



49-76-61-83
(158.11)



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 7-8 класс

Место проведения г. Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Ломоносов"
наименование олимпиады

ПО математике
профиль олимпиады

Казарова Мария Сергеевна
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

« 73 » апреля 2025 года

Подпись участника

[Подпись]

49-76-61-83
(158.11)

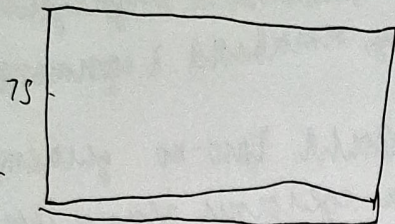
90 девятость

Черновик

8 → 7 → 2 → 6 → 8

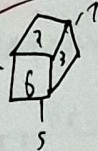
20

abc



549.

550.



$$\begin{array}{r} 2045 \\ \times 2045 \\ \hline 10125 \\ 40500 \\ 405000 \\ \hline 4100525 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 25 \\ 725 \\ 625 \end{array}$$

4+6+3+7

5

10.49 ≈ 1000.

λ = 50.

1000.

λ = 49.

< 100

> 10

2000

980.

9.49

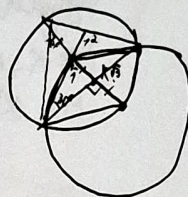
9
81

2√3.

9.100 = 900.

$$\begin{array}{l} \lambda = 45 \\ 45. \end{array}$$

881



7+49.20.

981. 300

7+48.20.

15.2

961

100.9 = 900.

48.79

48.79

49.7.

100cm²

9.

9m 3 go 30.

V. 1. 5

2.2 1-1

2.7 2-3.

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times 64 \\ \hline 6 \end{array}$$

П П П П П

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1. \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2777 \\ 7777 \\ 7777 \\ 7777 \\ 0227 \\ 0227 \\ 0227 \\ 0227 \\ 0227 \\ 0227 \end{array}$$

20	
5-26.	2777-100.
41-26.	2777-100.
74-26.	1127-100.
32-26.	1127-100.
23-26.	1127-100.
173-26	11277-100.
377-26.	
221-178	
212-178	
222-178	

2-5

2-4.7

2-2.4

2-3.2

2-2.3

2-3.7.7

2-2.7.7

6 2-2.7.7

6 2-2.7.7

6 2-2.7.7

50
5.

4-2.7.7.7

7.2.7.7

7.7.7.7

7.7.7.7

2-2.2.2.7

227.4

5

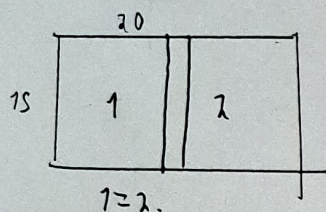
3 1 7

2.2.7.

$$\begin{array}{r} 2777 \\ 2777 \\ 2777 \\ 2777 \\ 2777 \\ 2777 \end{array}$$

М. Чистовик.

Выиграет Аня, стратегия:



Вырезает 2 параллельными разрезами кусок по центру, оставляя 2 соединенных края.

Теперь если Аня что-то делает, то Аня может сделать зеркальное действие, относительно центра кусочка (т.е. раз куски соединены и в процессе не могут соединиться, то раз соединив место что-то сделать, то можно и соединить). А раз Аня делает ход позже Аня → Аня сделает последний ход и победит (т.е. вероятность $< 1/100$; но это происходит не бесконечно).

Числовик.

№2.

Очевидно, что число не существует, т.к. нельзя разбить на 2 группы. Поскольку это число не существует т.к. число $\overline{ab}$, где $a=b$ (по условию, т.к. считывался) состоит из $\overline{a(b+1)}$; $a \neq b+1$ или $\overline{(a+1)0}$; a $a+1 \neq 0$ или становится равно 100, но 100-не считывался. Тогда рассмотрим трехзначные $\overline{abc}$: (при +1)

вар. 1: $\overline{(a+1)00}$ - очевидно, что $(a+1) > 0+0 \rightarrow$ не считывался.

вар. 2: $\overline{ab(c+1)}$ - к сумме цифр прибавляется +1; раз число разбивалось на 2 группы, то очевидно, что сумма была четной, и четное +1 = нечетное $\rightarrow$ этот вариант не подходит.

вар. 3: 999+1-не подходит. (999-не считывался)

вар. 4: $\overline{abc} + 1 = \overline{a(b+1)}$; тогда $c=9$, и раз $a < 10$ и $b < 10$, то $a+b=c$; $a+b=9$; а из второго, получаем, что $a=b+1$.

$$\begin{cases} a+b=9 \\ a=b+1 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} a=5 \\ b=4 \end{matrix} \rightarrow \text{число } 549 \text{ (и соств. } 550). \\ (5+4=9; 5=5+0).$$

Если же $a+b=c$, то цифра +9=цифра $a \neq 0 \rightarrow b+9=a$, значит $b=0$; $a=9$, число 909 не подходит т.к. 910-не считывался.

