$

$$= 2 \sqrt{2(3-2\sqrt{2})/(3+2\sqrt{2})} = 2 \sqrt{2(9-8)} = 2\sqrt{2}$$

гиставик

№1.

$$\sqrt{4x^2 - 12x + 9} + \sqrt{x^2 - 6x + 9} + \left(\sqrt{-(x-2)} \right)^2 = \sqrt{3+\sqrt{8}} - \sqrt{3-\sqrt{8}}$$

$\parallel$ $\parallel$ $\parallel$
 $|2x-3|$ $|x-3|$ $2-x$

или $x \leq 2$

$$\frac{|\sqrt{3+\sqrt{8}} - \sqrt{3-\sqrt{8}}|}{\sqrt{3+\sqrt{8}}} = \frac{3+\sqrt{8} - \sqrt{9-8}}{\sqrt{3+\sqrt{8}}} = \frac{3+\sqrt{8}-1}{\sqrt{3+\sqrt{8}}} =$$

$$= \frac{2+2\sqrt{2}}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}} = 2(1+\sqrt{2})/\sqrt{3+2\sqrt{2}} = 2 \cdot \sqrt{(1+\sqrt{2})^2/(3+2\sqrt{2})} =$$

$$= 2 \cdot \sqrt{(3+2\sqrt{2})/(3+2\sqrt{2})} = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |2x-3| + |x-3| + 2-x = 2 \\ \text{или } x \leq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |2x-3| + |x-3| = x \\ x \leq 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq 2 \\ |2x-3| + |x-3| = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0, x \leq 2 \\ |2x-3| + 3-x = x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 0, x \leq 2 \\ |2x-3| = 2x-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in [0; 2] \\ \begin{cases} 2x-3 = 2x-3, \\ 2x-3 \geq 0, \\ 2x-3 = -2x+3 \\ 2x-3 \leq 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \in [0; 2] \\ \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ x \geq \frac{3}{2} \\ 4x = 6 \\ x \leq \frac{3}{2} \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in [0; 2] \\ x \geq \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow x \in [\frac{3}{2}; 2]$$

Ответ: $x \in [\frac{3}{2}; 2]$

черновик

$$3^{5-\frac{1}{x}} \geq a + \sin 4x, \quad x > 0, a > 0$$

$$3^{\frac{5x-1}{2}} \geq a + \sin 4x$$

$$3^{5-\frac{1}{x} + \sin 4x} \geq a$$

$$\leq 3^5 \leq 1$$

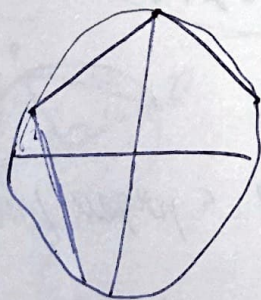
$$f(x) = 3^{5-\frac{1}{x} + \sin 4x}$$

$$\leq 243 \leq 1$$

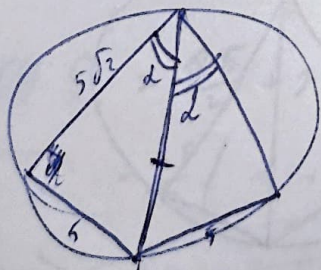
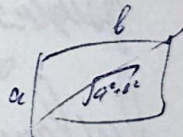
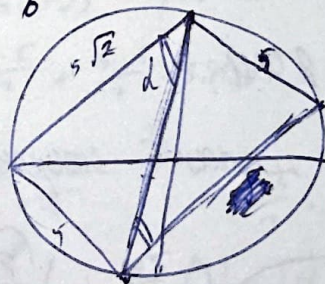
$$\Rightarrow f(x) < 244 \quad \forall x > 0$$

$$4x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}, \quad \text{при } k \rightarrow \infty,$$

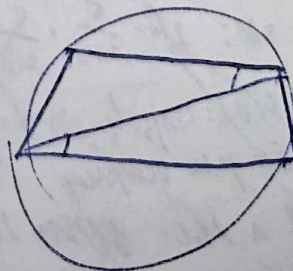
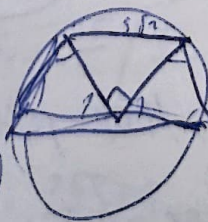
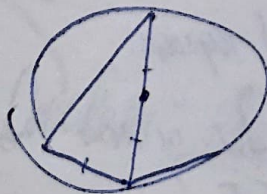
$$x \rightarrow \infty$$



$$d = \frac{\pi}{6}$$



$$10 = 2R = \frac{5}{\sin d} \Rightarrow \sin d = \frac{1}{2}$$



Чистовик

22.

