



0 361218 430004

36-12-18-43

(157.7)



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 5-6 класс

Место проведения Москва, 2^{ой} корпус
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов“
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Кудимова Максима Сергеевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«13» 04 2025 года

Подпись участника

N 1.

Так как каждый из ребят живёт минимум на 2 этаже, он в любом случае проходит в 8 ступеней от 1 этажа до земли. Значит, из всех чисел нужно вычесть эти 8 ступеней. Получится:

Антон - 52

Боря - 91

Вася - 104

Гена - 143

Данила - 156

А так как число ступеней одинаково, нужно найти НОД всех этих чисел:

$$\begin{array}{r|l} 52 & 2 \\ 26 & 2 \\ 13 & (13) \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 91 & (13) \\ 7 & 7 \\ 1 & \\ 143 & (13) \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 104 & 2 \\ 52 & 2 \\ 26 & 2 \\ 13 & (13) \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 156 & 2 \\ 78 & 2 \\ 39 & 3 \\ 13 & (13) \\ 1 & \end{array}$$

Их НОД равен 13. Значит, ступеней между этажами 13. А теперь, разделив все числа на 13 и прибавив к частному 1, мы получим, кто на каком этаже живёт (1 прибавляется из-за того, что 1 этаж учитывается сразу же)

Антон: $52 : 13 + 1 = 5$

Чистовик

$$\text{Торя: } 91 : 13 + 1 = 8$$

$$\text{Васа: } 104 : 13 + 1 = 9$$

$$\text{Тена: } 143 : 13 + 1 = 12$$

$$\text{Данила: } 156 : 13 + 1 = 13$$

Ответ: Антон на 5, Торя на 8,
Васа на 9, Тена на 12, Данила
на 13.

N2

Если такая пара ~~чисел~~ чисел
при делении на 10 будет
давать одно и то же число, ~~они~~
~~то~~ первое ~~одно~~ из них точно не
будет суперсчастливым, так как
разница в цифрах будет 1,
а значит, одна из них будет
нечётной, чего не должно быть.

Среди двузначных чисел суперсас-
тливого точно не может быть.

Слишком мало вариаций для разделения
разделение на 2 равные части.

В таком случае можно ^{поискать} среди
3-ёх — значных. Очевидно, если ^{второе} ~~одно~~
из них будет делиться на 100,
то в такой паре не будет
1 суперсчастливого числа, так как

Чистовик

разделить на 2 равные части, например, 400, невозможно. Чтобы было 3-значное число (второе в паре) было сбалансировано, оно должно иметь вид $110x$ (x - однозначное). Оно тогда будет сбалансировано.

Но нужно, чтобы сбалансированное было и перед ним. Вариант в таком случае только 1 - 549. Следующее за ним - 550 - тоже сбалансировано.

Ответ: наименьшее сбалансированное число - 549.

№3
Цифра ~~8~~ Чтобы получить цифру 8 на данной циферблате, нужно, чтобы все циферблаты горели. Поэтому тщательно, чтобы она повторялась как на как можно больше циферблатов. Это возможно только на 2, 4 и 6 цифре (если нумеровать все 6 клеток циферблата слева направо). На остальных клетках цифра 8 загореться не

Чистовик

может.

Теперь нужно найти такие 2 цифры, у которых минимально разница и которые могут проверить сразу все цифры из клетки. Минимально разница между 1 и 3 (это можно проверить). Также подходят 0 и 2, а также 2 и 4.

Но на проверку оказалось, что цифрой 8 пользоваться необязательно. Используя то, что $0 \neq 4 \neq 8$ нуле отсутствует всего 1

наборка, можно пользоваться им. Все возможные цифры перед 0 - это 2, 9, 3, 5. У всех горит средняя цифра, которой нет у 0. Поэтому, можно сесть перед циферблатом в 23:59:59, а через секунду время станет 00:00:00. Таким образом, все наборы будут проверены.

~~Ответ: время, во сколько нужно сесть перед циферблатом: 23:59:59~~
Зайнел

Чистовик

Ответ: Время, в которое нужно
сесть перед циферблатом:

23:59:59

Время проверки: 1 секунда.

NY

Чтобы ~~уже~~ легче было ~~решить~~
решить эту задачу, восполь-
зуемся методом решения знаме-
нитой задачи о бассейнах.

