



дешифт

[illegible]

реформа

$$\cos 15^\circ = \cos \frac{30^\circ}{2} \Rightarrow \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$$

$$\cos^3(\pi x) - \cos^3(2\pi x) + \cos^3(4\pi x) = (\cos(\pi x) - \cos(2\pi x) + \cos(4\pi x)) \cdot (2\cos^2 x = 1 + \cos 2x)$$

$$\cos 4x = 2\cos^2 2x - 1 \quad \cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

$$\begin{aligned} & (\cos \pi x - \cos 2\pi x + \cos 4\pi x)(\cos \pi x - \cos 2\pi x + \cos 4\pi x) = \\ &= \cos^2 \pi x - \cos \pi x \cos 2\pi x + \cos \pi x \cos 4\pi x - \cos 2\pi x \cos \pi x + \\ &+ \cos^2 2\pi x - \cos 2\pi x \cos 4\pi x + \cos 4\pi x \cos 2\pi x - \\ &- \cos 2\pi x \cos 4\pi x + \cos^2 4\pi x = \cos^2 \pi x + \cos^2 2\pi x + \\ &+ \cos^2 4\pi x - 2 \cos \pi x \cos 2\pi x + 2 \cos \pi x \cos 4\pi x - \\ &- 2 \cos 2\pi x \cos 4\pi x = \end{aligned}$$

$$= \cancel{2\cos^2\pi x + \cos^2 2\pi x + \cos^2 4\pi x} - \cancel{2\cos\pi x(2\cos^2\pi x - 1)} + \cancel{2(2\cos\pi x(2\cos^2 2\pi x - 1) - 2\cos 2\pi x(2\cos^2\pi x - 1))} =$$

$$\frac{4 \cdot \sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} = \frac{\cos 120^\circ + \cos 0^\circ - \cos 240^\circ + \cos 360^\circ}{2} = \frac{-\frac{1}{2} + 1 - (-\frac{1}{2}) + 1}{2} = \frac{1.5}{2} = 0.75$$

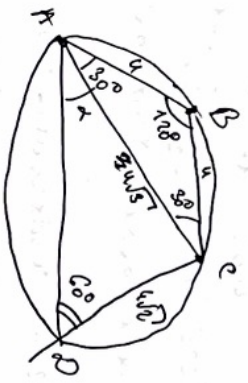
$$\cos^3 \pi x + \cos^2 \pi x \cos \pi x + \cos^2 \pi x \cos \pi x - 2 \cos^2 \pi x \cos \pi x$$

$$\begin{aligned} (a-b+c)^3 &= (a-b+c)(a-b+c)(a-b+c) = (a^2 - ab + ac - ab + \\ &+ b^2 - bc + ca - cb + c^2)(a-b+c) = (a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ca) \\ (a-b+c) &= a^3 + \underline{b^2a} + \underline{c^2a} - \underline{2a^2b} - \underline{2bca} + \underline{2ca^2} - \\ &\cancel{2a^2c} - \underline{6a^2b} - \underline{6a^2c} + \underline{3ab^2} + \underline{3b^2c} - \underline{2bca} + \underline{a^2c} + \\ &+ \underline{b^2c} + c^3 - \underline{2abc} - \underline{2bc^2} + \underline{2c^2a} = a^3 - 3ab^2 + c^3 + 3ab^2 + 3ac^2 - 3a^2b - \\ &- 6abc + 3a^2c - 3bc^2 + 3b^2c = a^3 - 3ab^2 + 3ac^2 - a^2b + a^2c - \\ &- 3c^2 + b^2c - 2abc = a^3 - 3ab(b-a) + a^2c + a^2 - b^2(c-b) \end{aligned}$$



Задача 3.