$$3. \quad \frac{1}{x} \geq a + \sin x \quad , \quad x > 0$$

$f(x) = 3^{5 - \frac{1}{x}} + (-\sin 4^x)$
 $\rightarrow 3^5 \leq 3^{5 - \frac{1}{x}} \leq 3^5$ (as $x \rightarrow \infty$)
 ≤ 1

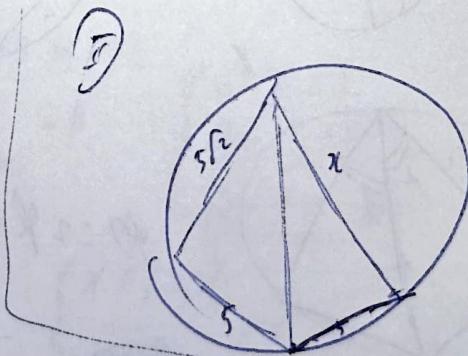
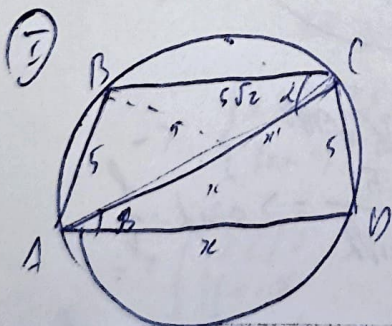
$$-\sin 4^\pi = 1 \Rightarrow \sin 4^\pi = -1 \Rightarrow 4^\pi = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

при $k \rightarrow \infty$, $x \rightarrow \infty \Rightarrow$ при стремлении к бесконечности,
 $3^{5-\frac{1}{k}}$ будет стремиться к 243, а $(-\sin 4^k)$ смотрим
 так рассуждая $1 \Rightarrow f(x) < 244$, то есть
 чтобы пер-во $3^{5-\frac{1}{k}} - \sin 4^k \geq \alpha$ не имело
 решений $\forall x > 0$, минимальным значением α
 должно быть 244 $\Rightarrow \alpha = 244$

Информ: 244.

№ 3.

защиты: стороны по 5 рядов / не рядов



Q. No. 5. SM: $2R = \frac{5}{\sin A} = \frac{5}{\sin B}$

$$\rightarrow \sin \alpha = \sin \beta = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \beta \Rightarrow \text{1 бер - 11/8 \text{ выреш.}}$$

Реш. кос/б ΔABC : $AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2 \cdot \cos \alpha \cdot BC \cdot AC$

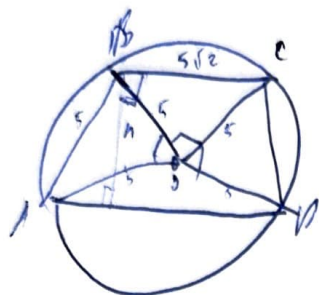
$$\Rightarrow 25 = 50 + x^2 - 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 5\sqrt{2} \cdot x \Rightarrow x^2 - 5\sqrt{6}x + 25 = 0$$

$$D = 150 - 4 \cdot 25 = 8.25 \Rightarrow x = \frac{5\sqrt{6} \pm \sqrt{8.25}}{2} = \frac{5\sqrt{6} \pm \sqrt{3}}{2}$$

Ишмевек

Берилген бөлгүчтөгү x (м.к.) аларга π -модуль, уларга
 на рисунке и не подходит

⇒



$\triangle OBC$ - $45^\circ/45^\circ$, м.к. $5^2 + 5^2 = (5\sqrt{2})^2$

$\angle AOB = \angle BOC = 60^\circ$ (м.к. Δ)

$$\Rightarrow \angle AOD = 2\pi - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{12\pi - 3\pi - 4\pi}{6} =$$

