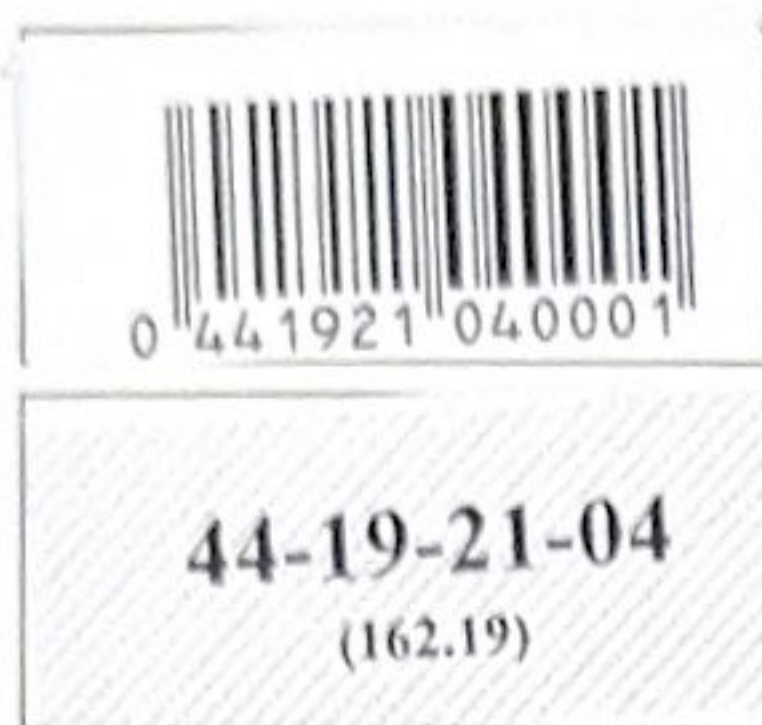




МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 7-8

Место проведения г. Елабуга
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Малюшина Вячеслава Дмитриевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«13» апреля 2025 года

Подпись участника

(подпись)

70

Семзесет

Читовик

Задача 5.

Взберем ~~любую~~ ^{любую} сторону кубика, и заметим, что после поворотов куба на ней никак не могут оказаться шарики, означавшие ~~большее~~ ^{большее} на ней, и шарики означавшие ~~большее~~ ^{большее} на другой стороне. Но если так на каждой стороне будет $1+2+3+4+5+6 - 7 = 14$ шаров.

Пример: Пусть все шарики, бывшие на клетках 1 или 6, переместим в клетку 4 (нумерованная клетка (сторона) является исходом из означавшего кол-ва шаров на клетке), а все остальные шарики в клетку 6. Тогда в клетке 6 будет 14 шаров.

Ответ: 14 шаров.

Задача 7.

Расставим изначально ~~свои~~ ^{свои} пальцы правой руки, а после будем рассматривать между ними пальцы левой руки:

. П . П . П . П . П .

. - свободные места для пальцев левой руки.

У нас есть 3 варианта, как могут группироваться пальцы левой руки:

1 1 1 1 1 1 1 - в этом случае из всех мест для пальцев у нас 6 способов выбрать ~~двух~~ ^{двух} ~~тогда не будет~~ ^{пальцев}

1 1 1 1 1 1

1 1 1 1 1 1

выбрать места для пары: 6 вариантов, после выбрать места для одиночных: $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!}$ (если ~~зависал~~ ^{зависал}) = 10

