

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Умножение

65 минут
Школьный олимпиада

$$\textcircled{1} \sqrt{4x^2+12x+9} + \sqrt{x^2+6x+9} + (\sqrt{x+2})^2 = \sqrt{4+\sqrt{12}} - \sqrt{4-\sqrt{12}}$$

ОДЗ:

$$x \geq -2$$

$$\sqrt{(2x+3)^2} + \sqrt{(x+3)^2} + (\sqrt{x+2})^2 = \sqrt{4+\sqrt{12}} - \sqrt{4-\sqrt{12}}$$

$$|2x+3| + |x+3| + x+2 = \sqrt{4+\sqrt{12}} - \sqrt{4-\sqrt{12}}$$

$$-3 \quad -2 \quad -\frac{3}{2}$$

$$\text{I) } x \in [-2; -\frac{3}{2}]$$

$$-2x-3+x+3+x+2 = \sqrt{4+\sqrt{12}} - \sqrt{4-\sqrt{12}}$$

$$4 = 4 + \sqrt{12} + 4 - \sqrt{12} - 2\sqrt{(4+\sqrt{12})(4-\sqrt{12})}$$

$$4 = 2\sqrt{16-12}$$

$$\text{тогда верно } \Rightarrow x \in [-2; -\frac{3}{2}] \text{ подходит}$$

$$\text{II) } x \in (-\frac{3}{2}; +\infty)$$

$$2x+3+x+3+x+2 = \sqrt{4+\sqrt{12}} - \sqrt{4-\sqrt{12}}$$

$$4x+8 = \sqrt{4+\sqrt{12}} - \sqrt{4-\sqrt{12}}$$

$$16x^2+64+64x = 4 + \sqrt{12} + 4 - \sqrt{12} - 2\sqrt{(4+\sqrt{12})(4-\sqrt{12})}$$

$$16x^2+64x+64 = 0$$

$$4x^2+16x+15=0$$

$$D = 256 - 16 \cdot 15 = 16$$

$$x_{1,2} = \frac{-16 \pm 4}{8} = \left[-\frac{3}{2} \right. \\ \left. -\frac{5}{2} \right]$$

$$\text{Ответ: } x \in [-2; -\frac{3}{2}]$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 16 \\ 16 \\ \hline \times 96 \\ 16 \\ \hline 256 \end{array}$$

Eschschol

[Handwritten signatures]

~~Smack~~ 2

~~$$S = \frac{1}{2} AC \cdot BD \cdot \sin \alpha$$~~

Snack-?

$$= 360^\circ - 120^\circ - 90^\circ =$$

$$a + \sin 2^x \in [a-1, a+1]$$
$$= 150.$$

U

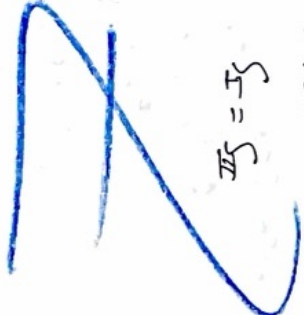
na nufnaboz
Bek.

[Handwritten signature]

22/11/2022

~~Walter S. Hall~~

(五)



Подписывать, лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается

(161.11)

Eschschol



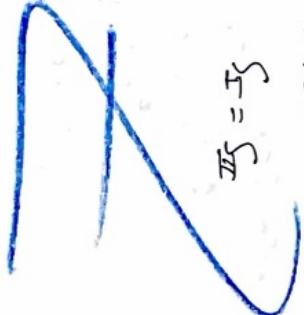
~~Smack~~

Smex-?



$$= 18\sqrt{3} + 18 + 9 \cdot \frac{1}{2} = 18\sqrt{3} + 18 + 4.5 = 18\sqrt{3} + 22.5$$

~~Walter S. Hall~~



Подписывать, лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается

④

Умножаем

$$\cos^3(\pi x) - \cos^3(2\pi x) + \cos^3(4\pi x) =$$

$$= (\cos(\pi x) - \cos(2\pi x) + \cos(4\pi x))^3$$

$$x \in [0; 3; 1, 8] \quad a = \cos(\pi x) \quad b = \cos(2\pi x) \quad c = \cos(4\pi x)$$

$$|a-b+c| |a-b+c| |a-b+c| =$$

$$= |a^2 - ab + ac - ab + b^2 - bc + ac - bc + c^2| |a-b+c| =$$

$$= |a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ac| |a-b+c| =$$

$$= \underbrace{a^2 + a^2 b^2 + a^2 c^2 - 2a^2 b - 2ab c + 2a^2 c - 2a^2 b - b^3 - b^2 c^2 + 2ab^2 c - 2ab c + a^2 c + b^2 c + c^3 - 2ab c - 2b^2 c^2 + 2ac^2 =}$$

