0 394429 470002

39-44-29-47
(161.15)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 11 класс

+1 лист

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Кочетова Вячеслава Евгеньевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«13» апреля 2025 года

Подпись участника
ВЕ

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
39-44-29-47		+	+	+	+	+	±	∅	∅
	85	15	15	15	15	15	10	0	0

6) Верная ф-я оптимизации, верно найден cos α, в дальнейшем арифметическая ошибка при получении ответа

39-44-29-47
(161.15)

Черновик

$x \geq 1$

85 (восемьдесят пять)

$\sqrt{(2x-3)^2} + \sqrt{(3x-2)^2} -$

$-(\sqrt{(x-1)})^2 = \sqrt{6+\sqrt{20}} - \sqrt{6-\sqrt{20}}$

$|2x-3| + 3x-2 - x+1 =$

$= \sqrt{6+\sqrt{20}} - \sqrt{6-\sqrt{20}}$

$x \geq 1{,}5 \Rightarrow$

$(a+c)(a^2-ac+c^2) =$

$= (a+c)(a^2+b^2+c^2-2bc-2ab+2ac-$

$-(a-b+c)b+b^2$

$\Rightarrow \cancel{5x\ 4x-4 = }$

$ab+b^2-ac$

$\sqrt{\left(\sqrt{6+\sqrt{20}} - \sqrt{6-\sqrt{20}}\right)^2}$

$b^2-2bc-2ab+2ac$

$12 - 2\sqrt{36-20}$

$-ab+b^2+b^2$

$b^2 3$

$3b(b-a)$

$-a\ 2ab-2bc+2ac=0$

$2 = |2x-3| + 2x - 1$

$-2c(b-a)=0$

$3-2x = |2x-3|$

$\left[\begin{array}{l} 2x-3=3-2x;\ x=1{,}5 \\ 2x \geq 1{,}5 \\ 3-2x=3-2x; \\ x<1{,}5 \end{array}\right.$

$a^3-b^3+c^3=$

$= (a^2+b^2+c^2-2bc-2ab+2ac)(a-b+c) =$

$3(ab^2+ba^2+bc^2+b^2c+ac^2+a^2c) =$

$= 6abc$

$= a^3+ab^2+ac^2-2abc-2a^2b+2a^2c-ab^2-b^3-bc^2+2bc^2+2ab^2+$

$+2abc+a^2c+b^2c+c^3-2bc^2-2abc+2ac^2$

Черновик

$3^{5-\frac{1}{x}} \geq a + \sin 4^x$

$3^{5-\frac{1}{x}} = a + \sin 4^x$

$3^{5-\frac{1}{x}} \geq a + 1$

$1 - 2\sin^2 x = \cos 2x$

$x > 0 \Rightarrow \frac{1}{x} > 0$

$(3^5; \text{и } 0)$

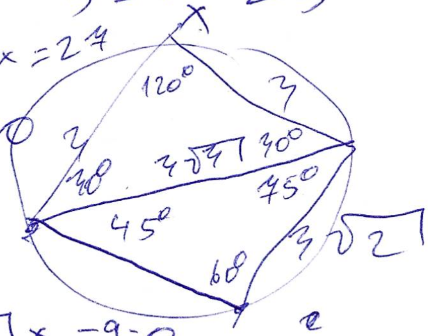
$5 - \frac{1}{x} < 5$

$a - 1 \geq 3^5$

$a \geq 3^5 + 1$

$18 + x^2 - 3\sqrt{2}x = 27$

$x^2 - 3\sqrt{2}x - 9 = 0$



$\frac{3}{\sin x} = 6$

$a - 1 > 3^5$

$a > 3^5 + 1$

$\frac{3\sqrt{2}}{\sin x} = 6$

$x^2 - 3\sqrt{2}x - 9 = 0$

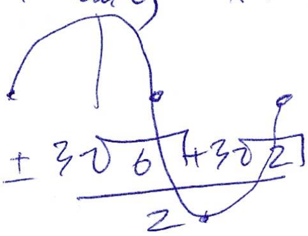
$a - 1$

$\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$18 + 4 \cdot 9$

x - любое

4^x



$9 + x^2 - 2 \cdot x \cdot 3 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 18$