Ответ: 549.

№5.

Раз каждый пук переносит, то из "математик" пук-ков на каждой грани не считается ни одно, значит считывалось на пукках с 4 соседних граней. Эти 4 грани - 4 пары противоположных граней. Сумма на противоположных $= 7$; значит, в лучшем случае сумма все пукки, которые могут перенести на одну клетку, то есть и припадут, а это $7 \cdot 4 = 28$ пукков. Больше не выйдет т.к. пукки с суммой ~~больше~~ не смогут на ней считаться, а с противоположной - не смогут припасть. Сумма на каждой паре $1+2+3+4+5+6=21 \rightarrow$ убрали пукки с суммой 7 грани и противоположной (т.е. 7): $21 - 7 = 14$ - все считывалось.

ответ: 14 пукков.

(Пример - с 1 указ пук и припадут все пукки (2,3,4,5))

Числовый

№6.

Из всех решений задачи n , то есть n и $n+1$ (Петя решил $n+1$, а все остальные $-n$) при тех значениях, когда никакую задачу решил менее половины класса - никакую задачу решил 9 учеников. Значит решение задач тех $900 \cdot 9 = 900$. рассмотрим $n=77$; $77 \cdot 20 = 880$ и еще т.к. Петя решил больше задач, то кста бы $+1$; итого $881 < 900$. (например, все, ~~кроме 7 задач~~ решил по 77 задач, а Петя - 78 $77 \cdot 19 + 78 = 881$) Тогда рассмотрим $n=75$; $75 \cdot 20 = 900$ и $+1$ (от Пети) $= 901 > 900$ (так точно, когда не выполняется условие). Значит раз 77 не подходит, а 75 - подходит, то $75 = \min n$.

Ответ: 75.

№3.

8^{2025} ; рассмотрим та последнюю цифру 8^n :

$8 \rightarrow 8$
 $8 \cdot 8 \rightarrow 4$
 $4 \cdot 8 \rightarrow 2$
 $2 \cdot 8 \rightarrow 6$
 $6 \cdot 8 \rightarrow 8$
 $8 \cdot 8 \rightarrow 4$
 $\vdots$

(можно сказать, что список может возводиться в степень, а $1^0 = 1$)

Получили цикл из 4 значений $8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 6$.

Значит последняя цифра определяется остатком от деления на 4 степени. (соств. $ост=0 \rightarrow 8$
 $ост=1 \rightarrow 8$
 $ост=2 \rightarrow 4$
 $ост=3 \rightarrow 2$)
 т.к. если степень > 4 , то можно отминусовать n на 4, ведь последняя цифра останется той же.

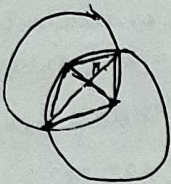
Найдем остаток 2025^{2025} на 4. ($2024:4$)

$(2024+1)^{2025} \rightarrow$ все значения суммы (если считать 2024 , кроме того, что все раз 2024 "брак" 1; раз все числа, кроме одного: $2024 \rightarrow 4 \rightarrow$ их можно забыть, последняя цифра не изменится. Значит последняя цифра $8^{2025^{2025}} = 8^1 = 8$.

Ответ: 8.

так можно делить т.к. десятки, сотни и т.д. не влияют на единицы.

№4.



Каждый пункт идти по одной из этих
путь, тогда они пройдут $\frac{7}{2}R$ по тропе
в 2 раза выше и R по обычной тропе - эквива-
лентно тропе на $2R$ т.к. $2 \cdot \frac{7}{2} = 7$, а длина пути
будет $(\frac{7}{2} + 1)R = 7,5R = 3$ м.

Если идти только по ^(свисту)испытанию, то путь составит $\sqrt{3}$ т.к. следуют
по касательной окружностей и проведем радиус (соединим)
они образуют прямоугольный по св-ву. гипотенуза = $R \rightarrow 2$ м;
если катет = $\frac{7}{2}R \rightarrow 7$ м; $\rightarrow 30^\circ$; а значит высшей катет = $2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} =$
 $= \sqrt{3}$ м, а $2 \cdot \sqrt{3}$ т.к. тропы в 2 раза выше < 4 м (1 м $\cdot 2 + 2$ м $\cdot 1$ если идти
через пашенку).

№7.

рассмотрим все возможные расположения с П и
посчитаем способы расположения между ними с 1.

5 0 - 1 вып.
0 5 - 1 в.
4 1 - 2
1 4 - 2
3 2 - 2
2 3 - 2
1 1 3 - 4
1 3 1 - 0
3 1 1 - 4
2 2 1 - 12
2 1 2 - 12
1 2 2 - 12
2 1 1 - 10
1 2 2 - 10
1 1 2 - 10
1 2 1 - 10
1 1 1 1 - 20

сумма: