



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 9

Место проведения МОСКВА
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по МАТЕМАТИКЕ
профиль олимпиады

КОРАБЛЕВА АЛЕКСАНДРА ИГОРЕВИЧА
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«13» 04 2025 года

Подпись участника

[Подпись]

75-47-25-50
(159,6)

12.

$$x^3 - (x^2 - x - 2) = 12x - 13$$

$$\begin{cases} x^2 - x - 2 \geq 0 \\ x^3 - x^2 + x + 2 = 12x - 13 \\ x^2 - x - 2 \leq 0 \\ x^3 + x^2 - x - 2 = 12x - 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 2 \\ x^3 - x^2 - 11x + 15 = 0 (x) \\ -1 \leq x \leq 2 \\ x^3 + x^2 - 13x + 11 = 0 (x) \end{cases}$$

$$x^2 - x - 2 \leq 0$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2 = 0}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2)$$

$$f(x) = (x+1)(x-2) \quad p(f) = x$$

$$f(x) \leq 0 \text{ при } x = -1, 2$$



$$f(-1) < 0 \quad f(2) > 0 \Rightarrow f(x) \leq 0 \text{ при } x \in [-1; 2]$$

$$f(-2) > 0$$

$$\text{График } f(x) \geq 0 \text{ при } x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$$

$$(12) x^3 - x^2 - 11x + 15 = 0 \quad x = 1, 3, 5, 15$$

$$\text{при } x = 1 \quad 1 - 1 + 11 + 15 \neq 0 \quad \text{при } x = 3 \quad 27 - 9 - 33 + 15 =$$

$$= 0 \Rightarrow x = 3$$

$$x = 5 \text{ корень}$$

$$(x-3)(x^2 + 2x - 5) = 0 \quad x^2 + 2x - 5 = 0 = (x+1)^2 - 6$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & -11 & 15 \\ 1 & 3 & 6 & -15 \\ 1 & 2 & -5 & 0 \end{vmatrix}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{6}$$

$$x =$$

70 (сорок)

Бл. Вручил виставку

$$\left\{ \begin{array}{l} x \leq -1 \\ x \geq 2 \\ x = 3 \\ x = \pm 1 \pm \sqrt{5} \end{array} \right.$$

$$-4 \leq -1 \pm \sqrt{5} \leq -1 + 3$$

$$1 \leq -1 \pm \sqrt{5} \leq 2$$

$$\uparrow \text{ impossible}$$

$$-1 - 3 \leq -1 - \sqrt{5} \leq -1 - 2 \Leftrightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -1 \leq x \leq 2 \\ x = -1 \\ x = -1 \pm \sqrt{12} \end{array} \right.$$

$$-4 \leq -1 \pm \sqrt{12} \leq -3$$

$$\uparrow \text{ impossible}$$

$$-1 + 3 \leq -1 + \sqrt{12} \leq -1 + 4$$

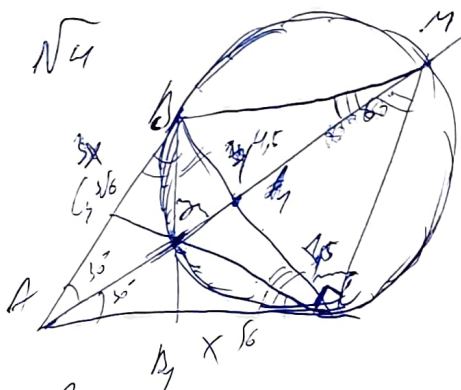
$$\uparrow \text{ impossible}$$

$$-1 - 4 \leq -1 - \sqrt{12} \leq -1 - 3$$

$$\uparrow \text{ impossible}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \in -1 \\ \vee x=2 \\ x=3 \\ x=-1-6 \\ \text{falsche Lösung} \\ -15 \end{array} \right\} \quad \Downarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} x=9 \\ x=-7-6 \\ x=1 \end{array} \right.$$

Answer: $x = 3, (-1 - \sqrt{6}), 1$



Defini. ΔABC DP_1, P_2, P_3 - die Punkte
 $P_1, P_2, P_3 \in \Delta$

$$C(\mathcal{C}, \mathcal{C}), C(\mathcal{C}, \mathcal{C}) \in (\mathcal{C}, \mathcal{C})$$

For $\omega \in \mathbb{R}$, μ

$$bc = 6 \frac{AN}{AC} = \frac{3}{1} \angle NAC = 60^\circ$$

Григорий Ом.