$6 \cdot 9 \quad \frac{\pm 3\sqrt{6} + 3\sqrt{2}}{2}$

$9 + 3\sqrt{2}x = x^2$

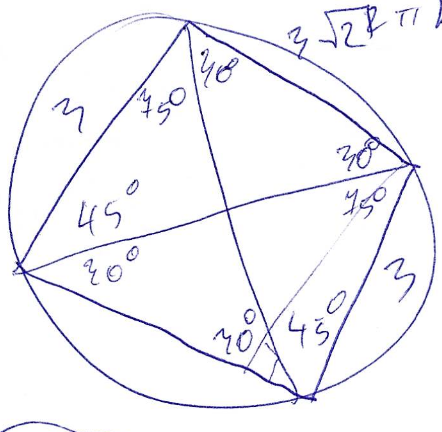
$3\sin 75 \cdot \frac{3\sqrt{2} + 6\sin 75}{2}$

$3\sqrt{2}\pi k + \frac{3\pi}{2} = 4^x$

$\frac{9}{\sqrt{2}} \sin 75 + 9\sin^2 75$

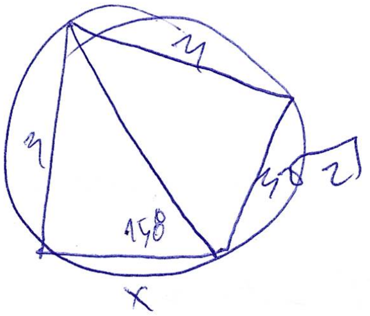
$\frac{a}{\sin 75} = 6$

$a = 6\sin(75)$



$\frac{\sin 75 \cdot 3 \cdot 6\sin 75}{2} +$

$+ 3\sqrt{2} \cdot 3$



39-44-29-47 (161.15)

Черновик

~~sin~~

$2\sin^3(\pi x)\cos^3(\pi x)$

$a^3 - b^3 + c^3$

$0{,}9\pi$ $1{,}6\pi$

$\cancel{a^2(a+b+c)^3} = a^3$

$\sin(\pi x) - 2\sin\pi x\cos\pi x +$
$+ 4\cos 2\pi x \cos\pi x \sin\pi x$

$1 - 2\cos\pi x + 4\cos 2\pi x \cos\pi x$

$(a+b+c)^2(a+b+c)$

$(a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac)(a+b+c)$

$\cancel{2\cos\pi x(4\cos^2\pi x - 1)}$

$a^3+ab^2+ac^2+2a^2b+2abc+2a^2c+$
$+b^3+\cancel{ba^2+b}$
$a^2b+a^2c+2\cancel{b^2}a\; 2ab^2+2b^2c+$
$+2abc$