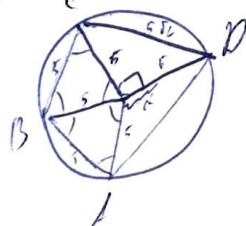
$$= \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \text{но м. кос } \angle \text{ AOD:}$$

$$5^2 + 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \cos \frac{5\pi}{6} = 50 - 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 50 + 25\sqrt{3} = AD^2$$

$$\Rightarrow AD = \sqrt{50 + 25\sqrt{3}} \Rightarrow h = \sqrt{25 - \left(\frac{5\sqrt{2} - \sqrt{50 + 25\sqrt{3}}}{2}\right)^2} =$$

$$\Rightarrow S_1 = \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{50 + 25\sqrt{3}}}{2} \cdot \sqrt{25 - \frac{100 - 10\sqrt{2}\sqrt{50 + 25\sqrt{3}} - 50\sqrt{3}}{4}}$$

②



$AD = \sqrt{50 + 25\sqrt{3}}$ (аналогично)

$$S_2 = \frac{5 \cdot 5}{2} + \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot \sin 60^\circ \cdot 2 + \frac{5 \cdot 5}{2} \cdot \sin \frac{5\pi}{6} =$$

$$= \frac{25}{2} + \frac{25}{2} \cdot \sqrt{3} + \frac{25}{2} \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{25}{2} \left(1 + \sqrt{3} + \frac{1}{2} \right) = \frac{25}{2} \left(\frac{3}{2} + \sqrt{3} \right)$$

$$\Rightarrow S_1 = \frac{2 \cdot 5}{2} + 2 \cdot \frac{25}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{25}{2} \cdot \sin \frac{5\pi}{6} =$$

$$= \frac{25}{2} \left(1 + \sqrt{3} + \frac{1}{2} \right) = \frac{25}{2} \left(\frac{3}{2} + \sqrt{3} \right) = S_2$$

$$\Rightarrow S_{\max} = S_1 = S_2 = \frac{25}{2} \left(\frac{3}{2} + \sqrt{3} \right)$$

$$\text{Ответ: } S = \frac{25}{2} \left(\frac{3}{2} + \sqrt{3} \right)$$

Черновик

$$[\pi \cdot 0,3; \pi \cdot 1,6]$$

~~а~~



$$\cos 1,6\pi > \frac{3}{2}\pi$$

$$\begin{aligned} & (a^3 + b^3 + c^3 + 3abc + 3ab^2 + 3a^2b - 3bc^2 - 3b^2c - 3c^2a - 3ca^2) \\ & - (a^3 + b^3 + c^3) \end{aligned}$$

$$a^3 - b^3 + c^3 = (a - b + c)^3$$

$$a^3 - b^3 + c^3 = a^3 - b^3 + c^3$$

$$\begin{aligned} & = a^3 - a^2b + a^2c + a^2b^2 - b^3 + b^2c + ac^2 - bc^2 + c^3 + 2a^2c - 2abc + \\ & + 2ac^2 - 2a^2b + 2ab^2 - 2abc - 2abc + 2b^2c - 2bc^2 = \end{aligned}$$

$$= a^3 - b^3 + c^3 - 3a^2b + 3a^2c + 3ab^2 + 3b^2c + 3ac^2 - 3bc^2 - 6abc$$

$$\Rightarrow -a^2b + a^2c + ab^2 + b^2c + ac^2 - bc^2 - 2abc = 0$$

$$\sin^3 2\alpha = 8 \sin^3 \alpha \cos^3 \alpha + 8 \sin^3 \alpha \cdot \cos^3 2\alpha -$$

$$= \sin^3 2\alpha - 8 \sin^3 \alpha \cos^3 2\alpha + 64 \sin^3 \alpha \cdot \cos^3 2\alpha \cos^3 2\alpha$$

$$1 - 8 \cos^3 2\alpha + 64 \cos^3 2\alpha \cdot \cos^3 2\alpha = (1 - 2 \cos 2\alpha + 4 \cos 2\alpha \cdot \cos 2\alpha)^3$$

$$4 \cos 2\alpha / (2 \cos^2 2\alpha - 1) = 8 \cos^3 2\alpha - 4 \cos 2\alpha$$

$$1 - 2 \cos 2\alpha + 8 \cos^3 2\alpha - 4 \cos 2\alpha = 1 - 6 \cos 2\alpha + 8 \cos^3 2\alpha =$$