I часть:



По Т. косинусов в  $\triangle ACD$ :

$$\frac{u\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{u\sqrt{2}}{\sin \alpha}$$

$$\sin \alpha = \frac{u\sqrt{2}}{8} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$\angle ACD = 75^\circ$$

Вторую часть:

$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= S_{ABC} + S_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot u^2 \cdot \sin 120^\circ + \frac{1}{2} \cdot u\sqrt{3} \cdot u\sqrt{2} \cdot \sin 75^\circ \\ &= \frac{8\sqrt{3}}{2} + 8\sqrt{2} \cdot \cos 15^\circ = 4\sqrt{3} + 8\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} = 8\sqrt{3} + 12 \end{aligned}$$

II. Часть:

О-центр окруж.

$$S_{OCD} = S_{ABO} = 4\sqrt{3}$$

По Т. косинусов в  $\triangle BOC$ :

$$32 = 16 + 16 - 2 \cdot 16 \cdot \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\cos \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 90^\circ \Rightarrow S_{BOC} = 8 \Rightarrow$$

$$\beta = 150^\circ \Rightarrow S_{AOD} = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 4 \cdot \sin 30^\circ = 16$$

$$S_{ABCD} = 16 + 16 + 8 + 8 = 48$$

или  $\alpha = 90^\circ$  и  $\beta = 150^\circ$   $\Rightarrow \max S_{ABCD} = 48$

Ответ:  $48$

Задача 4.

$$\sqrt{4x^2 + 12x + 9} + \sqrt{9x^2 + 12x + 4} - (\sqrt{1+4x})^2 =$$

$$- \sqrt{1-4x}$$

$$\begin{cases} \sqrt{(2x+3)^2} + \sqrt{(3x+2)^2} - (x+1)^2 = \sqrt{1+4x} - \sqrt{1-4x} \\ - \sqrt{1-4x} \end{cases}$$

$$2x+3 + 3x+2 + (x+1)^2 = \sqrt{(1+4x)^2} - \sqrt{(1-4x)^2}$$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

06-11-00-12  
(161.3)

Ученик

Задача 1.

$$\sqrt{4x^2 + 12x + 9} + \sqrt{9x^2 + 12x + 4} - (\sqrt{1-(x+1)})^2 =$$

$$= \sqrt{1+4x} - \sqrt{1-4x}$$

$$((2x+3)^2 + \sqrt{(3x+2)^2} + (x+1) = \sqrt{(1+4x)^2} - \sqrt{(1-4x)^2})$$

$$12x+3 + 13x+2 + x+1 = 2$$

$$Обз \quad x \leq -1$$

$$\sqrt{4x^2 + 12x + 9} = a$$

$$\sqrt{9x^2 + 12x + 4} = b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a \geq 0 \\ b < 0 \end{cases}$$

$$|a+b| = a-b \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2x+3 \geq 0 \\ 3x+2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{3}{2} \\ x < -\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow -\frac{3}{2} < x < -\frac{2}{3}$$

$$Ответ:  $x \in (-\frac{3}{2}, -\frac{2}{3}] \cap Обз \Rightarrow [-\frac{3}{2}, -1]$$$

Задача 4.

$$\begin{cases} \cos 2\sqrt{x} + \cos 2\sqrt{x} = 0 \\ \cos 2\sqrt{x} - \cos 2\sqrt{x} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x} = \pm(\sqrt{x} - \sqrt{x}) + 2\sqrt{x} \\ 4\sqrt{x} = \pm 2\sqrt{x} + 2\sqrt{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4\sqrt{x} = \pm 2\sqrt{x} + 2\sqrt{x} \\ 4\sqrt{x} = \pm 2\sqrt{x} + 2\sqrt{x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{3} + \frac{2k}{3} \\ x = -1 + 2k \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = \{1, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \frac{7}{3}, \frac{8}{3}, \frac{10}{3}\}$$

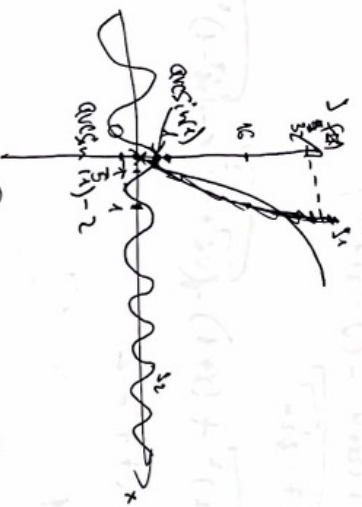
$$\begin{cases} x = \frac{1}{3} + \frac{2k}{3} \\ x = -1 + 2k \end{cases}$$

$$Ответ:  $1, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \frac{7}{3}, \frac{8}{3}, \frac{10}{3}$$$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

