

0 189708 010006

18-97-08-01
(161.19)



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант 11 КЛАСС

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по МАТЕМАТИКЕ
профиль олимпиады

Казачова Никита Сергеевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«13» апреля 2025 года

Подпись участника
[Подпись]

Кулешов А.С.

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
18-97-08-01	60	+	+	-	+	+	0	0	0
18-97-08-01		+	+	-	+	+	0	0	0

3. Ответ неверный

65 (шестьдесят пять)

Чистов

$$\sqrt{9x^2+12x+9} + \sqrt{9x^2+12x+9} - (\sqrt{-(x+1)}) =$$

Умножить на отрицательный.

$$= \sqrt{9-12x+9} - \sqrt{9-12x}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{(2x+3)^2} + \sqrt{(3x+2)^2} + (x+1) = \sqrt{7+\sqrt{25}} - \sqrt{7-\sqrt{25}} \\ x \leq -1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |2x+3| + |3x+2| + (x+1) = \sqrt{7+\sqrt{25}} - \sqrt{7-\sqrt{25}} \\ x \leq -1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |2x+3| - 3x - 2 + x + 1 = \sqrt{7+\sqrt{25}} - \sqrt{7-\sqrt{25}} \\ x \leq -1 \end{array} \right.$$

$$1) -\frac{3}{2} \leq x$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x+3 - 3x - 2 + x + 1 = \sqrt{7+\sqrt{25}} - \sqrt{7-\sqrt{25}} \\ x \leq -1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 = \sqrt{7+\sqrt{25}} - \sqrt{7-\sqrt{25}} \\ x \leq -1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 9 = \sqrt{7+\sqrt{25}} - 2 \cdot \sqrt{7+\sqrt{25}} \cdot \sqrt{7-\sqrt{25}} + \sqrt{7-\sqrt{25}} \\ x \leq -1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 9 = 19 - 2 \cdot \sqrt{99-25} \\ x \leq -1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 9 = 9 - \text{верно} \\ x \leq -1 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow x \in [-\frac{3}{2}; -1] - \text{решение}$$

нер. рав

Числовик №1 - Продолжение

$$2) x \leq -\frac{3}{2}!$$

$$\begin{cases} -2x - 3 - 3x - 2 + x + 7 = \sqrt{7+\sqrt{2x}} - \sqrt{7-\sqrt{2x}} \\ x \leq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -9x - 4 = \sqrt{7+\sqrt{2x}} - \sqrt{7-\sqrt{2x}} \leftarrow \text{нет реш} \\ x \leq -1 \end{cases}$$

~~Будем считать, что~~

$$-4x - 4 \leq 0$$

$$\text{при } x \leq -\frac{3}{2}$$

$$\text{а } \sqrt{7+\sqrt{2x}} - \sqrt{7-\sqrt{2x}} = 2$$

из 1)

$$\text{Ответ: } [-\frac{3}{2}, -1]$$

$$5^{3-\frac{1}{x}} \geq a + \sin 3x$$

Поскольку при любом-то a нет реш, то

$$5^{3-\frac{1}{x}} < a + \sin 3x$$

$$a > 5^{3-\frac{1}{x}} - \sin 3x \text{ при любом } x > 0$$

$$5^{3-\frac{1}{x}} \text{ не при любом } x > 0 < 5^{3-125} \text{ или}$$

можно найти
полюс нуля

а, при
каждом
нет-реш

имеет
полюс нуля
решений.

Чистовик
№ 2

$$(1) 5^{3-\frac{1}{8}} \geq a + \sin 3^x$$

если у (1) нет реш
на промежутке это

равно, следовательно:

$$\begin{cases} 5^{3-\frac{1}{8}} < a + \sin 3^x \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a > 5^{3-\frac{1}{8}} - \sin 3^x \\ x > 0 \end{cases}$$