$\cos 2\pi x = 2\cos^2\pi x - 1$

$a^3+b^3+c^3 = a^3+b^3+c^3+\boxed{3a^2b+3ba^2}+6abc$

~~sin~~

$(a+b)(a^2-ab+b^2) = (a+b)((a-b+c)^2 + (a-b+c)b + b^2)$

$\cancel{a^2-ab+b^2} = a^2+b^2+c^2-2ab-2bc+2ac-$
$-ab+b^2-bc+b^2$

$c^2+2b^2-2ab-3bc+2ac=0$

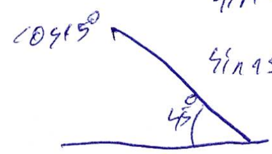
$\cancel{2b(b-a-c)}$

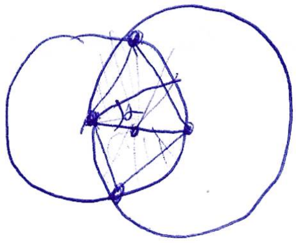
$(a-b+c)\;bc(b+c)\quad a(-2b+2c)$

~~$ab+ac-b^2-bc+bc+c^2$~~

Черновик

$\sin(75^\circ)$ $\sin(175^\circ)$





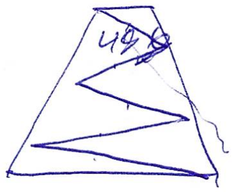
$x = -a_1$

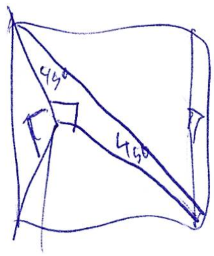
~~$a_1^2 \ldots - a_1 b_1 +$~~

$12 a_1 : a_2, a_3$

$18 a_2 : a_1, a_4$

$24 a_4 : a_1, a_2$

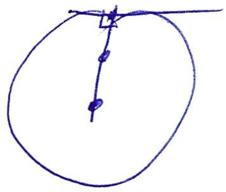




2048

$a_1 = a_2 \Rightarrow$ $x^2 + b_1 x + 12 =$

$= x^2 + b_2 x + 18$

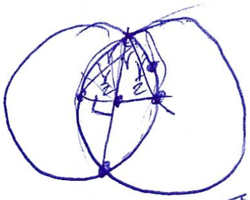


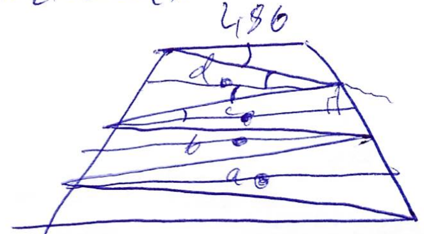
$-b_1 = a_2 + a_3$

$1 - 2\cos x + 4\cos 2x \cos x$

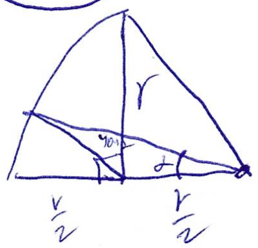
$12 : a_2, a_3$ $6 + b_2 x = b_1 x$

$18 : a_1, a_3$





$12 = a_2 \cdot a_4$



$18 = a_1 \cdot a_3$

~~2012+~~ 2048

$2 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 6 (a_1 a_2 a_4)^2$

$24 = a_2 \cdot a_1$

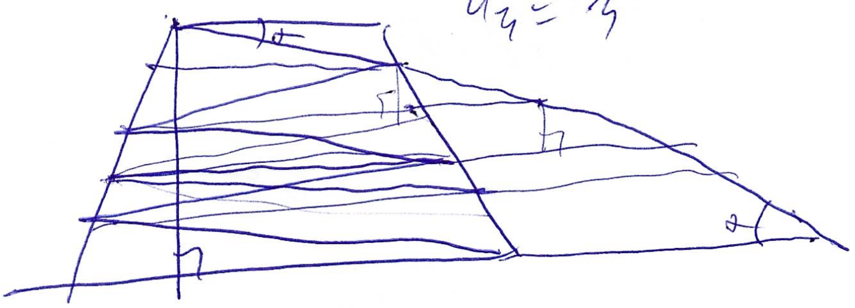
$72 = a_1 a_2 a_4$

$5 - 4\cos x$ $2 - 2\cos x$

$a_1 = 6$, $a_2 = 4$

$\frac{c + 486}{2} = d$ $3 \cdot 2\cos x$

$a_4 = 3$



$\sin^3 x$ (~~$8\cos^3 x$~~ $1 - 8\cos^3 x + 64\cos^3 2x \cos^3 x$

$\cos^3 2x = (2\cos^2 x - 1)^3 = 8\cos^6 x - 12\cos^4 x +$

$+ 6\cos^2 x - 1$

39-44-29-47
(161.15)

Чистовик

№1

$$\sqrt{4x^2-12x+9}+\sqrt{9x^2-12x+4}-\left(\sqrt{(x-1)^2}\right)=$$
$$=\sqrt{6+\sqrt{20}}-\sqrt{6-\sqrt{20}}$$

Ор: $\sqrt{(2x-3)^2}+\sqrt{(3x-2)^2}-\left(\sqrt{(x-1)^2}\right)^2=$
$$=\sqrt{6+\sqrt{20}}-\sqrt{6-\sqrt{20}}$$