06-11-00-12  
(161.3)

Задача 2.  $y_1 = 2^x - \frac{1}{x}$   $y_2 = \sin^2 x$



а) Задача 2. а) найти все корни уравнения  $y_1 = y_2$  на оси  $y$ . б) найти  $x > 0$

$y_1 \leq 2^x$  на оси  $x > 0$

$a \rightarrow 3x + a \sin(x) - 2 = 30 + a \sin(x)$

Задача 5.

$f_1(0) = 12a_1 \Rightarrow 12a_1 = 15a_2 = 20a_3$

$f_2(0) = 15a_2 \quad b_2 = a_1 + \frac{15}{a_1}$

$f_3(0) = 20a_3 \quad b_3 = a_1 + \frac{20}{a_1}$

$f(-a_1) = 0$

$f(-a_1) = (a_2 - a_1)(a_1^2 - b_2 a_1 + 15) = 0$

$f_3(-a_1) = (a_3 - a_1)(a_1^2 - b_3 a_1 + 20) = 0$

$\frac{12}{15} a_1 - a_1 (a_1^2 - b_1 a_1 + 15) = 0$

$a_1^3 - b_1 a_1 + 15 = 0$

$a_1^3 + 15 = b_1 a_1$

$b_1 = a_1 + \frac{15}{a_1}$

$\Delta = \frac{1}{4} a_1^2 (a_1^2 - b_1 a_1 + 15) = 0$   
 $\Delta = \frac{1}{4} a_1^2 (a_1^2 - (a_1 + \frac{15}{a_1}) a_1 + 15) = 0$   
 $\Delta = \frac{1}{4} a_1^2 (a_1^2 - a_1^2 - 15 + 15) = 0$   
 $\Delta = 0$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

$a_1^2 - b_3 a_1 + 20 = 0$

$b_3 = a_1 + \frac{20}{a_1}$

$f_1(-a_2) = (a_1 - a_2)(a_2^2 - b_1 a_2 + 12) = 0$

$f_3(-a_2) = (a_3 - a_2)(a_2^2 - b_3 a_2 + 12) = 0$

$(a_1 - \frac{12}{15} a_1) (\frac{144}{225} a_1^2 - b_1 \frac{12 a_1}{15} + 12) = 0$

$\frac{144 a_1^2}{225} - \frac{b_1 a_1 12}{15} + 12 = 0$

$\frac{144 a_1^2 - 120 a_1 b_1 + 180}{225} = 0$

$144 a_1^2 - 120 a_1 b_1 + 180 = 0$

$b_1 = \frac{144 a_1}{180} - \frac{1}{a_1} = \frac{12}{15} a_1 - \frac{1}{a_1}$

$(\frac{12}{20} a_1 - \frac{12}{15} a_1) (\frac{144 a_1^2}{225} - (a_1 + \frac{20}{a_1}) \frac{12}{15} a_1 + 20) = 0$

$\frac{144 a_1^2}{225} - \frac{12}{15} a_1^2 - \frac{20 \cdot 12}{15} + 20 = 0$

$\frac{144 a_1^2 - 180 a_1^2}{225} + 12 + 20 = 0$

$\frac{-36 a_1^2}{225} + 32 = 0$   
 $-36 a_1^2 = -7200$   
 $a_1^2 = 200$   
 $a_1 = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$

5

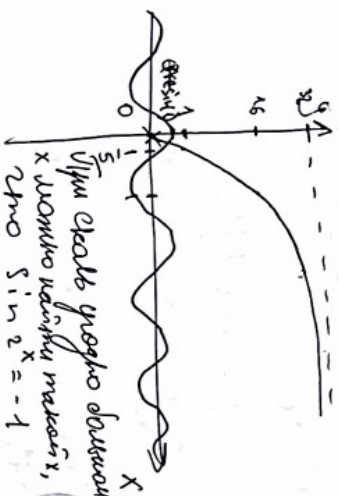
Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!