Для этого:

мама - в минуту $\frac{1}{6}$ бани

Бабушка - в минуту $\frac{1}{5}$ бани

Петя - в минуту $\frac{1}{4}$ бани

Папа - в минуту ? бани

Из этого видно, что за
минуту на тарелку прибав-
ляется $\frac{1^5}{6} + \frac{1^6}{5} - \frac{1}{4} = \frac{5}{30} + \frac{6}{30} - \frac{1}{4} = \frac{11^2}{30} - \frac{1^{15}}{4} =$

$= \frac{22}{60} - \frac{15}{60} = \frac{7}{60}$ бани. А нужно,

чтобы добавлялась $\frac{1}{5}$ бани, то есть,
 $\frac{12}{60}$. Значит, в минуту папа
должен печь $\frac{12}{60} - \frac{7}{60} = \frac{5}{60}$ бани, а

Чистовик

$$\text{в час: } \frac{5}{60} \cdot \frac{60}{1} = 5$$

Ответ: папа должен переезжать 5 домов в час.

N 5

Так как граней всего 6, ~~отсюда~~ оптимальным вариантом будет проверить все грани на максимально возможное кол-во муков;

1: Напротив 6, туда переносит $2+3+4+5 \rightarrow 14$ муков

2: Напротив 5, туда переносит $1+3+4+6 \rightarrow 14$ муков

3: Напротив 4, туда переносит $1+2+5+6 \rightarrow 14$ муков.

~~4: Напротив 3, туда переносит $1+2+5+6 \rightarrow 14$ муков~~

~~5: Напротив 2~~

~~Последние 3 грани проверять бессмысленно, так как пребываются будут те же самые мушкетеры, что и на гранях~~

Чистовик

напротив, но вычитаться уже
будет больше. Кстати, вычитание
вычитание происходит из этого
того, что жуки, сидящие на
проверенной грани, используют
с ней.

Если же какое-то
жуки попадет не туда, куда
во жуки, сидящие с ними на
одной грани, то будет только
жуки: жуки не "жукаются",
а это только уменьшит

4. Остальное проверять нет
смысла: кол-во жуков будет
совпадать с кол-вом на
противоположной грани. При
этом, если жуки попадут не
в одну клетку, а в разные,
то это только ухудшит по-
ложение: они будут в разных
местах, а нужно, чтобы они
"жуковались". Значит, максимум
на одной клетке может сидеть

14 хуков.

Ответ: 14 хуков.

N 6

Узнавая понятие, что
опоздал Боря. Ведь даже в худшей
ситуации (Андрей ~~приехал~~ ~~ушёл~~ 10 мин,
идет 8 мин и ехал 5 мин).
Они они вышли по крайней
мере одновременно. Это еще не
учитывать даже, когда уходит
автомобиль от Б~~Ж~~. Поэтому для
проверки лучше всего взять
оптимальный путь Андрея. Это
значит, что он ~~ушёл~~ 10 мин, не идет
и ехал 5 мин. То есть, он
дотих А за 15 мин. Теперь
посмотрим на Бору. В тот
момент, когда Андрей ~~сел~~ в
автомобиль, Боря только ~~ушёл~~
ушёл до ~~пер~~ остановки. И
так как автомобили появляются
на остановках каждые 8 минут,
Боре, когда он пришел к
остановке, пришлось ждать

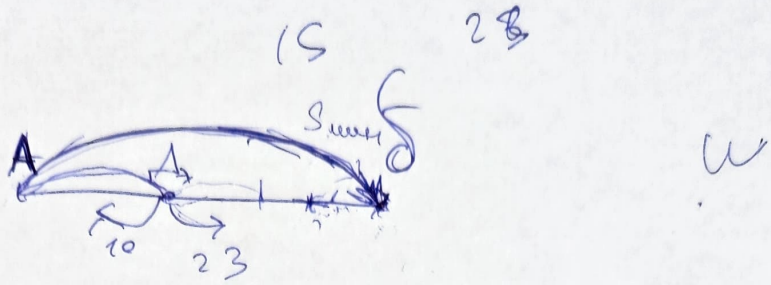
3 мин. (это потому что чистовик
из А выехал на 10 минуте
пути Бори. А так как из ВБ
автомобили выходят одновременно с
А, то и следующий (выехавший
В ~~на 18~~ на 18 минуте пути Бори)
Боря пропускает. И только на
следующий за ним автомобиле
он попадает, и ждать его
приходится $8 - (23 - 18) = 3$ минуты)

Отсюда вывод: Когда Андрей
доехал до Б, Боря находился в
 $23 - 18$, то есть, в 8 ~~минутах~~
минутах ~~от~~ ходьбы от Б.
Тогда ещё ждал автомобиле 3 минуты.

Значит, Боря приехал позже Андрея
на $8 + 3$, то есть, на 11 мин.
А так как Андрей приехал
за ~~то~~ 6 мин до начала
урока, то Боря опоздал на
него (на урок) на $11 - 6$, то есть,
на 5 мин

Ответ: Опоздал Боря на 5 мин.

Черновик



15

10

8

15



10, 5 + 5 = 20

