



66-56-88-67
(162.21)



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 5-6

Место проведения Елабуга
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Ломоносов"
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Жамалов Манса Андреевич
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«13» апреля 2025 года

Подпись участника

Жамалов

ЧИСТОВИК

95/ девятиэтажно

№1) Жители

№1) Жители, сколько каждый мальчик добирался до первого этажа (так как от первого этажа до выхода из подъезда 8 ступенек, то, если вычесть 8 из количества этих ступенек, то получим путь до первого этажа)

Антон $\rightarrow 60 - 8 = 52$ ступенек, Боря $\rightarrow 39 - 8 = 31$ ступенек

Вася $\rightarrow 112 - 8 = 104$ ступенек, Гена $\rightarrow 151 - 8 = 143$ ступенек

Теперь заметим, что, так как на каждом этаже одинаковое кол-во ступенек, то каждый из ребят прошел ЦЕЛОЕ ЧИСЛО ЭТАЖЕЙ, УМНОЖЕННОЕ НА КОЛ-ВО ЭТАЖЕЙ, КОТОРЫЕ НАДО ПРОЙТИ, ЧТОБЫ СПУСТИТЬСЯ НА ПЕРВЫЙ.

Разложим каждое из четырёх полученных выше цифр на множители:

$$52 = 2^2 \cdot 13, 104 = 8 \cdot 2^3 \cdot 13, 31 = 7 \cdot 13, 143 = 11 \cdot 13,$$

Заметим, что ~~во всех~~ во всех четырёх числах присутствуют 2 общих множителя — 1 и 13 (один не пишется).

Так как число ступенек ^{между этажами} больше 1, а также у всех четырёх чисел присутствует в множителях, то подходит только число 13. Тогда остальные множители +1 (мы окажемся на 1 этаже) — это этаж одного из друзей, Андрей: $52 : 13 + 1 = 4 + 1 = 5$, Боря $\rightarrow 31 : 13 + 1 = 2$, Вася $\rightarrow 104 : 13 + 1 = 8$, Гена $\rightarrow 143 : 13 + 1 = 12$.

Ответ: Андрей живёт на 5 этаже, Боря на 2, Вася на 8, Гена на 12.

№2) Если счастливое число при прибавлении 1 к числу десятков не изменилось, то такое число не может быть суперсчастливым, т.к. сумма цифр стала больше на 1 и поменяла чётность, а счастливым числом может быть только чётным, чтобы его сумму цифр разделить на 2 группы. Тогда число должно кончатся на 2 (тогда добавится десятков при прибавлении 1). Тогда последняя цифра станет 0, и при этом на 0 минимум 2 цифры, чтобы число было счастливым (00 не подходит, т.к. 00=0). Т.к. надо наименьшее число, пусть оно будет трёхзначным, а его 2 цифры — a . Получим выражение: $-aa + 1 = -(a+1)0$ чтобы второе число было счастливым, 1 цифра должна быть $a+1$ ($a+1 = (a+1)+0$). Тогда выражение станет $(a+1)a + 1 = (a+1)(a+1)0$. Первое число должно выполнять равенство $(a+1)a = 9$ или $a+9 = (a+1)$ или $(a+1)+2 = a$

ЧИСТОВИК

Рассмотрим ^{все 3} ~~оба~~ варианта:

$$d + (d+1) = 9$$

$$2d = 9 - 1$$

$$d = 4$$

$$d + 9 = (d+1) \quad (d+1) + 9 = d$$

$$10 = d - d$$

$$d - d = 1 - 9$$

$$10 = 0$$

$$0 = -8$$

В 1 получили $d=4$, в остальных ошибку. Значит, получаем выраже ние $549 + 1 = 550$. 549 и 550 - счастливые, т.к. $5+4=9$ и $5+0=5$, значит - 549 суперсчастливые,

Ответ: 549

№3) очевидно, должна пройти хотя бы 1 секунда, т.к. время $88:88:88$ невозможно (все световоды должны были быть зажжены для проверки какаотд

Тогда нужна миним 1 секунда. Обратим внимание на самую первую цифру и её возможные изменения: $0 \rightarrow 1, 1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 0$. Заметим, что только $2 \rightarrow 0$ зажигает все световоды. Минимальное время для ~~такого~~ перехода $22.59.59 \rightarrow 00.00.00$. Заметим, что все световоды были хоть раз зажжены. Затрачена одна секунда

Ответ: 23:39:59, 1 секунда

№4) Пусть n - сколько папа печёт блин блин.