Заметим, что $5^{3-\frac{1}{8}} - \sin 3^x$

при $x > 0$ и a меньше чем 126

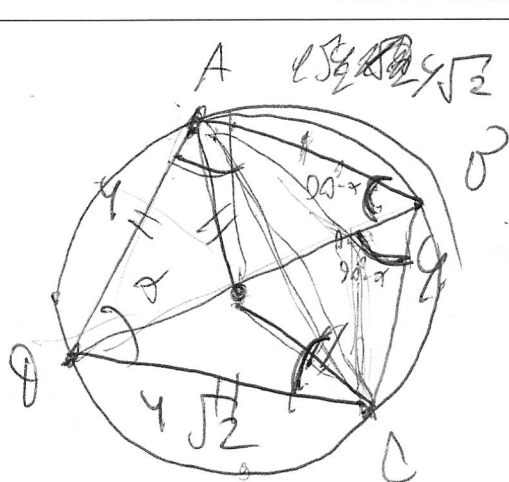
т.к. $5^{3-\frac{1}{8}} < 125$ (на бесконечности
стремится к 125) $-\sin 3^x \leq 1$

Принимая это значение a с периодом 2π , а значение может
взять такой бесконечно большой
($x > 0$) x , что $5^{3-\frac{1}{8}} > 126$, а

$\sin 3^x = -1$ в силу непрерывности
и монотонности $5^{3-\frac{1}{8}}$.

а значение $5^{3-\frac{1}{8}} - \sin 3^x$ может
принимать любое значение от (123; 126)
 $\Rightarrow a = 126$ или a при этом не реш

$$[126; 126]$$



Червоки

$$2 - b^3 - c^3 = (a+b-c)^3$$

$$(a+b-c)^3 (a+b-c)(a+b-c) =$$

$$= a^3 + b^3 + c^3 + 3ab^2 + 3ba^2 + 3ac^2 + 3ca^2 - 6abc - 3abc^2 - 3ca^2$$

$$\sqrt{(2+2\sqrt{2}-x)(2+2\sqrt{2}-x)^2(4-x-4\sqrt{2})} =$$

$$= \sqrt{4-x+2\sqrt{2}} \cdot 4-x-4$$

$$\sqrt{2+2+2\sqrt{2}-\frac{x}{2}} \cdot \sqrt{(2\sqrt{2}+x)^2} \cdot \sqrt{4+\frac{x}{2}-2\sqrt{2}} =$$

$$= (2\sqrt{2}+\frac{x}{2}) \cdot (4-2\sqrt{2}) \sqrt{16-(2\sqrt{2}-\frac{x}{2})^2} =$$

$$\sqrt{16-8+2\sqrt{2}x-\frac{x^2}{4}}$$

$$= \sqrt{16-8+2\sqrt{2}x-\frac{x^2}{4}} = \sqrt{8+2\sqrt{2}x-\frac{x^2}{4}}$$

$$7x = 9$$

$$4 \cdot (6\sqrt{2}) = 29\sqrt{2}$$

$$\cos^3(\pi x) + \cos^3(2\pi x) - \cos^3(4\pi x) = (\cos(\pi x) +$$

$$- (\cos(2\pi x) - \cos(4\pi x)))^3$$

$$\cos^3(x) + \cos^3(2x) - \cos^3(3x) = (\cos(x) + \cos(2x) - \cos(3x))^3$$

$$(\cos(x) + \cos(2x) + \cos(3x))^3 =$$

$$3 \cos (2\sqrt{2} + \frac{x}{2})^2 \cdot \sqrt{16}$$

$$16,8 -$$

Числовик
№ 5Рассмотрим Годолевские ко в е функции
 $x \rightarrow 0$ тогда $f(1)$

$$a_1 \cdot 12 = a_2 \cdot 15 = a_3 \cdot 20 \quad \text{значит} \quad a_1 + a_2 + a_3$$

Заметим, что $f_1(-a_1) = 0$ и $f_3(-a_3) = 0$

$$\Rightarrow f_2(a_2) \text{ и } f_2(-a_2) = 0$$

Тогда т.к. $a_3 \neq a_2$ и $a_1 \neq a_2$ так и $-a_3$ - корни $x^2 + b_2x + 15$

$$\Rightarrow b_2 = (a_1 + a_3) \quad \text{Потеря Веса}$$

$a_1 \cdot a_3 = 15$ ✓ Добавиммо $a_1 + a_3$
получить, что ~~$a_1 + a_3$~~ $b_3 = (a_2 + a_1)$