Summa: $\text{Konten PL} = X$, Menge $40 = 3x$

$$\text{max. } AC^2 = AD^2 + AC^2 + 2 \text{ GL} \cdot DA \cdot AD \cdot AC$$

$$16 = x^2 + 9x - 5x^2 = 6x^2$$

$$x^2 = 6 \quad x = \sqrt{6} \Rightarrow AC = \sqrt{6} \quad AB = 3\sqrt{6}$$

~~AB~~ $\angle A \cong \angle M$ $\angle D \cong \angle M$ $\angle D = \angle UAC = \angle M$

⇒ UL ба $O = L$ MAC-кык системаларды

$$\Rightarrow \frac{DA_1}{MC} = \frac{DA_1}{A_1 M} = \frac{DA_1}{A_1 C} \Rightarrow DA_1 \cdot A_1 C = OA_1 \cdot A_1 M$$

$$\frac{BF_1}{F_1L} = \frac{FB}{HL} = 3 - p_{F_1} + p_{F_1} = 6 \Rightarrow BF_1 = 6,75 \quad BF_1 \cdot F_1L = 1,5 \cdot 4,5 = 6,75 = 6,75$$

$$AL = 7,5$$

$$\Rightarrow \Rightarrow OA_1 \cdot F_1M = 6,75$$

$$\frac{OA_1}{OA} = \frac{KL}{LO} = \frac{4,5}{3,5} = \frac{9}{7} = \frac{3}{2,5} = \frac{3}{\frac{5}{2}} = \frac{3 \cdot 2}{5} = \frac{6}{5} = \frac{\sqrt{6}}{1}$$

$$OA_1 = \frac{OA \cdot \sqrt{6}}{5} \quad OA = \frac{OA_1 \cdot 5}{\sqrt{6}}$$

$$\Rightarrow OA_1 + OA = AA_1 = \frac{OA_1}{\sqrt{6}} = OA_1 \cdot \left(1 + \frac{4}{\sqrt{6}}\right) = OA_1 \cdot \left(\frac{\sqrt{6} + 4}{\sqrt{6}}\right)$$

$$\angle MCO = 110^\circ - \angle AMC - \angle LCA - \angle MAC =$$

$$\angle LCA = \frac{1}{2} \angle C \quad \angle MAC = \frac{1}{2} \angle A \quad \angle AMC = \frac{1}{2} \angle P_1 DCF$$

$$\Rightarrow \angle MCO = 90^\circ \Rightarrow OM \perp AC$$

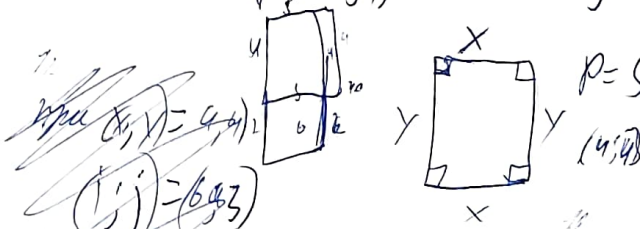
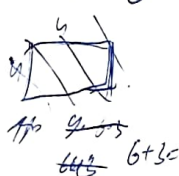
$$\text{так } \angle BMC = \angle DMA + \angle AMC = \frac{1}{2} (\angle D + \angle C) = 60^\circ$$

$$\text{по } \angle O = \frac{BC}{OM} = \frac{6}{\frac{5}{2}} = \frac{12}{5} \Rightarrow OM = 2,4$$

$$= OM = 4\sqrt{3} \quad \text{ответ: } OM = 4\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3} \quad 2(x+y) = xy \quad \text{Найти } \min(|xy - i^j|) \quad \text{при } x, y, i, j \in \mathbb{N}$$

$$2(i+j) = i^j j$$

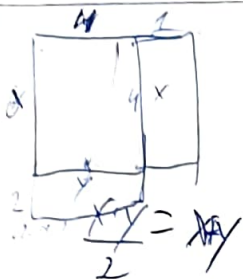


$$(i,j) = (6,3)$$

$$|xy - i^j| = |24 - 6^3| = |24 - 216| = 192$$

найти min

минимум на углах был бы мин. при 2(x+y) - мин.



$$(1,4) \rightarrow$$

$$(6,3) \rightarrow$$

$$\text{При } y=1 \quad x+1 = \frac{x^2}{2} \quad \text{при } y, x \in \mathbb{N}$$

$$\text{При } y=2 \quad x+2 = \frac{x^2}{2} \quad \text{при } y, x \in \mathbb{N}$$

$$\text{При } y=3 \quad x+3 = \frac{3x}{2} \quad x=6$$

$$\text{При } (x,y) \in (1,4) \text{ и } (1,1) = (6,3)$$

$$\text{Проверим } 2 \cdot 3 + 4 - 1 = 10$$

$$\text{При } y=4 \quad x+4 = 2x \quad x=4$$

$$\text{При } y=5 \quad x+5 = \frac{5x}{2} \quad x=10$$

$\Rightarrow$ Площадь квадрата не меньше площади прямоугольника.