$$8 t^3 - 6 t - 1 = 0$$

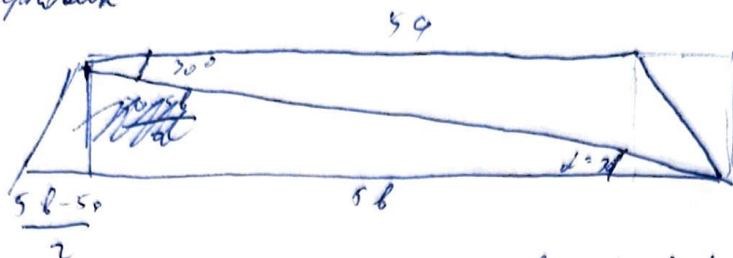
$$= 2 t - 2 (3 \cos 2\alpha - 4 \cos^3 2\alpha) =$$

8

$$= 1 + 2 \cos 3\alpha$$

$$\text{или } 64 \cos^3 2\alpha (1 \cos^2 2\alpha - 1)^3 - 8 \cos^3 2\alpha = 8 \cos^3 2\alpha (8 \cos^2 2\alpha - 1)^3 - 1 =$$

черновик



$$\begin{array}{r} 6144 \\ - 1458 \\ \hline 4686 \end{array}$$

2343

$$h = \frac{59 - \frac{58-50}{2}}{\tan \alpha}$$

$$= \frac{1}{2} (59 - 58 + 50) / \tan \alpha = \frac{58-50}{2} \cdot \tan \alpha = \frac{5}{2} (a+b)$$

$$\begin{array}{r} 6144 \\ - 1458 \\ \hline \end{array}$$

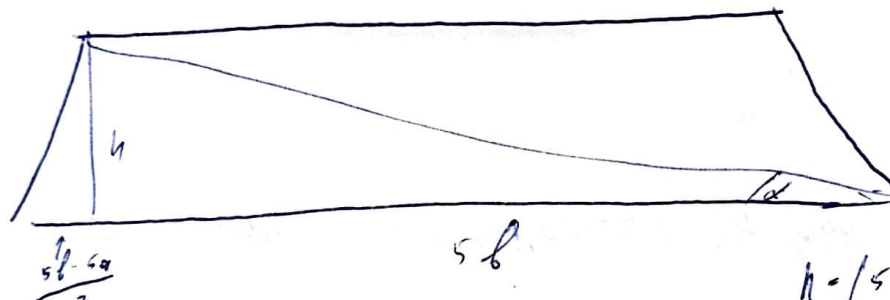
чистовик

α = 7.

59

$$a = 1458$$

$$b = 6144$$

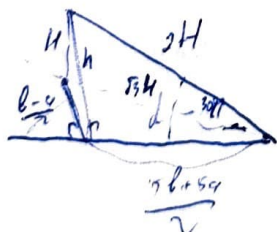
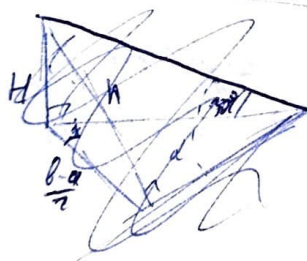


$$\begin{array}{r} 3072 \\ + 39 \\ \hline 3811 \end{array}$$

$$h = \left(59 - \frac{58-50}{2} \right) \cdot \tan \alpha$$

$$= \frac{58-50}{2} \cdot \tan \alpha$$

4881



$$\left(\frac{59}{2} \right)^2 = \left(\frac{58-50}{2} \right)^2 + \left(\frac{5}{2} (a+b) \right)^2$$