$$\Rightarrow \frac{3}{5} a_1^2 = 15 \quad \text{т.к. } (a_3 = \frac{3}{5} a_1) \text{ и } f(1)$$

$$\Rightarrow a_1 = 5 \text{ т.к. по условию } a_1 > 0$$

т.к. Рассмотрим

$$a_1 + b_1 + a_2 + b_2 + a_3 + b_3 = 3(a_1 + a_2 + a_3) =$$

$$\text{т.к. } a_2 = a_1 + a_3$$

$$\text{т.к. } b_1 = a_2 + a_3 \\ b_2 = a_3 + a_1 \\ b_3 = a_1 + a_2$$

$$\begin{aligned} &= 3(a_1 + \frac{3}{5} a_1 + \frac{4}{5} a_1) \text{ и } f(1) = \\ &= 3(5 + 3 + 4) = \boxed{36} \end{aligned}$$

Ответ: 36

числовой

№

$$\cos^3(\pi x) + \cos^3(2\pi x) - \cos^3(4\pi x) =$$

$$= (\cos(\pi x) + \cos(2\pi x) - \cos(4\pi x))^3$$

Пусть $t = \pi x$

$$\text{Тогда } \cos^3(t) + \cos^3(2t) - \cos^3(4t) =$$

$$= (\cos t + \cos 2t - \cos 4t)$$

$$\cos^3 t + \cos^3 2t - \cos^3 4t =$$

$$= \cos^3 t + (2\cos^2 t - 1)^3 - (2(2\cos^2 t - 1)^2 - 1)^3 =$$

$$= (\cos t + (2\cos^2 t - 1) - 2(2\cos^2 t - 1)^2 + 1)^3$$

Пусть $\cos t = k$

$$\text{Тогда } k^3 + 8k^6 - 6k^4 + 6k^2 - 1 =$$

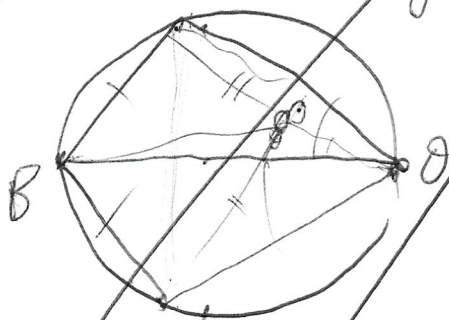
$$= 8k^6 - 8k^4 + 1 =$$

$$= (k + 2k^2 - 1 - 8k^4 + 8k^2 - 1)^3$$

$$k^3 + 8k^6 - 6k^4 + 6k^2 - 1 = 8k^6 - 8k^4 + 1 =$$

$$= (-8k^4 + 10k^2 - 1)^3$$

1)


$$\beta - \beta^* = 4$$
$$40 - 4\sqrt{2} \quad 6E30.0$$

~~Заметим, что~~

тогда центр скр-ти облежен левым
на РДК т.к. (Путь центр скр-ти 0)

~~$\rho(O; A) \neq \rho(O; C) = 60 \Rightarrow O$ не лежит
середины AC ; Но центр K AC
содержит $B \in$ т.к. $ABC - \rho$~~

Муссбек №3!

Теперь неизвестная сторона
сумма равна x . Тогда его площадь
по формуле Брахмапуты!

$$\begin{aligned} & \sqrt{p(p-8)(p-4)(p-4)(p-4\sqrt{2})} = \text{где } p - \text{полупериметр} \\ & = \sqrt{(4+2\sqrt{2}-\frac{x}{2})(2\sqrt{2}+\frac{x}{2})^2(4+\frac{x}{2}-2\sqrt{2})} = \text{этого} \\ & = (2\sqrt{2}+\frac{x}{2}) \cdot \sqrt{16-(2\sqrt{2}-\frac{x}{2})^2} = \text{выберем} \\ & = \sqrt{(2\sqrt{2}+\frac{x}{2})^2 \cdot (8+2\sqrt{2}x-\frac{x^2}{4})} = \text{угловым} \\ & f(x) = 2 + (2\sqrt{2} + \frac{x}{2})^2 \cdot (8+2\sqrt{2}x-\frac{x^2}{4}) = \text{раскроем} \\ & = 64 + 8(16\sqrt{2}x - 2x^2 + 16\sqrt{2}x + 8x^2 - \frac{8^3\sqrt{2}}{2} + \frac{8^3\sqrt{2}x}{2} - \frac{x^3\sqrt{2}}{2}) \end{aligned}$$

