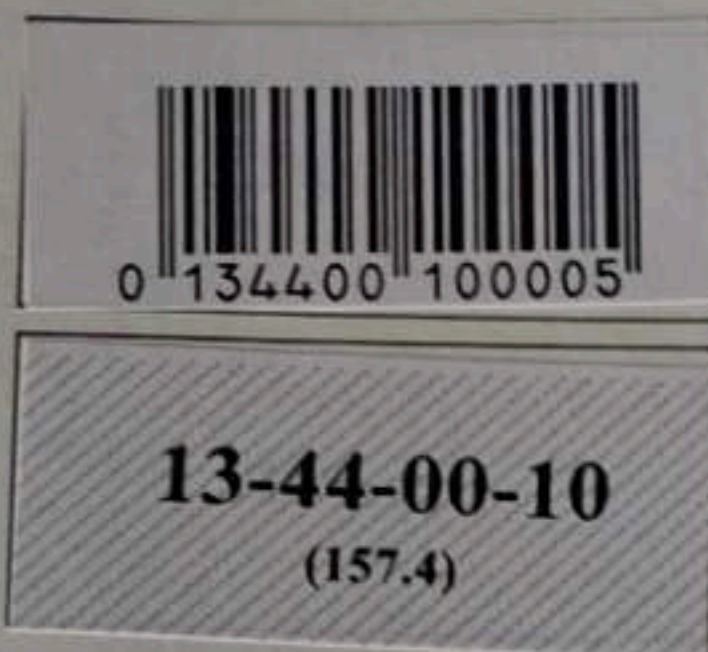




МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 5-6 класс

Место проведения Москва, 2^{ой} корпус
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Ломоносов"
наименование олимпиады

ПО математике
профиль олимпиады

Морозовой Элины Станиславовны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«13» апреля 2024 года

Подпись участника

Морозова

№5.

Возьмём грань, на которой в итоге окажется максимальное число жуков. Заметим, что жуки, которые были на противоположной грани, чтобы добраться до той, на которой окажется макс. число жуков, нужно будет проползти 2 грани (сначала на соседнюю, а потом на нужную). Но они могут переползти только на соседнюю грань, ~~и~~ знают до нужной не доберутся. Рассмотрим жуков, которые были на грани, где в итоге окажется максимум жуков. Они не могли остаться на своей грани, а переползли на соседнюю. Значит как минимум жуков с противоположных граней не будет на грани с макс. кол-вом жуков. Раз они с противоположных граней, значит их семь. Всего жуков 21. Значит на одной грани ^{может} ~~окажется~~ макс. $21 - 7 = 14$ жуков.

Пример: пусть жуки с граней, где их 2, 3, 4 и 5 переползут на грань, где 1 жук. А ~~пусть~~ жуки с граней, где их 1 и 6 переползут на грань, где было 5 жуков. Тогда на одной из граней будет $2+3+4+5=14$ жуков. Ответ: ^{макс.} $\sqrt{14}$ жуков.

№1.

Так как от земли до 1 этажа 8 ступенек, выгтем их из кол-ва ступенек, которое просходит каждый мальчик. Получим: 52, 91, 104, 143, 156. Теперь найдём кол-во ступенек между 2 этажами. Для этого разложим кол-во ступенек, которое просходит каждый мальчик между этажами на простые множители.

Получим:

$$52 = 2 \cdot 2 \cdot 13$$

$$91 = 7 \cdot 13$$

$$104 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13$$

$$143 = 11 \cdot 13$$

$$156 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 13$$

Заметим, что единственное число, на которое делятся эти 5 чисел (больше 1), это 13. Значит между этажами 13 ступенек.

Тогда:

$$\text{Антон} - 52 : 13 + 1 = 5 \text{ этаж}$$

$$\text{Боря} - 91 : 13 + 1 = 8 \text{ этаж}$$

$$\text{Вася} - 104 : 13 + 1 = 9 \text{ этаж}$$

$$\text{Теня} - 143 : 13 + 1 = 12 \text{ этаж}$$

$$\text{Данила} - 156 : 13 + 1 = 13 \text{ этаж}$$

Ответ: 5 этаж, 8 этаж, 9 этаж, 12 этаж, 13 этаж.

$$60 - 8 = 52 = \text{дв. } 2 \cdot 2 \cdot 13$$

$$99 - 8 = 91 = 7 \cdot 13$$

$$112 - 8 = 104 = 2 \cdot 2 \cdot 26 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13$$

$$151 - 8 = 143 = 11 \cdot 13$$

$$164 - 8 = 156 = 2 \cdot 78 = 2 \cdot 2 \cdot 39 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 13$$

$$\begin{array}{r} \times 39 \\ 4 \\ \hline 156 \end{array}$$

1 2 3 4 5
| | | | |

Мама + 10 блинов

Бабушка + 12 блинов

Петя - 15 блинов

+ 7 блинов

x блинов

+ 10 блинов

+ 12 блинов

- 15 блинов

+ 7 блинов

№

189

279

369

459

549 → 550

№ 6.