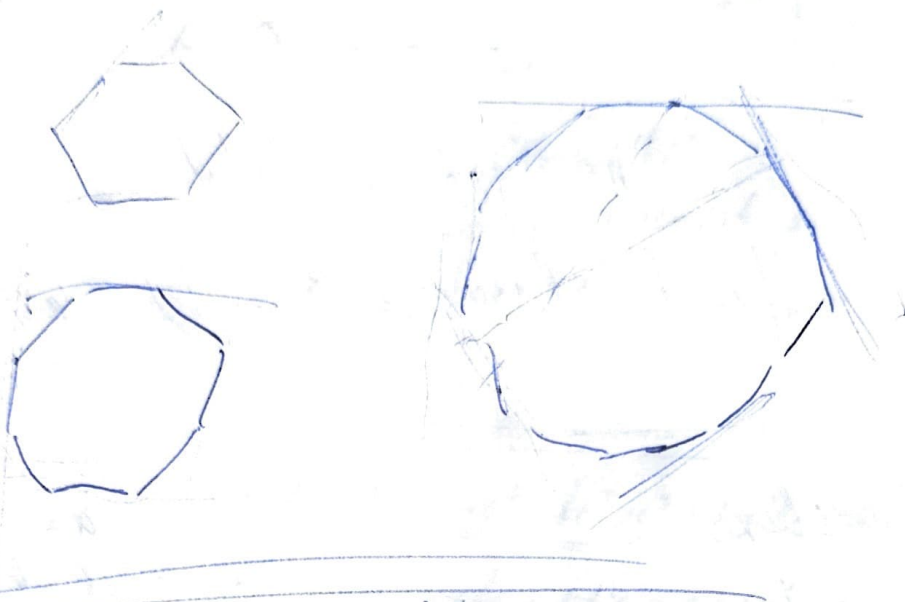
$$3H^2 = \left(\frac{6144 - 1458}{2} \right)^2 + \left(\frac{5}{2} \cdot (3072 + 3811) \right)^2$$

$$= \left(\frac{4686}{2} \right)^2 + 5 \cdot 3811^2$$

$$= (2343)^2 + (5 \cdot 3811)^2 \Rightarrow H = \sqrt{\frac{2343^2 + 5^2 \cdot 3811^2}{3}}$$

$$\text{Ответ: } H = \sqrt{\frac{2343^2 + 5^2 \cdot 3811^2}{3}}$$

Черновик



Итого:

н. 8.

Одну сторону можно выбрать случайно.

Остается 39, из них не подходит 1 (против.)

а из 38 - половина - зеркальные случаи

$\Rightarrow$ 19 вариантов. третью сторону

нужно выбрать из других 19, чтобы

ч.ч. не было внутри, но нельзя брать

сторону, пер. второй $\rightarrow$ зет. 19 - 1 = 18 вар.

Уточн. ч. 19. 18. Далее вычитаем повторяющиеся

случаи (поделит на 2/н.к. каждый из полученных

случаев и зет. еще случаев)

бегте к стороне, пер. 1. Нужно брать 3 сторону

вариантов в выборе 2 и 3 : $5 = 1 +$

Исходник

~ 4.

$$\pi x = d, \quad x \in [0, 3; 1, 6]$$

$$\sin^3(\pi x) = \sin^3(2\pi x) + \sin^3(4\pi x) = (\sin(\pi x) + \sin(2\pi x) + \sin(4\pi x))^3$$

$$\sin^3 d (1 - 8 \cos^3 d + 64 \cos^3 d \cdot \cos^3 2d) = \sin^3 d (1 - 2 \cos d + 4 \cos d \cdot \cos 2d)$$

$$1) \sin^3 d = 0 \Rightarrow d = 0 + \pi k \Rightarrow \pi x = \pi k \Rightarrow x = k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$x \in [0, 3; 1, 6]$
 $\Rightarrow x = 1$

$$2) 1 - 8 \cos^3 d + 64 \cos^3 d (2 \cos^2 d - 1)^3 = (1 - 2 \cos d + 8 \cos^3 d - 4 \cos d)^3$$

$$(1 + 2(4 \cos^3 d - 3 \cos d))^3 = 1 + 8 \cos^3 d (8(2 \cos^2 d - 1)^3 - 1)$$

$$(1 + 2 \cos 3d)^3 = 1 + 8 \cos^3 d \cdot (2(2 \cos^2 d - 1) - 1) / (4(2 \cos^2 d - 1) + 2(2 \cos^2 d - 1) - 1) =$$

$$= 1 + 8 \cos^3 d (4 \cos^2 d - 3) / (4(4 \cos^2 d - 4 \cos^2 d + 1) + 4 \cos^2 d - 2 + 1) =$$

$$= 1 + 8 \cos^3 d (\cos 3d) / (16 \cos^4 d - 16 \cos^2 d + 4 - 4 \cos^2 d - 1) =$$