Чистый

№4 - продолжение

Тогда корни примыкающие

$$\text{дир-ну } [0, 3; 1, 6] - \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \frac{2}{5}, \frac{4}{3}, \frac{4}{5}, \frac{6}{5}, \frac{8}{5}$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}, 1, \frac{6}{5}, \frac{4}{3}, \frac{8}{5}$$

№3 - продолжение

Найдите производную $A(x)$ и минимум, и максимум ее минимальное значение $A(x)$.

$$f'(x) = 16\sqrt{2} - 32\sqrt{2} - 4x + 8\sqrt{2} - \frac{x^3}{3} =$$

$$= -x^3 - 9\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = -x^3 - 5\sqrt{2}$$

Заметим, что $x = 4\sqrt{2}$ - единственная точка минимума после чего $A'(x) > 0$

$$\text{так } f'(x) < 0 \Rightarrow \text{при } x = 4\sqrt{2}$$

$f(x)$ - имеет мин. значение $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ мин. площадь будет достигнута

при $x = 4\sqrt{2}$. По формуле:

$$(2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}) \cdot \sqrt{16 - (2\sqrt{2} - 2\sqrt{2})^2} = 16\sqrt{2}$$

$$\text{Ответ: } 16\sqrt{2}$$

Иисусовск

~~(cos x)~~

~~$$(\cos(2\pi x) - \cos(4\pi x)) / (\cos$$~~

$$\cos^3(\pi x) + \cos^3(2\pi x) - \cos^3(4\pi x) = (\cos(\pi x) + \cos(2\pi x) \cdot \cos(4\pi x))^3$$

$$\cos^3(2\pi x) - \cos^3(4\pi x) = (\cos(2\pi x) - \cos(4\pi x)) \cdot \cos(2\pi x) \cdot \cos(4\pi x)$$

$$x \cdot ((\cos(\pi x) + \cos(2\pi x) - \cos(4\pi x))^2 - (\cos(\pi x)(\cos(\pi x) + \cos(2\pi x) - \cos(4\pi x)) + (\cos^2(\pi x)))$$

$$\Rightarrow \cos 2\pi x = \cos 4\pi x$$

$$\begin{aligned} & \cos^2(2\pi x) + \cos(2\pi x) \cdot \cos(4\pi x) + \cos^2(4\pi x) = \\ & = \cos^2 \pi x + \cos^2 2\pi x + \cos^2 4\pi x + 2\cos \pi x \cdot \cos 2\pi x - \\ & - 2\cos 4\pi x \cdot \cos \pi x + 2\cos 2\pi x \cdot \cos \pi x + \cos^2 \pi x + \cos \pi x \cdot \cos 2\pi x - \cos \pi x \cdot \cos 4\pi x \\ & + \cos^2 \pi x \end{aligned}$$

$$x = 2x + \pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -2x + \pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$3\cos^2 \pi x - 3\cos \pi x \cdot \cos 2\pi x - 3\cos 2\pi x \cdot \cos \pi x - 3\cos \pi x \cdot \cos 4\pi x = 0$$

$$x = \pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{k}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos^2 \pi x + \cos \pi x \cdot \cos 2\pi x - \cos 2\pi x \cdot \cos \pi x - \cos \pi x \cdot \cos 4\pi x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos \pi x (\cos \pi x - \cos 4\pi x) + \cos 2\pi x (\cos \pi x - \cos 4\pi x) = 0$$

$$x = \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos \pi x = -\cos 2\pi x$$

$$\cos \pi x = \cos 4\pi x$$

$$\begin{aligned} & x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{k}{3} \\ & x = \frac{2\pi}{3}, x = \frac{2k}{3} \\ & x = 2\pi + 1, x = \frac{2\pi + 1}{3} \end{aligned}$$