Ор: $x\geq 1 \Rightarrow 3x-2>0$

$\sqrt{6+\sqrt{20}}-\sqrt{6-\sqrt{20}}>0 \Rightarrow$

$$\left(\sqrt{6+\sqrt{20}}-\sqrt{6-\sqrt{20}}\right)=\sqrt{\left(\sqrt{6+\sqrt{20}}-\sqrt{6-\sqrt{20}}\right)^2}=$$
$$=\sqrt{12-2\sqrt{36-20}}=\sqrt{12-8}=\sqrt{4}=2$$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}2x-3>0; & x>1{,}5\\ 2x-3+3x-2-x+1=2; & 4x=6;\ x=1{,}5\end{cases}\\ \begin{cases}2x-3\leq 0; & x\leq 1{,}5\\ -2x+3+3x-2-x+1=2; & 2=2\end{cases}\end{array}\right.$$

$x\in[1;1{,}5]$

Ответ: $x\in[1;1{,}5]$

Черновик

№2

$3^{5-\frac{1}{x}} \geq a+\sin 4^x$

~~$\sin 4^x=-1$~~ $\Rightarrow$

графики функций $y=3^{5-\frac{1}{x}}$ и $y=a+\sin 4^x$ непрерывны при $x>0$ $\Rightarrow$

чтобы не было ни одного решения $x>0$, нужно, чтобы ~~всегда~~ при каждом $x>0$

$3^{5-\frac{1}{x}} < a+\sin^2 4^x$

$\neq$ наим. знач. $a+\sin 4^x$ при $\sin 4^x=-1$

$\Rightarrow$ тогда $a-1$; $\sin 4^x=-1$; $4^x=1{,}5\pi+2\pi k$ $(k\in Z)$

наиб. знач. $3^{5-\frac{1}{x}}$ $x=\log_4(1{,}5\pi+2\pi k)$ не достигается, но

$5-\frac{1}{x}$ $\neq$ макс. при максимальном x $\Rightarrow$

$3^{5-\frac{1}{x}} \rightarrow 3^5$ при $x\rightarrow+\infty$ $\Rightarrow 3^{5-\frac{1}{x}} < 3^5$ ~~$\Rightarrow$~~

$\Rightarrow a-1$ ~~Если взять~~

$x=\log_4(1{,}5\pi+2\pi k)$ Если взять $k\rightarrow\infty$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow x\rightarrow\infty$; $\sin 4^x=-1$ $\Rightarrow$ нужно, чтобы

$a-1\geq 3^5 \Rightarrow a\geq 3^5+1=244$

при $a=244$ $3^{5-\frac{1}{x}} < a+\sin 4^x$ - всегда т.к.

мы рассмотр. ~~на~~ крайние случаи

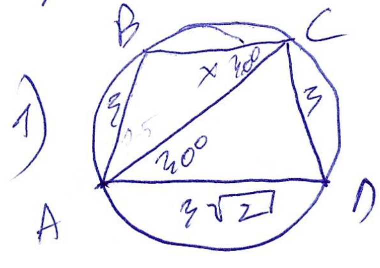
Ответ: $a=244$

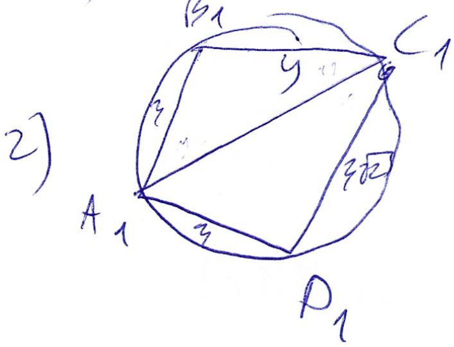
Чистовик

№ 4

Если четырех-уг. вписан в окр. => он выпуклый => существует 2 вар. расположения сторон.