$$= 1 + 8 \cos^3 d (\cos 3d) / (16 \cos^4 d - 12 \cos^2 d + 3)$$

$$\Rightarrow 1 + 3 \cdot 2 \cos 3d + 3 \cdot 4 \cos^2 3d + 8 \cos^3 3d = 1 + 8 \cos^3 d (8 \cos^3 d - 1) =$$

$$6 \cos 3d + 12 \cos^2 3d + 8 \cos^3 3d = 8 \cos^3 d (8 \cos^3 d - 1)$$

$$3 \cos 3d + 16 \cos^2 3d + 4 \cos^3 3d = 4 \cos^3 d (16 \cos^4 d - 12 \cos^2 d + 3)$$

$$\Rightarrow \cos 3d = 0 \Rightarrow 3d = \frac{\pi}{2} + \pi k \Rightarrow 3\pi x = \frac{\pi}{2} + \pi k \Rightarrow x = \frac{1}{6} + \frac{k}{3}$$

$x \in [0, 3; 1, 6]$
 $\Rightarrow x = \frac{1}{6}, \frac{5}{6}, \frac{7}{6}, \frac{11}{6}, \frac{9}{6}, \frac{13}{6}$

$$3 + 6 \cos 3d + 4 \cos^2 3d = 4 \cos^3 d (16 \cos^4 d - 12 \cos^2 d + 3)$$

$$\Rightarrow 3 + 6 \cos 3d + 4 \cos^2 3d = 4 \cos^3 d (16 \cos^4 d - 12 \cos^2 d + 3) =$$

$$\Rightarrow 3 + 6 \cos 3d + 4 \cos^2 3d = 4 \cos^3 d (16 \cos^4 d - 12 \cos^2 d + 3)$$

$$3 + 6(4 \cos^2 d - 3 \cos d) = 24(2 \cos^2 d - 1)$$

$$3 + 24 \cos^2 d - 18 \cos d = 48 \cos^2 d - 24 \quad (\text{приведем к нулю})$$

переходим

$$1 - 8\cos^2 x + 64\cos^2 x \cdot \cos^3 x = 8\cos^2 x (8\cos^3 x - 1) =$$

$$= (2\cos^2 x)^3 (2\cos x - 1) / (4\cos^2 x + 2\cos x + 1) =$$

$$= \cos^2 x (4\cos^2 x - 3) / (4 \cdot (2\cos^2 x - 1) + 2 \cdot (2\cos^2 x - 1) + 1) =$$

$$= 4 / (4\cos^4 x - 4\cos^2 x + 1) + 4\cos^2 x - 2 + 1 = 4\cos^2 x$$

$$= 4(16\cos^2 x - 16\cos^2 x + 4 + 4\cos^2 x - 1) = 16\cos^4 x - 12\cos^2 x + 3$$

$$1 - 8\cos^2 x + 64\cos^2 x \cdot \cos^3 x$$

$$\sin^3 x = (2\sin x \cdot \cos x)^3 = (2 \cdot 2\sin x \cdot \cos x \cdot \cos^2 x)^3 = 4^3 \cdot \sin^3 x \cdot \cos^3 x \cdot \cos^3 x$$

$$1 - 8\cos^2 x + 64\cos^2 x \cdot \cos^3 x =$$

$$8\cos^3 x - 1$$

$$(4\cos^2 x - 3\cos x)^2 =$$

$$= \cos^2 x \cdot (16\cos^4 x - 2 \cdot 4 \cdot 3\cos^2 x + 9) = \cos^2 x (16\cos^4 x - 24\cos^2 x + 9) =$$

$$= \cos^2 x / (1 - 12\cos^2 x + 6) = \cos^2 x / (1 - 6/2\cos^2 x - 1)$$

	8	-16	6	9
$\frac{1}{2}$	8	-12	0	
$\frac{3}{2}$	8	-4	0	
$\frac{1}{4}$	8	-14		
3	8	-8		

$4x^2 - 8x + 3$

Штевер

п.ч.