Чистовик

Расчитаем путь Андрея до остановки Б (без учета отправления автобуса). Он составит $10 + 5 = 15$ минут. Путь Бори до остановки Б 23 минуты. Заметим,

~~что как только с момента выезда мальчиков~~
~~они~~ автобусы прибывали с одинаковым остатком при делении на 8 ^(т.к. они ездят каждые 8 мин) минут, сколько прошло с момента выезда мальчиков. 15 и 23 делятся на 8 с ост.

7. Значит мальчики ждали автобус одинаковое время — x минут. Заметим,

что путь от остановки Б до школы одинаковый, ~~но его можно не учитывать,~~
~~т.к. мальчики потратят на него одинаковое~~

~~когда во времени~~ пусть они пришли его за y минут. Тогда путь Андрея $15 + x + y$, а Бори $23 + x + y$. Тогда Боря потратит на $(23 + x + y) - (15 + x + y) = 8$ минут больше, чем Андрей, значит опоздал. А раз Андрей пришел за 6 мин, то Боря опоздал на $8 - 6 = 2$ минуты.

Ответ: Боря на 2 мин.

№2 (продолжение).

его цифры не разделятся на 2 группы.
 В группе, где 1 число макс. сумма 9, а
 первое число как раз и кончается на 9.

Значит остальные 2 цифры дают в сумме 9.
 Начнём перебирать такие числа (по
 возрастанию):

189 (след. не счастливое)

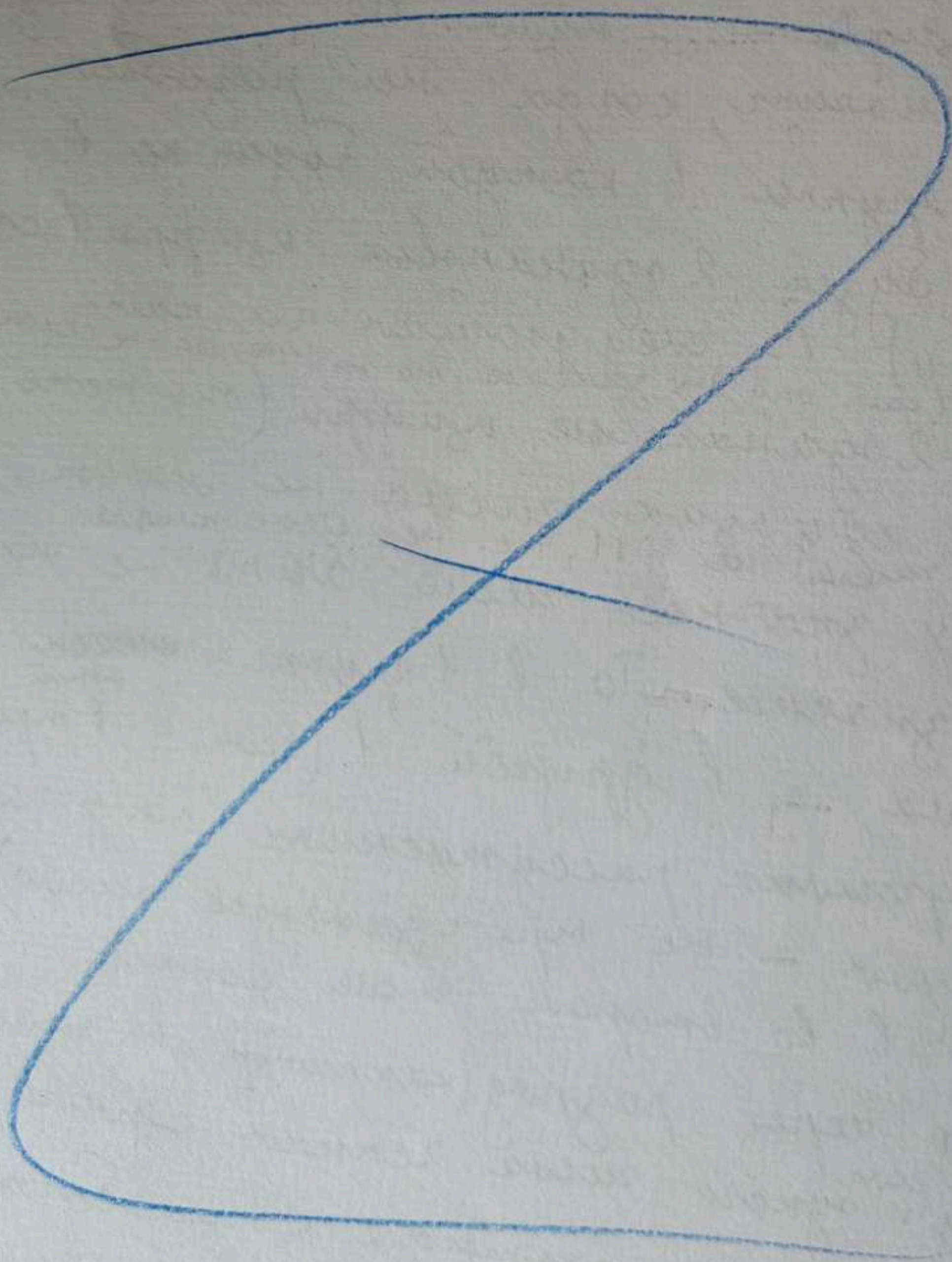
279 (след. не счастливое)