$BC = x$ $(R=3)$

1) 

2) 

~~$\angle CAD$~~ (теор sin)

1) $\frac{CD}{\sin(\angle CAD)} = 2R \Rightarrow \sin(\angle CAD) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \angle CAD = \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}$

$\angle CAD \neq \frac{5\pi}{6}$, т.к. в $\triangle CAD$: $AD > CD$ (см. исход) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ACD > \angle CAD \Rightarrow \angle CAD + \angle ACD > 150° \cdot 2 = 300° \Rightarrow$

$\Rightarrow$ невоз. (сумма угл. в $\triangle$) $\Rightarrow$

$\angle CAD = 30°$

(св. впис чет/уг)

$\angle BCA = \angle CAD = 30°$

~~$\angle ACD = \frac{AD}{}$~~ $\frac{AD}{\sin(\angle ACD)} = 2R \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin(\angle ACD) = \frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ACD = \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}$; $\angle ACD \neq \frac{3\pi}{4}$, т.к.

тогда $\angle ACD + \angle ACB + \angle CAD > 180°$ (св. ~~пр~~ чет/уг впис)

$\Rightarrow \angle ACD = \frac{\pi}{4}$; $\angle BAD = 180° - \angle BCD = 180° - 75° = 105°$ (св. впис. чет/уг.)

$\angle BAC =$ ~~$\angle CAD$~~ $\angle BAD - \angle CAD = 75°$

чистовик

2) аналог. $\angle A_1C_1D_1 = 30^\circ$

$\angle B_1C_1A_1 = 30^\circ$

$\angle C_1A_1D_1 = 45^\circ$ $\Rightarrow$

(св. впис. четыр/уг.)

$\Rightarrow$ аналог. $\angle B_1A_1C_1 = 75^\circ$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $\dfrac{B_1C_1}{\sin(\angle B_1A_1C_1)} = 2R \Rightarrow B_1C_1 = 2R\sin(\angle B_1A_1C_1) =$

$= 2R\sin(\angle BAC) = BC$

$\angle A_1B_1C_1 = \angle ABC$ (сумма угл. $\triangle$)

$\Rightarrow$ (приз. рав. $\triangle$) $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$; (св. впис. четыр. уг. $\angle ADC = \angle A_1D_1C_1 = 180^\circ - \angle A_1B_1C_1 = 180^\circ - \angle ABC$) $\triangle \cancel{ADC}\ CDA = \triangle A_1D_1C_1$

$\Rightarrow S(A_1B_1C_1D_1) = S(\triangle A_1B_1C_1) + S(\triangle A_1D_1C_1) =$

$= S(\triangle ABC) + S(\triangle CDA) = S(ABCD) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ в обоих случаях площадь одинаковая

$\cancel{S(ABCD) =}$

$\cancel{S(\triangle}$ ~~(теор cos $\triangle$ CDA)~~

$AC^2 \cancel{= AD^2 + CD^2 - 2AD \cdot CD \cos(\angle CDA) =}$

$\cancel{= 18 + 9 - 2 \cdot 3\sqrt{2} \cdot 3 \cdot \cos(180^\circ - 45^\circ - 30^\circ)}$

~~(теор cos $\triangle$ ABC)~~

$\cancel{AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2 \cdot BC \cdot AC \cos(\angle BCA)} \Rightarrow$

$\cancel{9 =}$

(теор sin $\triangle$ BAC)

$\dfrac{BC}{\sin(\angle BAC)} = 2R = 6 \Rightarrow BC = 6\sin 75^\circ$

$\angle BCA = \angle CAD \Rightarrow BC \parallel AD \Rightarrow$ (приз. парал. прям. сек. CA) ($BC \neq AD$)

$\Rightarrow S(ABCD) = \dfrac{AD+BC}{2} \cdot h = \dfrac{3\sqrt{2} + 6\sin 75^\circ}{2} \cdot CD \cdot \sin(\angle CDA) =$ ABCD-трап. $\Rightarrow$