$$24\cos^2\alpha - 48\cos^2\alpha - 18\cos\alpha + 27 = 0 \quad | :3$$

$$8\cos^2\alpha - 16\cos^2\alpha - 6\cos\alpha + 9 = 0, \quad \cos\alpha = 1$$



Черновик

$$x^2 + b_1 x^2 + 6x + a_1 x^2 - a_1 b_1 x + 6a_1 = x^2 + b_1 x^2 + 6x + a_1 x^2 + a_1 b_1 x + 6a_1$$

$$x^2(a_1 b_1 - a_1 - b_1) + x(b_1 + a_1 b_1 - 6 - a_1 b_1) + 6a_1 + 6a_1 = 0$$

$$x \Rightarrow \begin{cases} 6a_1 = 8a_1 \\ a_1 + b_1 = a_1 + b_1 \\ a_1 b_1 = a_1 b_1 + 2 \end{cases}$$

$$6a_1 = 8a_1$$

$$a_1 + b_1 = a_1 + b_1$$

$$a_1 b_1 = a_1 b_1 + 2$$

$$8a_1 = 12a_1$$

$$a_1 + b_1 = a_1 + b_1$$

$$a_1 b_1 = a_1 b_1 + 4$$

$$a_1 = \frac{4}{3} a_2$$

$$\frac{4}{3} a_1 b_1 = a_1 b_1 + 2$$

$$b_1 = b_2 - \frac{a_1}{3}$$

$$\frac{4}{3} a_1 / b_1 - \frac{a_1}{3} = a_1 b_1 + 2$$

$$\frac{4}{3} a_1 b_1 - \frac{4a_1^2}{9} = a_1 b_1 + 2$$

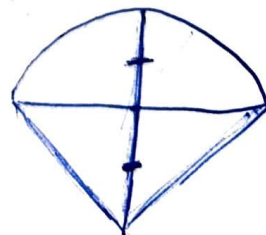
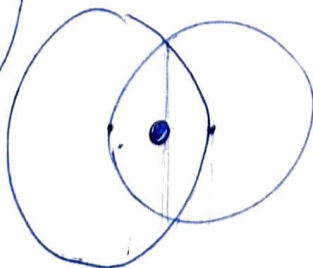
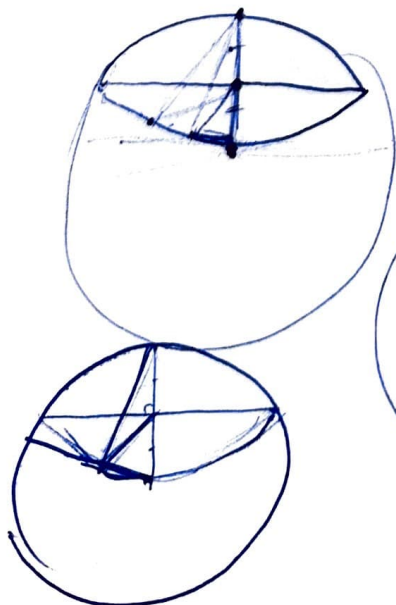
$$\frac{a_1 b_1}{3} = a_1^2 \cdot \frac{4}{9} + 2$$

$$\begin{cases} 3a_1 = 4a_2 & 4a_2 = 6a_3 \\ a_1 = 2a_3 \\ 2a_1 = 3a_3 \end{cases}$$

$$a_1 b_1 = a_1 b_2 + 2$$

$$a_1 b_1 = a_1 b_1 - 6$$

$$a_1 b_1 = a_1 b_1 + 4$$



Решение

$$x = 2R^2 - 2R^2 \cos \alpha = 2R^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$\Rightarrow x = R \sqrt{2 - \cos \alpha}, \text{ где}$$

$$y = R^2 + \frac{R^2}{4} + 2 \cdot R \cdot \frac{R}{2} \cos \alpha$$

$$\Rightarrow y = \frac{5}{4} R^2 + R^2 \cos \alpha \Rightarrow y = R \sqrt{\frac{5}{4} - \cos \alpha}$$

$$f(t) = R - x + 2y = R - R \sqrt{2-t} + 2R \sqrt{\frac{5}{4}-t}$$

$$f'(t) = 2R \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{5}{4}-t}} \cdot (-1) + R \cdot \frac{1}{2\sqrt{2-t}} =$$

$$= -\frac{R}{2\sqrt{2-t}} - \frac{R}{\sqrt{\frac{5}{4}-t}} = R \frac{\sqrt{\frac{5}{4}-t} - 2\sqrt{2-t}}{\sqrt{\frac{5}{4}-t} \cdot 2\sqrt{2-t}} = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{5}{4}-t} = 2\sqrt{2-t} \quad \left| \sqrt{\frac{5}{4}-t} = 2\sqrt{2-t} \right|^2 \quad \frac{5}{4}-t = 4 \cdot 2 - 4t$$

$$\Rightarrow t = 8 - \frac{5}{4}$$

Решение

и т.