369 (след. не счастливое)

459 (след. не счастливое)

549 - подходит. След. 550 - счастливое

Ответ: мин. число 549.



№ 2.

Заметим, что если мы возьмём 1-значное число, то ~~он~~ в нём всего 1 цифра, а значит когда мы будем разбивать её на 2 группы, то в 1 будет это число, а в другой 0. Тогда, чтобы группы были равны, во 1 должен быть 0. Т.е. исходное число 0. Но 0 не натуральный. Значит 1-значное число быть не может.

Если 2-х значное. Значит, когда мы разобьём числа на 2 группы, если в одной 2 цифры, то в другой 0. Тогда (как в рассуждении с 1 цифрой) получаем, что сумма 2-х цифр с 1 цифрой) — 2 нуля. Но это не 2-значное число. Значит, когда мы разобьём цифры на 2 группы в каждой будет по 1. Значит это будет 2 одинаковые цифры (исходное число : 11). В следующем за ним если оно 2-х значное (если оно 3-х значное, то это 100 - не составное) тогда тоже 2 одинаковые цифры (тоже : 11). Но 2 подряд идущих числа не могут : 11. Тогда ~~одно~~ из чисел не : 11, т.е. не составное. Значит в 2-х значное число быть не может.

Если 3-х значное. То в 1 группе ~~одно~~ одной цифре 2 числа, а в другой 1. (Если в 1 три, то как и в прошлых рассуждениях получаем, что это 3 нуля — не трёхзначное число). Заметим, что в во втором числе должен быть переход через разряд (например два числа : 109 и 110), иначе у одного числа чётная сумма цифр, а у другого нечётная и наоборот. Если есть число с нечётной суммой цифр, то оно не будет составным, так как

п.ч.

Пусть когда приехал Тетя, было испечено уже x блинов. За час мама выпекает $60:6 = 10$ блинов, бабушка $60:5 = 12$ блинов, а Тетя съедает $60:4 = 15$ блинов. Тогда за час будет добавляться на тарелку $12 + 10 - 15 = 7$ блинов. Чтобы в среднем за каждые 5 минут выпекался 1 блин, за час должно выпекаться $60:5 = 12$ блинов. Тогда мама должна добавить на тарелку еще $12 - 7 = 5$ блинов за час.

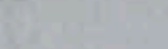
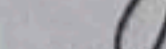
Ответ: 5 блинов.

53. Рассмотрим самую первую изгородь. ^(т.е. время от 00 до 01 часов) Так может быть 0, 1 и 2. ^{измеряется 43 часов} ☒ 0 — единственный ☐ 1 — ☐ 2 —

Были все цигары от 0 до 2. Если на первом месте 0, то часов изначальное могло быть максимум 9 (если то и более цигары 1 или 2), минут 59 (~~от 0 до 59~~ больше

Быть не может, т. к. дальше начнется следующий час), а секунд тоже 59 (больше быть не может, так как дальше начнется следующая минута). Т. е. каковы

нужно в 09:59:59. Если в итоге на первом месте 2, то часов как минимум 20 (иначе если меньше, на первом месте 0 или 1), минут 00 (~~минут~~ если меньше, то нагнется полный час), секунд тоже 00 (~~сек~~ если меньше нагнется ^м полная минута). Т.е.

закончив в 20:00:00. Из  (первая цифра) получится  (используются все ^{павочки} ~~цифры~~). Из всех  получится

□ (используются все палочки). И

из всех S^0 выучится $\square$ (используются все поправки). Значит с $0g: 5g: 5g$ го

20:00:00 мы проверим все пакеты и
продлит 10 засов и 1 секунда
Ответ: в 09:59:59

Ответ: 6 09:59:59, проверка займёт 10 часов и 1 сек.