Чистовик

$$= \frac{(3\sqrt{2}+6\sin 75^\circ)\cdot 3\cdot \sin 75^\circ}{2}$$

$\sin 75^\circ = \cos 15^\circ$ и $2\cos^2 15^\circ - 1 = \cos 30^\circ$;

$$\sin 75^\circ = \cos 15^\circ = \sqrt{\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}+1}{2}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$$

$$S(AMCD) = \frac{\left(3\sqrt{2} + \frac{6\cdot\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}\right)\cdot 3\cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}}{2} =$$

$$= \frac{3\sqrt{2}\cdot 3\cdot\sqrt{2+\sqrt{3}}}{4} + \frac{6\cdot(2+\sqrt{3})\cdot 3}{8} =$$

$$= \cancel{9\sqrt{2}\cdot} \frac{9\sqrt{4+2\sqrt{3}}}{4} + \frac{9(2+\sqrt{3})}{4} =$$

$$= \frac{9}{4}\left(\sqrt{4+2\sqrt{3}} + 2 + \sqrt{3}\right)$$

Ответ: $\frac{9}{4}\left(\sqrt{4+2\sqrt{3}} + 2 + \sqrt{3}\right)$

N 5

$f_1(-a_1) = 0 \Rightarrow$ $f_2(-a_1) = 0$ и $f_4(-a_1) = 0 \Rightarrow$

$(-a_1+a_2)(a_1^2 - a_1 b_2 + 18) = 0$ ~~Если~~

$$\left[\begin{array}{l} a_1 = a_2 \Rightarrow \underset{(f_1(x)=f_2(x))}{(x+a_1)(x^2+b_1x+12) = (x+a_1)(x^2+b_2x+18)};\ (b_1-b_2)x = 6 \text{ -- невоз.} \\ a_1^2 - a_1 b_2 + 18 = 0 \end{array}\right.$$

$\Rightarrow -a_1$ - корень $x^2 + b_2x + 18$.

аналог. $-a_1$ - корень $x^2 + b_3x + 24$

аналог. $-a_2$ - корень $x^2 + b_1x + 12$

$-a_2$ - корень $x^2 + b_3x + 24$

аналог. $-a_4$ - корень $x^2 + b_1x + 12$

$-a_4$ - корень $x^2 + b_2x + 18$

$ax^2+bx+c=0 \Rightarrow$ ~~чистовик~~ $\frac{c}{a}=x_1x_2 \Rightarrow \frac{b}{a}=-x_1-x_2$

$\Rightarrow \begin{cases} 12 = (-a_2)(-a_3) = a_2a_3 \\ 18 = (-a_1)(-a_3) = a_1a_3 \\ 24 = (-a_1)(-a_2) = a_1a_2 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow 12\cdot18\cdot24 = (a_1a_2a_3)^2 \Rightarrow a_1a_2a_3 = 72 \Rightarrow$

$\Rightarrow a_1 = 6;\ a_2 = 4;\ a_3 = 3$

$b_1 = a_3+a_2 = \cancel{6+4}\ 4+3 = 7$

$b_2 = a_1+a_3 = 6+3 = 9$

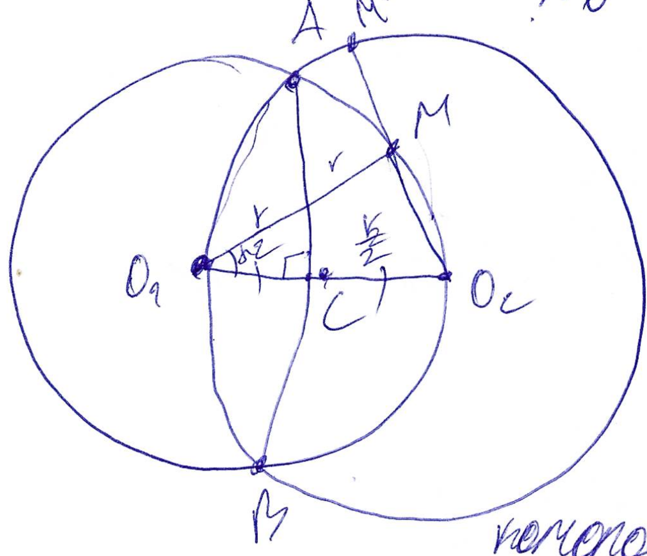
$b_3 = a_1+a_2 = 6+4 = 10$

$a_1+b_1+a_2+b_2+a_3+b_3 = \cancel{6+5+}\ 6+7+4+9+$

$+3+10 = 39$

Ответ: 39

№6

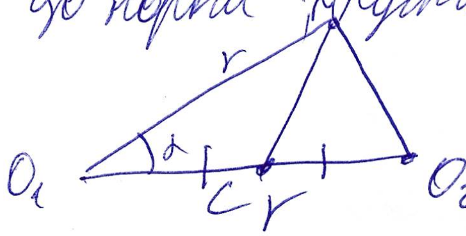


$r = \frac{1}{2+\sqrt{2}}$

(из сообр. симметр. (·)$M \in \cup AO_2$)