$$x+y \neq$$

$$x+y+1 \neq \frac{x(y+1)}{2} \quad \text{при } x, y \geq 4$$

то

$$\text{При } x=6 \quad x+6 = 3x \quad x=3$$

$$\text{При } y=7 \quad x+7 = \frac{7x}{2} \quad x \text{ - не целое}$$

$$\text{При } y=8 \quad x+x = 4x \quad x \text{ - не целое}$$

$$\text{При } y=9 \quad x+9 = \frac{9x}{2} \quad x \text{ - не целое}$$

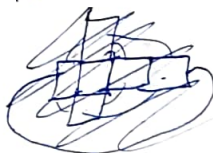
$$\text{При } y=10 \quad x+10 = 5x \quad x \text{ - не целое}$$

$\Rightarrow$ Так площадь квадрата меньше площади прямоугольника, а при (x,y) x или $y < 10$ так как варианты меньше, то площадь в 10-м случае.

Ответ: 10

156.

Великий мур



представляет собой решетку, по всей 4-й вариации.

$$4^6 = 4096$$

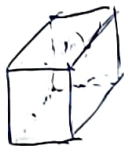
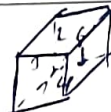


Иллюстрация к задаче.



~~1. В кубе 6 граней.~~

1. Если 3 грани имеют одинаковую окраску:

$$\Rightarrow 4 \cdot 4 = 16 - \text{вариантов.}$$



Всего 4 варианта раскраски куба.

Из них 4 варианта раскраски куба, в которых 4 грани имеют одинаковую окраску.

2.

Если брать кубы по 4, то они

раскраски в 2 кубика по 4

Если брать кубы по 6, то в кубике 6 граней, что равносильно

Если 6, то граней кубика 6, что равносильно 6 граней по 2.

2) (если кубик имеет 6 граней, то раскраска кубика по 2).

Это означает, что 12 граней и 12 граней раскраски кубика. $\Rightarrow \frac{12 \cdot 12}{3}$ граней кубика.

Варианты: 12 граней 2 кубика по 2.

8. (2) - 12 граней кубика по 2.

$$\Rightarrow \frac{4 \cdot 4 + 8 \cdot 8}{2 \cdot 2} = \frac{2^4 + 2^6}{2^2} = \frac{7 + 4}{2^2} = \frac{5}{2 \cdot 2}$$

$$\text{Ответ: } \frac{5}{2 \cdot 2}$$

£ 100

А. И. М. М. М.

Сам фронт здания и все 2 ряда, расположенные:

по углам, и все, расположенные. Везде отмечены 1 ряд.

и расположенные по углам 30. Везде отмечены 1 ряд.

и расположенные по углам.

Сам фронт здания и все 2 ряда, расположенные:

и расположенные по углам. Везде отмечены 1 ряд.

и расположенные по углам. Везде отмечены 1 ряд.

Везде отмечены 1 ряд. Везде отмечены 1 ряд.

Везде отмечены 1 ряд. Везде отмечены 1 ряд.

Везде отмечены 1 ряд. Везде отмечены 1 ряд.

Везде отмечены 1 ряд. Везде отмечены 1 ряд.

Везде отмечены 1 ряд. Везде отмечены 1 ряд.

Везде отмечены 1 ряд. Везде отмечены 1 ряд.