Задача 2.

даны  $y_1 = 2 - \frac{1}{x}$

$y_2 = \sin 2x$



$y_1 \leq 2 \Leftrightarrow y_1 \leq 32$  при  $x > 0$

Шаг первый а отобразим за счет функции

$y_2$  на ось  $y$ .

Для этого  $x : y_2 > y_1$ , тогда получим

$2 - \frac{1}{x} > a + \sin 2x$  не имеет решений.

$\Leftrightarrow a > 32 + 1 = 33$

$a > 32 + \arcsin(\frac{1}{a}) - 2 = 30 + \arcsin(1)$

Ответ:  $\arcsin(1) > 33$

Задача 5.

$f_1(0) = 12a_1$   $12a_1 = 15a_2 = 20a_3$

$f_2(0) = 15a_2 \Rightarrow$

$f_3(0) = 20a_3$

$f_1(a_1) = 0$

$f_2(-a_1) = (a_1 - a_1)(a_1^2 - b_1a_1 + 15) = 0$

$f_3(a_1) = (a_3 - a_1)(a_1^2 - b_3a_1 + 20) = 0$

( $\Rightarrow$ )

( $\Rightarrow$ )  $(\frac{12}{15}a_1 - a_1)(a_1^2 - b_1a_1 + 15) = 0$

$(\frac{12}{20}a_1 - a_1)(a_1^2 - b_3a_1 + 20) = 0$

( $\Rightarrow$ )  $\begin{cases} -\frac{1}{5}a_1(a_1^2 - b_1a_1 + 15) = 0 \\ -\frac{2}{5}a_1(a_1^2 - b_3a_1 + 20) = 0 \end{cases}$   $a_1 > 0 \Rightarrow$

$\begin{cases} a_1^2 - b_1a_1 + 15 = 0 \\ a_1^2 - b_3a_1 + 20 = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} a_1^2 - b_1a_1 + 15 = 0 \\ a_1^2 - b_3a_1 + 20 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = a_1 + \frac{15}{a_1} \\ b_3 = a_1 + \frac{20}{a_1} \end{cases}$

$f_1(-a_1) = (a_1 - a_1)(a_1^2 - b_1a_1 + 15) = 0$

$f_3(-a_1) = (a_3 - a_1)(a_1^2 - b_3a_1 + 20) = 0$

$(a_1 - \frac{12}{15}a_1)(\frac{144a_1^2}{225} - \frac{b_1a_1^2}{15} + 12) = 0$

$(\frac{12}{20}a_1 - \frac{12}{15}a_1)(\frac{144a_1^2}{225} - (a_1 + \frac{20}{a_1})(\frac{12}{15}a_1 + 20) = 0$

$\frac{144a_1^2 - 180a_1b_1 + 1440}{225} = 0$

$\frac{144a_1^2 - 180a_1^2}{225} + 4 = 0$

$b_1 = \frac{144a_1}{180} + \frac{15}{a_1} = \frac{12}{15}a_1 + \frac{15}{a_1}$   
 $-\frac{36a_1^2}{225} + 4 = 0 \Leftrightarrow -\frac{9a_1^2}{225} + 4 = 0 \Leftrightarrow a_1 = \frac{15}{3} = 5. \Rightarrow$

(7)

Умножить

$$\Rightarrow b_1 = \frac{12 \cdot 5}{15} \neq \frac{15}{5} = 4 + \frac{3}{5} = 4 + \frac{3}{5} = 4.6$$