Пусть M - (·) с которой начался путь мышки к вору зону двойного полива $\Rightarrow$

CM - наим. расстояние которое она может пробежать до норки. Пусть $\angle MO_1O_2 = \alpha$



(теор cos в $\triangle MC$)

$MC^2 = O_1M^2 + O_1C^2 - 2O_1M\cdot O_1C\cos\alpha =$

$= r^2 + \frac{r^2}{4} - r^2\cos\alpha \Rightarrow$

Чистовик

$MC = r\sqrt{\frac{5}{4} - \cos\alpha}$

наименьший путь от внешней зоны к (.)M через ~~одиночную~~ зону одиночного полива $= O_2M' - MO_2 =$ $((.)M' = MO_2 \cap \text{окр}(O_2; r))$

$= r - MO_2$;

$MO_2^2 =$ (теор cos в $\triangle O_1MO_2$)

$O_1M^2 + O_1O_2^2 - 2O_1M \cdot O_1O_2 \cos\alpha =$

$= r^2 + r^2 - 2r^2\cos\alpha \Rightarrow MO_2 = r\sqrt{2 - 2\cos\alpha} \Rightarrow$

$\Rightarrow MM' = r - r\sqrt{2-2\cos\alpha}$

$\Rightarrow \cancel{2 \cdot MC + MO_2}$

нам нужно найти $2 \cdot MC + MM' =$

$= 2r\sqrt{\frac{5}{4} - \cos\alpha} + r - r\sqrt{2-2\cos\alpha} =$

$= r\left(2\sqrt{\frac{5}{4} - \cos\alpha} + 1 - \sqrt{2-2\cos\alpha}\right)$

~~рассмотр.~~ $\cancel{2\sqrt{\frac{5}{4} - \cos\alpha} - \sqrt{2-2\cos\alpha} \vee 0}$

$4 \quad 2\sqrt{\frac{5}{4}}$ т.к.

$\cancel{2\sqrt{5}} \quad \cancel{\left(2\sqrt{\frac{5}{4} - \cos\alpha}\right)^2 > \left(\sqrt{2-2\cos\alpha}\right)^2}$

$\cancel{5 - 4\cos\alpha > 2 - 2\cos\alpha}$

$\cancel{3 > 2\cos\alpha}$

$\cancel{\Rightarrow \sqrt{\left(2\sqrt{\frac{5}{4} - \cos\alpha} - \sqrt{2-2\cos\alpha}\right)^2} =}$

$\cancel{= \sqrt{5 - 4\cos\alpha + 2 - 2\cos\alpha - 4\sqrt{2{,}5 - 2\cos\alpha + 2{,}5\cos\alpha + 2\cos^2\alpha}} =}$

$\cancel{= \sqrt{7 - 6\cos\alpha - 4\sqrt{2{,}5 + 0{,}5\cos\alpha + 2\cos^2\alpha}}}$

Чистовик

$f(\alpha)=r\left(1+2\sqrt{\frac{5}{4}-\cos\alpha}-\sqrt{2-2\cos\alpha}\right)$

$f'(\alpha)=\frac{r}{\sqrt{\frac{5}{4}-\cos\alpha}}\cdot\sin\alpha-\frac{r}{2\sqrt{2-2\cos\alpha}}\cdot 2\sin\alpha=$

$=r\sin\alpha\left(\frac{1}{\sqrt{\frac{5}{4}-\cos\alpha}}-\frac{1}{\sqrt{2-2\cos\alpha}}\right)=$

$=\frac{r\sin\alpha\left(\sqrt{\frac{5}{4}-\cos\alpha}-\sqrt{2-2\cos\alpha}\right)}{\sqrt{\frac{5}{4}-\cos\alpha}\sqrt{2-2\cos\alpha}}\Rightarrow$