Всего $6 \cdot 10 = 60$

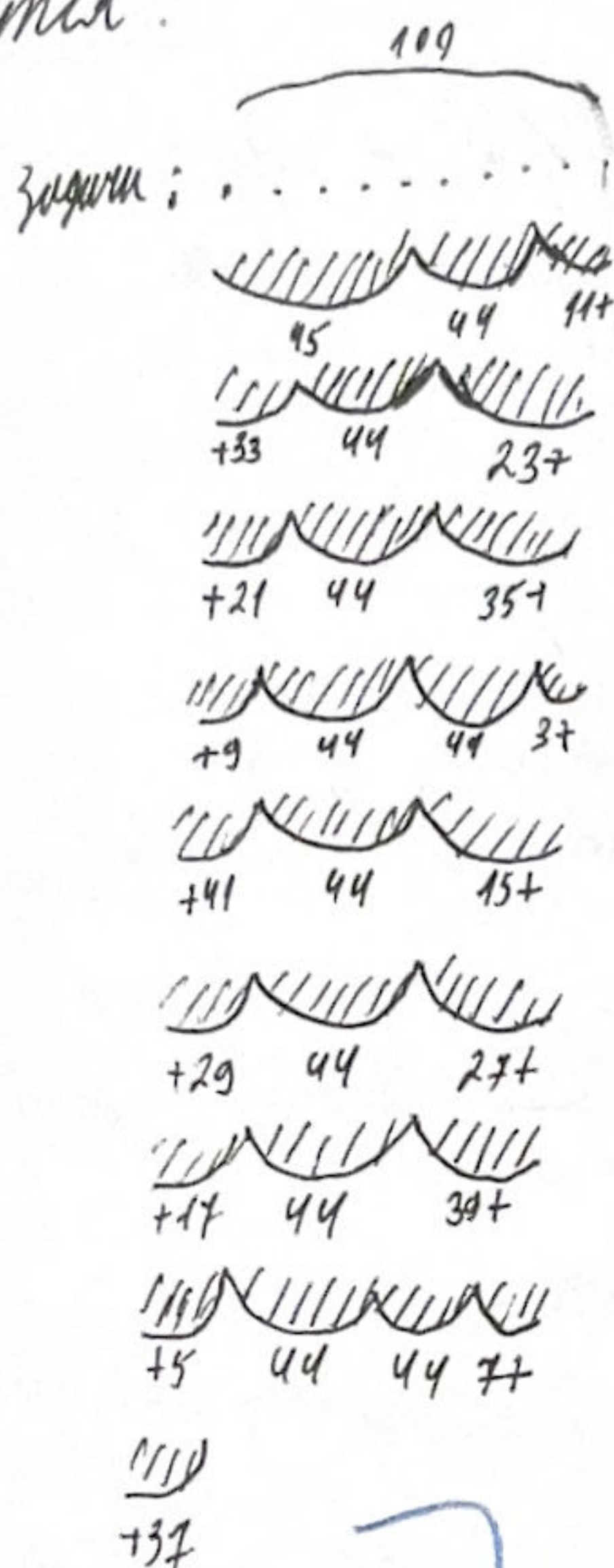
выбрать места для двух пар: $\frac{6 \cdot 5}{2!}$ (пары пальцев эквивалентны, а для оставшегося пальца еще 4 варианта $\Rightarrow$ всего $3 \cdot 5 \cdot 4 = 60$ вариантов)

Всего вариантов: $6 + 60 + 60 = 126$,

Чистовик

Задача 6:

Если $n=45$, то всегда найдется, т.е. Пете решить $\min n+1$ задачу, а значит всего было решено $\min 20n+1$ задач = 901 при $n=45$, а если все задачи решены только половиной участников то пак срыва реш. задач = 900 = $100 \cdot 9 < 901$, значит хотя бы 1 задачу решила половина и хотя бы половина класса. Пример, показывающий что при $n=45$ такая задача не обязательно найдется:



(лучше показывать, какие задачи решил каждый участник, расположить их так, чтобы было видно, что каждую задачу решили как 9 человек, если задача отмечена на одной строке, то на нескольких других это все та же задача)

В

Заметим, что каждую задачу решил как 9 человек, это мы и хотим показать.

Ответ: $n=45$.

Задача 3.

$$2025 \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow 2025^{-2025} \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow 2025 \equiv 1 \pmod{4}$$

Рассмотрим, как меняется степень числа в зависимости

Рассмотрим, как меняется посл. цифра числа в зависимости от степени 8:

$$8 \rightarrow 6(4) \rightarrow 4 \cdot 8 = 3(2) \rightarrow 2 \cdot 8 = 1(6) \rightarrow 6 \cdot 8 = 4(8)$$

(мы можем так идти, т.к. основная часть числа не влияет на посл. цифру, ведь вся старшая часть :10)

Числовик

Задача 3 - продолжение:

$$\downarrow \downarrow$$

$$8_{10}^1 \equiv 8_{10}^5 \dots \equiv 8^n, \text{ где } n \in \mathbb{N}, n \equiv 1 \pmod{4}, \text{ а } 2025 \equiv 1 \pmod{4} \text{ подходит под условие } n$$

$$\downarrow \downarrow$$

$$8_{10}^{2025} \equiv 8^1$$

$\downarrow \downarrow$
последней цифрой
будет 8.