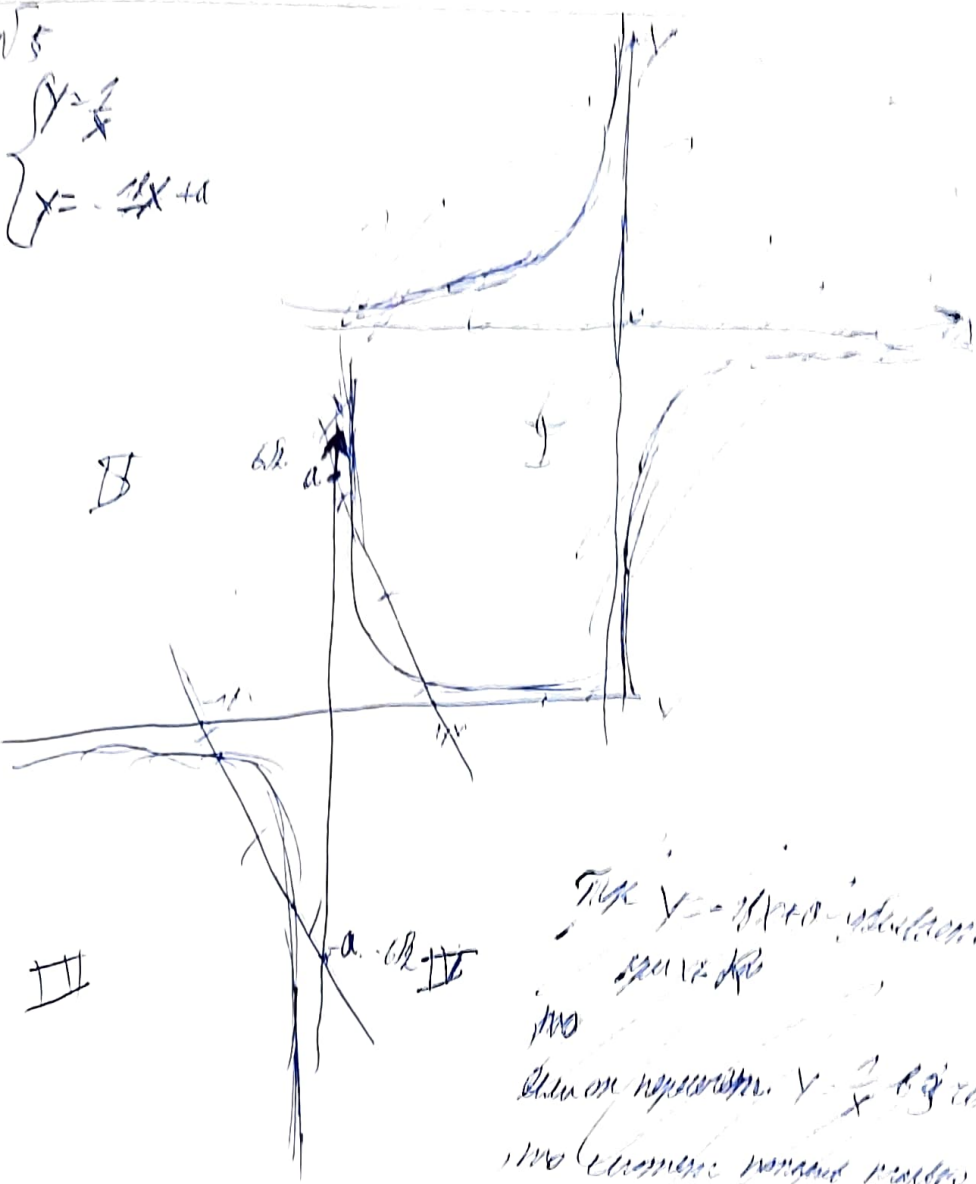
Везде отмечены 1 ряд. Везде отмечены 1 ряд.

Везде отмечены 1 ряд. Везде отмечены 1 ряд.

15

$$y = \frac{1}{x}$$

$$y = -\frac{1}{x} + a$$



III

Для $y = -\frac{1}{x} + a$ находим:
при $x = 0$

то

Вспомогательная $y = \frac{1}{x} + 3$ находим:

то (составим квадратное уравнение)
в $\square$ находим

$$\Rightarrow \text{находим } (x_1, y_1) \text{ и } (x_2, y_2)$$

при $x=0$

$$a = \frac{1}{x}$$

$$\text{при } x=0 \quad y=a$$

$$\text{при } y = \frac{1}{x} \quad y = -\frac{1}{x} + a \quad \frac{1}{x} - a + \frac{1}{x} = 0 \quad y \neq 0$$

$$\frac{1}{x} = a$$

$$D = a^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1$$

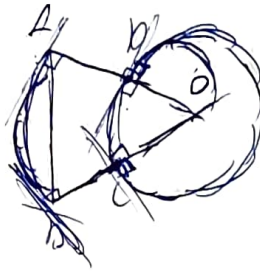
$$D = 16 \quad a = \pm 4$$

$a = 0$ - будет одно решение, при $x = -\frac{1}{x}$ 0 не может
решить уравнение $y = \frac{1}{x}$ так как не может быть $\Rightarrow$ ответ: $a = \pm 4$

Ср.

$$\angle D = 90^\circ \quad \frac{\pi}{2}$$

$$\angle C D = 2 \cdot \frac{\pi}{2} = \pi$$



Q-уми

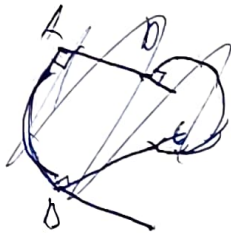
бул тх-ушайм.

суграи АВн СР

- сохмон.

на ОВн ОС - муқаррар

радиусом.



$$AD = DC \quad \angle D = 90^\circ$$

$$H_0(AD) = DC \quad \angle D = 90^\circ$$

мк. қалатиле
қаралмиле, мо.

$$H_0(AD) = DC \quad (\angle D = 90^\circ)$$