$\sqrt{\frac{5}{4}-\cos\alpha}=\sqrt{2-2\cos\alpha}\Rightarrow$

$\Rightarrow\frac{5}{4}-\cos\alpha=2-2\cos\alpha$

$f'(\cos\alpha)$ $\quad\frac{3}{4}=\cos\alpha$

$-\quad\frac{3}{4}\quad+\quad\cos\alpha$

$\Rightarrow$ точка минимума при $\cos\alpha=\frac{3}{4}\Rightarrow$

$\Rightarrow 2\cdot MC+MM'=r\left(2\sqrt{\frac{5}{4}-\frac{3}{4}}+1-\sqrt{2-2\cdot\frac{3}{4}}\right)$

$=r\left(\sqrt{2}+1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\frac{\sqrt{2}+1-\frac{1}{\sqrt{2}}}{2+\sqrt{2}}=$

$=\frac{2+\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}+2}=\frac{1+\sqrt{2}}{\cancel{2+\sqrt{2}}\ 2\sqrt{2}+2}=\frac{1}{2}$

Ответ: $\frac{1}{2}$

N 4

Пусть $\sin^3(\pi x)=a$; $\sin^3(2\pi x)=b$; $\sin(3\pi x)=c$

$a^3-b^3+c^3=(a-b+c)^3$

$a^3+c^3=(a-b+c)^3+b^3$

$(a+c)(a^2-ac+c^2)=(a+c)((a-b+c)^2-(a-b+c)b+b^2)$

$(a+c)(a^2-ac+c^2)=(a+c)(a^2+b^2+c^2-2ab-2bc+2ac-ab+b^2-bc+b^2)$

Чистовик

$\left[\begin{array}{l} \cancel{a}a+c=0 \;;\; a=-c \\ \cancel{2b^2-2bc}\,3b^2-2ab-2bc+3ac-ab-bc=0 \end{array}\right.$

②: $3b^2-3ab+3ac-3bc=0$

②: $3b(b-a)+3c(a-b)=0$

②: $\cancel{3b-3c}\;3(b-c)(b-a)=0 \Rightarrow$

Обр. зам.

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} b=c \;;\; \sin(2\pi x)=\sin(4\pi x) \\ \cancel{a=b}\,b=a \;;\; \sin(2\pi x)=\sin(\pi x) \\ a=-c \;;\; \sin(\pi x)=-\sin(4\pi x) \end{array}\right.$

$(k\in Z)$

$\left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} 2\pi x=4\pi x+2\pi k \;;\; 2\pi x=2\pi k \Rightarrow x\in Z \\ 2\pi x=\pi-4\pi x+2\pi k \;;\; 6\pi x=\pi+2\pi k \;;\; x=\frac{1+2k}{6} \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} 2\pi x=\pi x+2\pi k \;;\; x=2k \\ 2\pi x=\pi-\pi x+2\pi k \;;\; x=\frac{1+2k}{3} \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} \pi x=-4\pi x+2\pi k \;;\; x=\frac{2k}{5} \\ \pi x=\cancel{\pi}\,\pi+4\pi x+2\pi k \;;\; x=\frac{-1-2k}{3} \end{array}\right. \end{array}\right.$ $(k\in Z)$ $\cancel{\frac{2k-1}{3};\ \frac{3k+1}{3}}$

$\Rightarrow \cancel{x\in}\ \cancel{x\in}\ x\in Z \;;\; x=\frac{1+2k}{6} \;;\; x=\frac{1+2k}{3} \;;\; x=\frac{2k}{5}$

при $x\in[0,3;1,6]$

$x=1$; $x=\frac{1}{2}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{7}{6}$; $1,5$; $x=\frac{1}{3}$; 1 ; $x=0,4$; $0,8$; $1,2$; $1,6$

Ответ: $x=\frac{1}{3}$; $0,4$; $\frac{1}{2}$; $0,8$; $\frac{5}{6}$; $\frac{7}{6}$; $1,2$; $1,5$; 1 ; $1,6$.