$$a_2 = \frac{12 \cdot 5}{15} = 4$$

$$b_2 = 5 + \frac{15}{5} = 8$$

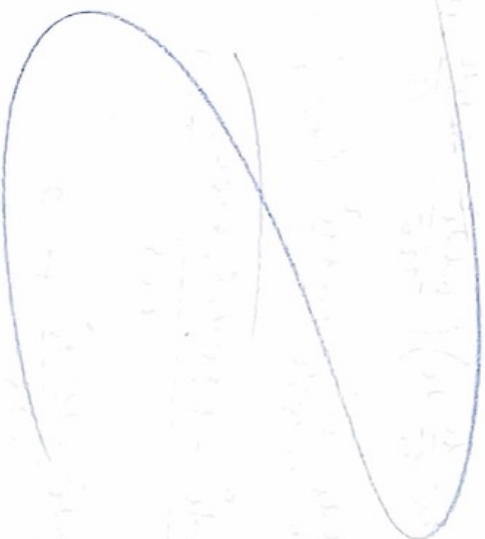
$$a_3 = \frac{12 \cdot 5}{10} = 6$$

$$b_3 = 5 + \frac{20}{5} = 9$$

$$a_1 + b_1 + b_2 + a_3 + b_3 = 5 + 6 + 8 + 9 = 28$$

$$= 32, 836$$

Order: 32, 836



Умножить

Замена.

$$\cos \pi x \cos 2\pi x (\cos \pi x - \cos 4\pi x) = \cos \pi x \cos 2\pi x \cdot 2 \sin \frac{3\pi x}{2} \sin \frac{\pi x}{2}$$

$$\cos \pi x = a$$

$$\cos 2\pi x = b$$

$$\cos 4\pi x = c$$

$$a^2 - b^2 + c^2 = (a-b+c)^2 = \cos^2 \pi x \cdot 2 \sin^2 \pi x \sin^2 2\pi x$$

$$a^2 - b^2 + c^2 = a^2 - b^2 + c^2 + 2ab + 2ac - 2bc = 3(a+b)(b+c)(a+c) = 0$$

$$a^2 - b^2 + c^2 - 2ab - 2ac + 2bc = 0$$

$$(2 \cos^2 \pi x - 1)^2 \cos 2\pi x = (2 \cos^2 \pi x - 1) \cos 2\pi x + 1 \cos 2\pi x = 2 \cos^2 \pi x - \cos^2 \pi x = \cos^2 \pi x$$

$$a^2 - b^2 = \cos^2 \pi x (2 \cos^2 \pi x - 1) = 2 \cos^2 \pi x - \cos^2 \pi x = \cos^2 \pi x$$

$$2 \cos^2 \pi x - \cos^2 \pi x = 2 \cos^2 \pi x - \cos^2 \pi x = \cos^2 \pi x$$

$$= 2 \cos^2 \pi x (2 \cos^2 \pi x - 1) = 2 \cos^2 \pi x (2 \cos^2 \pi x - 1) = 2 \cos^2 \pi x$$

$$a(b^2 + c^2) + a^2(b-c) - bc(c-b) - 2abc = 0$$

$$a(b^2 + c^2) + (a-b)(a^2 - bc) - 2abc = 0$$

$$a(b^2 - 2bc + c^2) + (a-b)(a^2 - bc) = 0$$

$$a(b-c)^2 + (a-b)(a^2 - bc) = 0$$

$$(b-c)(a(b-c) - (a^2 - bc)) = 0 = \cos^2 \pi x - (2 \cos^2 \pi x - 1) = 1 - \cos^2 \pi x = \sin^2 \pi x$$



Задания.

$$\cos^3(\pi x) - \cos^3(2\pi x) + \cos^3(4\pi x) = (\cos(\pi x) - \cos(2\pi x) + \cos(4\pi x))^3$$

Пусть  $\cos \pi x = a$

$\cos 2\pi x = b$

$\cos 4\pi x = c$

тогда

$$a^3 - b^3 + c^3 = (a - b + c)^3$$

$$a^3 - b^3 + c^3 = a^3 - b^3 + c^3 + 3ab^2 + 3ac^2 - 3a^2b + 3a^2c - 3bc^2 + 3b^2c - 3abc$$

$$a^3 + a^2c - a^2b + a^2c - b^3 + b^2c - b^2c + b^2c - 2abc = 0$$

$$a(a^2 + c^2) - a(b - c) + bc(b - c) - 2abc = 0$$

$$a(b^2 + c^2) - (b - c)(a^2 - bc) - 2abc = 0$$

$$a(b^2 + c^2 - 2bc) - (b - c)(a^2 - bc) = 0$$

$$a(b - c)^2 - (b - c)(a^2 - bc) = 0$$

$$(b - c)(a(b - c) - (a^2 - bc)) = 0$$

$$b - c = 0$$

$$a(b - c) - (a^2 - bc) = 0$$

$$a \cos 2\pi x - \cos 4\pi x = 0$$

$$2 \cos \pi x (\cos 2\pi x - \cos 4\pi x) - \cos^2 \pi x + \cos 2\pi x \cos 4\pi x = 0$$