$$f_1(x) = (x+a_1)/(x^2+b_1x+c_1)$$

$$f_2(x) = (x+a_2)/(x^2+b_2x+c_2)$$

$$f_3(x) = (x+a_3)/(x^2+b_3x+c_3)$$

$$f_1(x) = f_2(x) = f_3(x) \quad \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow (x+a_1)/(x^2+b_1x+c_1) = (x+a_2)/(x^2+b_2x+c_2)$$

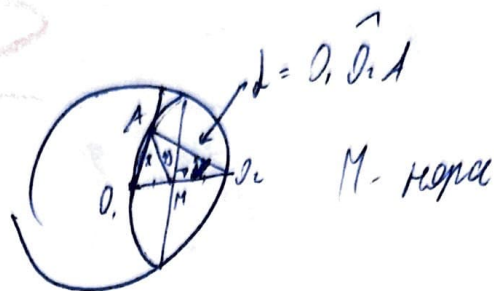
$$\Rightarrow x^2(a_1+b_1x+c_1) + x(a_2-b_1x-c_1) + b_1c_1 - 8a_1 = 0 \quad \forall x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1+b_1 = a_2+b_2 \\ a_1c_1 = a_2c_2 \end{cases}$$

и аналогично:

$$\begin{cases} a_1c_1 = 8a_2 \\ a_1+b_1 = a_2+b_2 \\ a_1c_1 = a_2c_2 + 8 \\ b_1c_1 = 8a_3 \\ a_1+b_1 = a_2+b_2 \\ a_1c_1 = a_2c_2 + 8 \\ 8a_2 = 8a_3 \end{cases}$$

н.в. *Иванов*



$$x = 2 \cdot R \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$x = 2R \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$



$$\begin{aligned} y &= \sqrt{R^2 + R^2 - 2R^2 \cos \alpha} = \\ &= R \sqrt{\frac{5}{4} - \cos \alpha} = \\ &= R \sqrt{\frac{5}{4} - (1 - 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2})} = \\ &= R \sqrt{2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{4}} \end{aligned}$$

$$f(t) = R - x + 2 \cdot y =$$

$$= R - 2R \cdot t + 2R \sqrt{2t^2 + \frac{1}{4}}$$

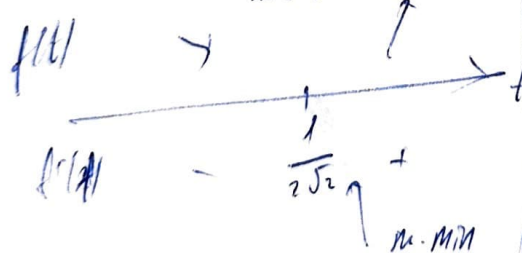
$$f'(t) = -2R + 2R \cdot \frac{1}{2\sqrt{2t^2 + \frac{1}{4}}} \cdot 4t = R \frac{4t - 2\sqrt{2t^2 + \frac{1}{4}}}{2\sqrt{2t^2 + \frac{1}{4}}} = 0$$

$$\Rightarrow 2t = \sqrt{2t^2 + \frac{1}{4}} \Rightarrow 4t^2 = 2t^2 + \frac{1}{4} \Rightarrow 2t^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow t^2 = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

(при условии $\sin \frac{\alpha}{2} > 0$)

$$\Rightarrow f_{\min} = \frac{1}{2+\sqrt{2}} \cdot R$$



$$\Rightarrow f = R - x + y =$$

$$= R - 2Rt + R \sqrt{2t^2 + \frac{1}{4}} =$$

$$= R \left(1 - \frac{2}{2\sqrt{2}} + \sqrt{2 \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{4}} \right) =$$

$$= R \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) =$$

$$= \frac{1}{2+\sqrt{2}} \cdot R = \frac{1}{2+\sqrt{2}}$$

Ответ: $\frac{1}{2+\sqrt{2}}$

Ж

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
28-58-71-89	65	15	15	15	5	0	15	0	0

4. Сумма всех чисел в строке