



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 7 класс

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников им. Ломоносов
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Максимченко Дмитрий Максимович
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«13» апреля 2025 года

Подпись участника

Условие 1
№3

75 (семьдесят пять)

$$2025 \equiv 1$$

$$\Downarrow$$

$$2025^{2025} \equiv 1^{2025} \equiv 1$$

При возведении 8 в степень $4n+k$, где $k \in \{0, 1, 2, 3\}$, последняя цифра такова: где $4n+k > 0$ и $0 \leq k \leq 3, n \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{Z}$,

последняя цифра такова:

$$k=1 \rightarrow 8$$

$$k=2 \rightarrow 4$$

$$k=3 \rightarrow 2$$

$$k=0 \rightarrow 6$$

$$2025^{2025} \equiv 1, \text{ а значит в нашем случае } k=1,$$

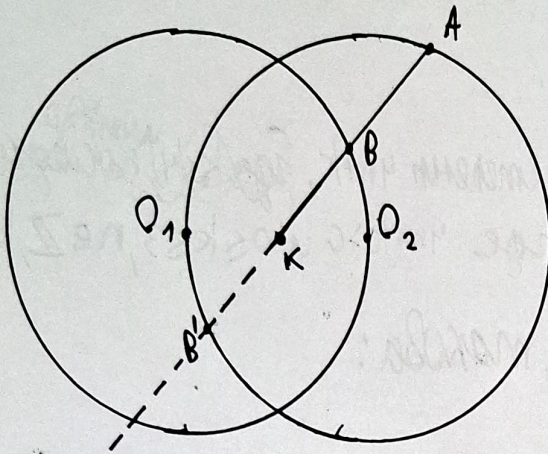
т.е. последняя цифра - 8.

Ответ: 8.

№5

Если каждую грань жуков используют только с четырёх соседних, сумма которых количество жуков на которых - $2 \cdot 7 = 14$. Значит, наибольшее количество жуков на одной грани - 14, достигается при переполнении всех жуков с соседних граней на эту грань.

№ Чистовик 2.
N4



Пусть коза пошла в сторону точки А и пересекла левую окружность в точке В. Так как пересечение окружностей центрально симметрично, ~~то~~ точка К (положение козы) является его центром, $KB = KB'$, где В' - пересечение луча ВК и правой ~~окружности~~.

~~Значит~~ нас просят найти положение точки А так же, что $2 \cdot KB + BA$ - максимальное, ~~до~~

$$2 \cdot KB + BA = B'K + KB + BA = B'A$$

$B'A$ - хорда правой окружности, а, как известно, самой длинной хордой является диаметр, т.е. козе нужно идти прямо в сторону К напивашику.

Если коза пошла в сторону левой паливанки, рассуждения аналогичные.

27-90-71-46

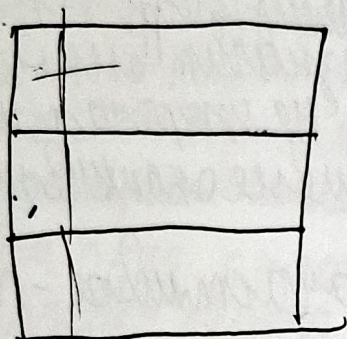
(158.9)

Черновик 1

19
20

279

280

549
550

$$m \leq 10$$

$$cm \leq 1099$$

$$c \geq 901$$

$$20n + 1 \geq 901$$

$$n \geq 45$$

$$1 \neq 3 \neq 5 \neq 7$$

Числовики 3.

^{N2}
Заметим, что у счастливого числа четная сумма цифр.

Пусть суперсчастливое число имеет сумму цифр x и не оканчивается на 9. Тогда следующее число имеет сумму цифр $x+1$, что является нечетным числом, значит оно не счастливое, а изначальное $\leftarrow$ не суперсчастливое. Значит, все суперсчастливые оканчиваются на 9.

Пусть наименьшее суперсчастливое - n .

Если n - однозначное, то $n=9$, но 9 - не счастливое.

Если n - двузначное, т.е. представленное в виде ab , то $a=b=9$, $n=99$, но 99 - не счастливое.

Если n - ~~трехзначное~~ трехзначное, т.е. $n=\overline{abc}$, где $c=9$, то или $a=b+9$ ~~(или $a=b+9$)~~, или $b=a+9$ ~~(или $b=a+9$)~~, или $a+b=9$.

Если $a=b+9$, то $a=9, b=0, n=909$. Видно, что 910 - не счастливое.

Если $b=a+9$, то $a=0, b=9, n=099$. Тогда n - двузначное.

Значит, $a+b=9$, т.е. $n \in \{189; 279; 369; 459; 549; 639; 729; 819; 909\}$.

Если $n=189$, то 190 - счастливое, но это не так.

Аналогично при $n=279; 369; 459$.

Если $n=549$, то 550 - счастливое и это так.

Значит, наименьшее суперсчастливое - 549.

Ответ: 549.

Чистовик 4.

№6

Путь такой задачи нет. Тогда каждую задачу решили ≤ 9 учеников, а сумма ~~прямой~~ в задаче, решенных учениками ≤ 900 .

Заметим, что сумма кол-в задач, решенных учениками $S \geq 20n+1$, т.к. все, кроме Тети, решили хотя бы по n , а Тетя - $\geq n+1$.

Значит, если такой задачи нет, $20n+1 \leq 900$, $n \leq 44$.

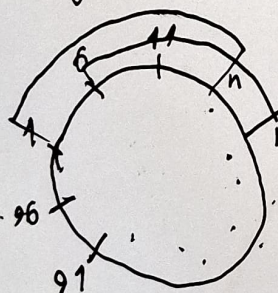
При $n=45$ $S \geq 901$, а значит, по принципу Дирихле найдется задача, которую решили ≥ 10 учеников.

Если $n \leq 44$, рассмотрим учеников от 0 до 19 и пусть ученик x , решивший y задач, решил задачи с x до $x+y-1$.

Если $5x+1 \leq 5x+y$ т.е. $y \geq 10$, то $5x+y \geq 100$, т.е. $5x+y \geq 100$.

И у всех, кроме Тети, $y=n$, у Тети же $y=n+1$.

Тогда каждая задача будет решена ≤ 9 учениками.



Т.к. $n+1 \leq 45$, одну задачу перекрывает ≤ 9 отрезков.

Значит, при $n \leq 44$ такая задача обязательно найдется.