40

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

$$1. \cos 2\pi x - (\cos 2\pi x - 1) = 0$$

$$\cos 2\pi x - 2\cos^2 \pi x + 1 = 0$$

$$2\cos^2 \pi x - \cos 2\pi x - 1 = 0$$

Пусть  $\cos 2\pi x = t$

$$2t^2 - t - 1 = 0$$

$$(2t + 1)(t - 1) = 0$$

$$2t = -1 \Rightarrow t = -\frac{1}{2}$$

$$t = 1$$

$$\begin{cases} \cos 2\pi x = -\frac{1}{2} \\ \cos 2\pi x = 1 \end{cases}$$

$$\cos \pi x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\pi k$$

$$\cos \pi x = \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\pi k$$

$$\Rightarrow x = \pm \frac{1}{3} + k$$

$$x = \frac{1}{3} + k$$

$$2. \cos \pi x (\cos 2\pi x - (\cos^2 \pi x - 1)) - \cos^2 \pi x + \cos 2\pi x (\cos^2 \pi x - 1) = 0$$

$$\cos \pi x (\cos 2\pi x - \cos^2 \pi x + 1) - \cos^2 \pi x + \cos 2\pi x (\cos^2 \pi x - 1) = 0$$

$$\cos \pi x \cos 2\pi x - \cos \pi x \cos^2 \pi x + \cos \pi x - \cos^2 \pi x + \cos 2\pi x \cos^2 \pi x - \cos 2\pi x = 0$$

$$\cos \pi x (\cos 2\pi x - \cos^2 \pi x + 1) - \cos^2 \pi x + \cos 2\pi x (\cos^2 \pi x - 1) = 0$$

$$4 \cos^3 \pi x - 3 \cos \pi x = 1$$

$$\cos \pi x = \frac{1}{4}$$

$$\cos \pi x = 0$$

$$\Rightarrow \pi x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} + k$$

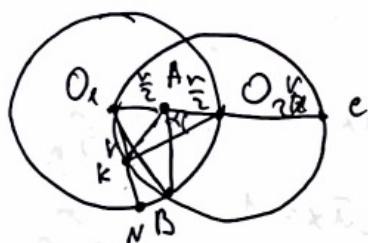
41

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

~~на отрезке  $[0, 3; 1, 8]$  лежат  $\left\{ \frac{1}{3}; 0; \frac{1}{4}; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{5}{4}; \frac{4}{3}; 1; \frac{9}{4} \right\}$  точек~~

~~Ответ:  $-\frac{1}{3}; 0; \frac{1}{4}; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{5}{4}; \frac{4}{3}; 1; \frac{9}{4}$ .~~

В. Задача 6



A - всегда в попу.

Шкала может быть в попу или по проекции BA, или CA. Другие проекции всегда менее выгодны.

$$AK = \sqrt{r^2 + \frac{r^2}{4} - r^2 \cos \alpha}$$

$$AB = \sqrt{r^2 + r^2} = \sqrt{2} r$$

Если угол за единицу прохода меньше на нее выигрывает. А вот. Тогда по проекции

AC на нее выигрывает AB за счет.

По проекции AB  $\sqrt{3}$  а вот.  $\sqrt{3} < 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow$  проекция AB выгоднее.

$$AB = \frac{\sqrt{3} \cdot (4 - 2\sqrt{2})}{2} = \frac{4\sqrt{3} - 2\sqrt{6}}{2} =$$

$$= 2\sqrt{3} - \sqrt{6}$$

Ответ:  $2\sqrt{3} - \sqrt{6}$

(12)