Ответ: 8

Задача 2:

Заметим, что если два соседних числа идут подряд, то первое из них должно оканчиваться на 9, ведь иначе либо у этого числа, либо у следующего будет нечетная сумма цифр, но очевидно что у всех соседних чисел она четная. Рассмотрим все такие пары чисел по порядку:

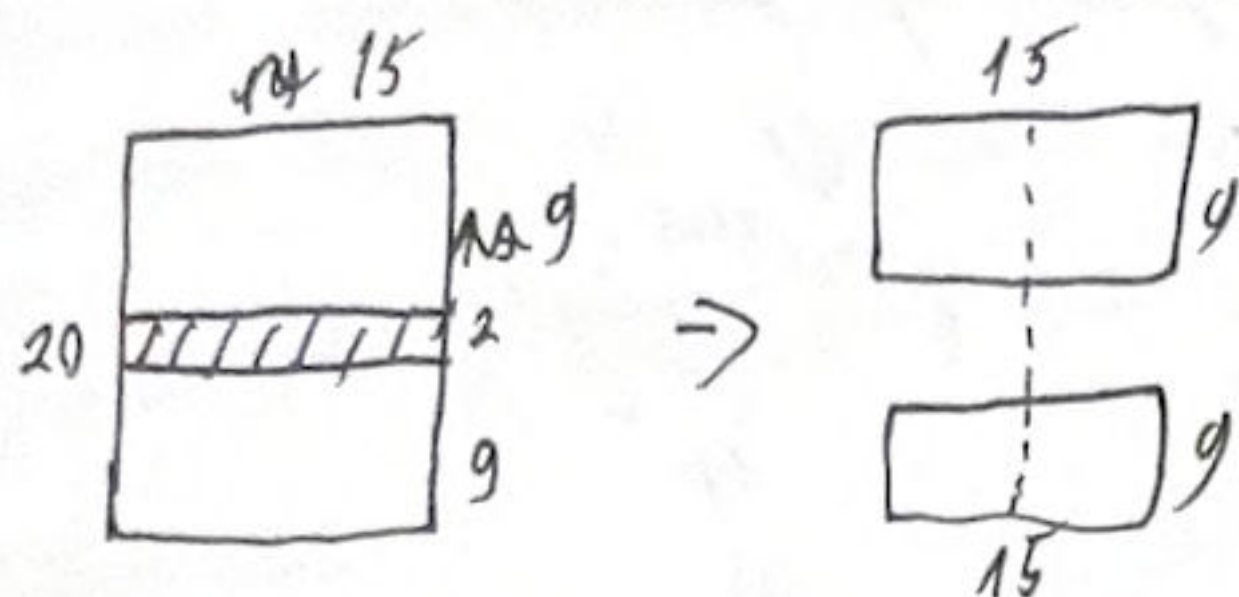
- 99 → 100 ⊖
- 199 → 190 ⊖
- 279 → 280 ⊖
- 369 → 370 ⊖
- 459 → 460 ⊖
- 549 → 550 ⊕

$\downarrow$
первое такое число - 549.