Иерусалим N5

$$A_1(x) = (x+a_1)(x^2+b_1x+c_1) \\ A_2(x) = (x+a_2)(x^2+b_2x+c_2)$$

$$a_1 \cdot 12 - a_2 \cdot 15 = a_3 \cdot 20$$

$$(a_1 - 1)(a_2 + 13) = (a_2 - 1)(b_2 + 15)$$

$$(a_1 - 1)(13 - b_2)(15 - b_2)$$

$$A_1(-a_1) = 0 = A_2(0)$$

$$a_1^2 - b_2 a_1 + c_1 = 0$$

$$a_1^2 - b_3 a_1 + c_3 = 0$$

$$a_1 + a_2 = -b_3$$

$$a_3 + b_1 + b_2 = b_3$$

$$-a_2 - a_3 =$$

$$= 20$$

$$a_3 = \frac{12}{20} a_1 = \frac{3}{5} a_1$$

$$\frac{3}{5} a_1^2 = 15 \Rightarrow a_1 = \sqrt{25}$$

$$a_1 = 5$$

$$\pi(x) = 9\pi x + 2\pi k$$

$$x = 9x + 2\pi$$

$$\cos(\pi x) = 3x - 2\pi$$

$$\pi(x) = 2\pi x + \pi + 2\pi n \quad x = \frac{2\pi}{2}$$

$$x = -2x + 2\pi$$

$$x = -2x + 1 + 2\pi$$

$$x = \frac{2\pi + 1}{3}$$

Z

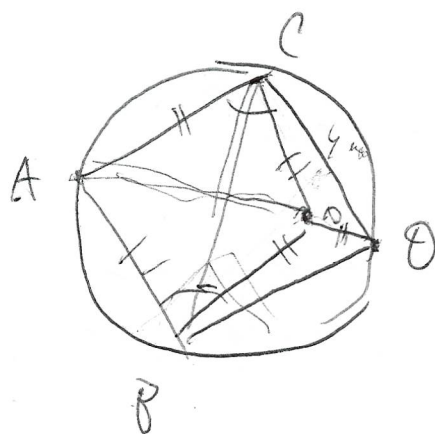
Z

$$\pi(x) = 9\pi x + 2\pi k$$

$$x = -x$$

$$x = \frac{2\pi}{5}$$

$$x \in x = 2\pi + 1$$



Черныш

$$2\sqrt{2} + \frac{x}{2}$$

$$(8 + 2\sqrt{2} \cdot 8 + \frac{8^2}{4}) \cdot 8$$

$$(2\sqrt{2} + \frac{x}{2})^2 - (2\sqrt{2} + \frac{x}{2}) \frac{x^2}{2}$$

$$2 \cdot 2\sqrt{2} + \frac{x}{2} \cdot \sqrt{2} - \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot (2\sqrt{2} + \frac{x}{2})$$

$$2\sqrt{2} + 8 - \frac{x^2}{4} + 2\sqrt{2} \cdot \frac{x}{2} - \frac{x^2}{4} + 2\sqrt{2} \cdot \frac{x}{2} - \frac{x^2}{4} + 2\sqrt{2} \cdot \frac{x}{2}$$

$$(1 + 8 - 8\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 9 - 2\sqrt{2})$$

$$\cos t \cdot 2\cos^2 t$$

$$- 2 \cos^2 2t - 1 =$$

$$- 2(\cos^2 t - 1)^2$$

$$8\cos^2 t + 8\cos t$$

$$- 8\cos^2 t + 8\cos^2 t + \cos t + 2$$

Повысить оценку на 5 баллов
(старая оценка — 60 б,
новая оценка — 65 б.)

СВН

Председателя апелляционной
комиссии олимпиады школьников
«Ломоносов» Ректору МГУ
имени М.В. Ломоносова
академику В.А. Садовничему
от участника заключительного этапа
по профилю «Математика»
Исакова Никиты Сергеевича

Апелляция.

Прошу пересмотреть мой индивидуальный предварительный результат
заключительного этапа, а именно (60) баллов, поскольку считаю
что (за задачу по геометрии под номером 3, можно получить
5 баллов, мой вариант решения через формулу Брахмагупты
приводит к правильному ответу, если избежать
допущенной мной арифметической ошибки во
время счета производной, кроме того идею
в работе привнес (и мой геометрический
попытка рассмотреть двух случаев).

Дата: 29.04.25

Исаков