Тогда за минуту папа печёт $\frac{1}{n}$, мама - $\frac{1}{6}$, бабушка - $\frac{1}{4}$, Петя съедает $\frac{1}{4}$, в среднем должно печься $\frac{1}{5}$ в мин.

Составим уравнение на полученных данных:

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{30} \quad | \cdot 30$$

$$\frac{30}{n} = 1$$

$$n = 30$$

Значит, папа должен печь блин раз в полчаса (30 мин.), или 2 блина в час ($60:30=2$)

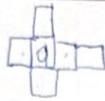
Ответ: 30 мин, 2 блина в час

№5) Заметим, что на какой-либо грани могут ^{оказаться} только ручки с соседних граней с этой.

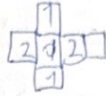
Составим развёртку, где пометим d ту грань,

за которую будем смотреть;

66-56-88-67
(16221)



Теперь пометим некоторые противоположные



Грани цифрами:

Сумма всех "1" и "2" равна 14 (сумма противоположных граней = 7). Теперь заметим, что это и есть все грани, с которых лучки могут оказаться в грани д.

Значит, на одной грани не может быть больше 14 лучков, а макс. кол-во лучков на одной грани - 14.
Ответ: 14 лучков

№6) Найдем, сколько времени понадобится каждому на достижение пункта Б (Андрею на автобусе) Боря должен ^{на него} сесть

минимальное время, которое надо Боре, это 23 минуты (шел и сразу сел на автобус), а максимальное время, которое надо Андрею - это $10 + 5 + 8 = 23$ минуты (10 минут шел, 8 минут ждал автобус, 5 минут ехал.) Заметим, что эти числа совпадают, а так как Андрей приедет в школу не позже Бори, то опоздал Боря. Теперь заметим, что интервал между автобусами 8 минут, а значит разница между временем, когда пришел Боря, и тем, когда пришел Андрей, 8 минут (Боря мог пропустить автобус, на котором уехал Андрей, но точно сел на следующий ~~и~~ макс. время, затраченное Борей - $23 + 8 = 31$ минут, а у Андрея - 23 ^{ин} минуты. Значит, Боря точно не отстал от Андрея больше, чем на $31 - 23 = 8$ минут.).

Тогда ~~Андрей~~ Боря пришел за $6 - 8 = -2$ минуты до начала урока, то есть, опоздал на 2 минуты.

Ответ: Боря на 2 минуты

Чистовик

ЧЕПНОВИК

9/13

13!

$$60-8=52=4 \cdot 13$$

$$99-8=91=7 \cdot 13$$

$$112-8=104=8 \cdot 13$$

$$151-8=143=11 \cdot 13$$

$$13-0+8$$

$$23-13+8$$

$$33-13 \cdot 2+8$$

$$43-13 \cdot 3+8$$

$$53-13 \cdot 4+8$$

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{n}\right) \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{5}$$

~~100%~~
АИ ААЛЕВ

$$\frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{n}$$

$$\frac{6}{30} - \frac{5}{30} = \frac{1}{30}$$

КИМКА

30 МИН →

$$14 \rightarrow 10+15-15+2=12 \checkmark$$

23.59.59

88.88.88

□□.□□.□□

ЯКОВЛЕВ
КОРОЛЕВ

1 СЕК 23:59:59 → 00:00:00

$$\overline{(n+1)} \cdot 9 \rightarrow$$

$$2a+1=9$$

$$\begin{matrix} -8 \\ 9+1=10 \end{matrix}$$

9

$$2a=8$$

9

$$10+8+5=10+13=23 \quad a=4$$

✗

$$10+7+5=22$$

$$549=550$$

109

11

$$549 \rightarrow 550$$

$$109 \rightarrow 110$$

$$459-460$$

$$989-990$$

11