Ответ: 549

Задача 1:

Играли за Ясю. Наше первое действие:



Далее, если Яся сделает разрез по какой-то клетке в верхней части

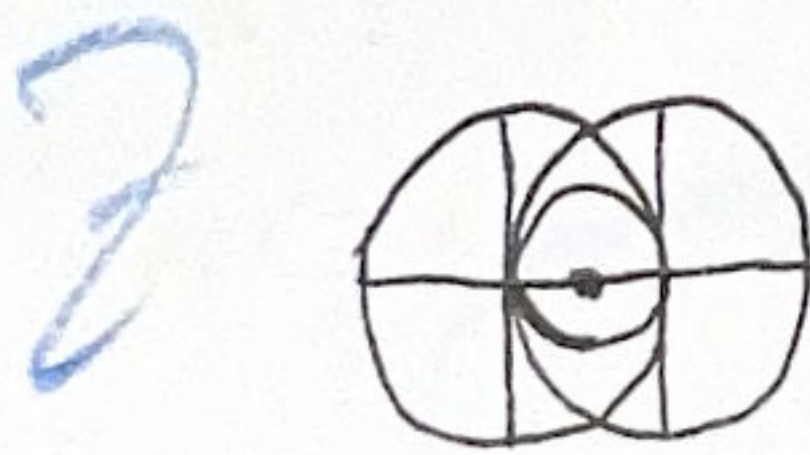
Далее, будем делать так по очереди: отменяем все действия

Яши относительно пунктирной линии (если произведем разрез поперек, то вообще не будем делать ничего). Таким образом, после нашего хода в верхней половине будет оставаться обратная картинка нижней половины, а т.к. Яся сделает что-то в свой ход, то после её хода такого не будет. Ситуация уже ничего не является ситуацией после нашего хода, а значит мы победили играя за Ясю.

Ответ: Яся.

Задача 4:

Ответ: 4 м, строго влево или направо.



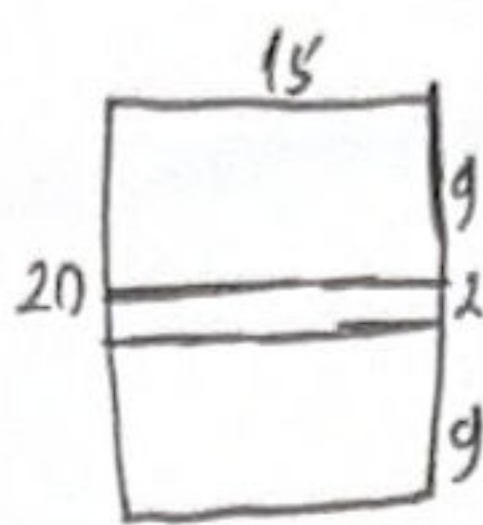
Черновик

3.

$$6 \rightarrow 69 \rightarrow 32 \rightarrow 16 \rightarrow 46$$

$$8^{2025^{2025}} \equiv 8^1 \pmod{10}$$

1.



и число повторять

2.

$$279 \quad 280$$

$$81$$

$$459 \quad 460$$

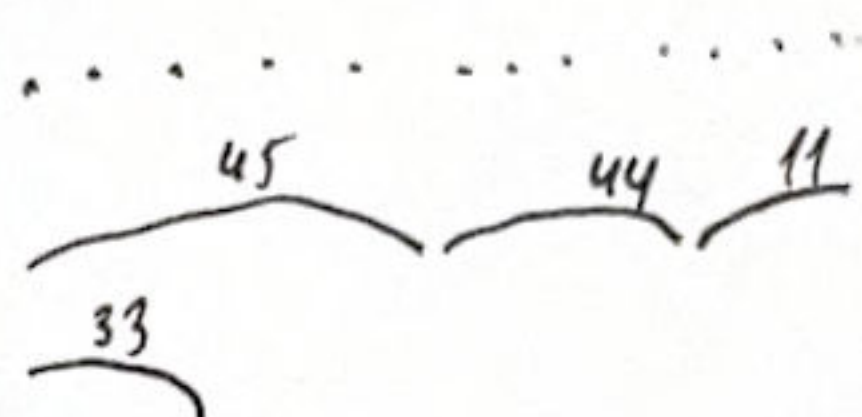
$$(549 \quad 550)$$

15.

$$49 \cdot 20 + 1 = 100 \cdot 9 + 81$$

$$48 \cdot 20 + 1$$

$$45 \cdot 20 + 1 = 100 \cdot 9 + 1$$



5.

$$237 \quad 14$$

4



2.

• П • П • П • П • П •



$$1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 - 6$$

$$1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 - 6 \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!}$$

$$1 \quad 1 \quad 1 - \frac{6 \cdot 5}{2!} \cdot 4$$