$$= a^3 - b^3 + c^3 - 3a^2 b + 3a^2 c + 3ab^2 + 3b^2 c + 3ac^2 - 3b^2 c^2 - 6ab c = a^3 - b^3 + c^3$$

$$- 3 \cos^2(\pi x) \cos(2\pi x) + 3 \cos^2(\pi x) \cos(4\pi x) +$$

$$+ 3 \cos(\pi x) \cos^2(2\pi x) + 3 \cos^2(2\pi x) \cos(4\pi x) +$$

$$+ 3 \cos(\pi x) \cos^2(4\pi x) - 3 \cos(2\pi x) \cos^2(4\pi x) -$$

$$- 3 \cos(\pi x) \cos(2\pi x) \cos(4\pi x) = 0$$

или

$$\cos^2(\pi x) \cos^2(2\pi x) \cos^2(4\pi x) = 0$$

$$3a^2 c + 3a^2 b^2 + 3b^2 c^2 + 3a^2 c^2 = 3a^2 b + 3b^2 c + 3ac(a+b+c) + b^2(a+c)^2 + 2ab c$$

$$(ac + b^2)(a+c) = b(a+c)^2$$

Умножение на все счл

64-11-90-75
(161.11)

④ Умножение 1

Умножаем

$$I) a+c=0$$

$$\cos(\pi x) = -\cos(4\pi x)$$

$$\cos(\pi x) = -\cos(4\pi x)$$

$$4) \pi x = \pi + 4\pi x + 2\pi k$$

$$3x = -1 - 2k$$

$$x = -\frac{(2k+1)}{3}$$

$$2) \pi x = \pi - 4\pi x + 2\pi k$$

$$5x = 1 + 2k$$

$$x = \frac{1+2k}{5}$$

$$II) ac + b^2 = b(a+c)$$

$$ac + b^2 - ab - bc = 0$$

$$a(c-b) - b(c-b) = 0$$

$$(a-b)(c-b) = 0$$

$$1) a-b=0 \quad \cos(\pi x) = \cos(2\pi x)$$

$$\pi x = \pm 2\pi x + 2\pi k$$

$$\oplus x = -2k$$

$$\ominus x = -\frac{2k}{3}$$

$$2) c-b=0$$

$$\cos(2\pi x) = \cos(4\pi x)$$

$$\oplus 2\pi k = 4\pi x + 2\pi k$$

$$\ominus x = -k$$

$$\ominus 2\pi k = -4\pi x + 2\pi k$$

$$x = -\frac{k}{3}$$

$$k=0 \times, k=-1 \Rightarrow x \in \{\frac{2}{3}, \frac{4}{3}, 1, \frac{2}{3}\}, k=1 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$k=-2 \Rightarrow x \in \{\frac{2}{3}, \frac{4}{3}, 1, \frac{2}{3}\}, k=2 \Rightarrow x \in \{1\}$$

Умножение на все счл



④ Проверить условие

$$k=3 \Rightarrow x \in \{\frac{7}{3}, 1\}$$

$$k=4 \Rightarrow x \in \{\frac{9}{5}\}$$

Тогда сумма всех корней
равна x но $x > 1,8$

Ответ: $x \in \{\frac{1}{3}, 1, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{4}{3}, \frac{7}{5}, \frac{9}{5}\}$.

⑤ $f_1(x) = (x+a_1)(x^2+b_1x+c_1)$

$$f_2(x) = (x+a_2)(x^2+b_2x+c_2)$$

$$f_3(x) = (x+a_3)(x^2+b_3x+c_3)$$

$$a_1, b_1, c_1, b_2, c_2, a_3 > 0$$

$$\forall x \quad f_1(x) = f_2(x) = f_3(x)$$

$$(a_1+b_1x+a_2+b_2x+a_3+b_3x+c_1+c_2+c_3) = 0$$

Проверить $x=0$:

$$6a_1 = 14a_2 = 21a_3$$

$$a_1 = \frac{7}{3}a_2$$

$$a_3 = \frac{2}{3}a_2$$

Проверить $x = -a_1$:

$$(a_1-a_2)(a_2^2+b_1a_2+c_1) = 0$$

$$(a_1-a_2)(a_2^2+b_3a_2+c_3) = 0$$

Или из корней

получить соотношения II)

$$a_1 + a_2 = b_1$$

$$a_1 + a_2 = b_1$$

$$a_1 + a_2 = b_3$$

$$a_1 + a_2 = 21$$

ли. Проверить на всех x

Условие

$$\begin{cases} a_1 + \frac{6}{a_2} = b_1 \\ a_2 + \frac{21}{a_3} = b_3 \end{cases}$$

Проверить $x = -a_3$:

$$\begin{cases} a_3^2 - b_2a_3 + c_2 = 0 \\ a_3^2 - b_1a_3 + c_1 = 0 \end{cases}$$

$$b_1 = a_3 + \frac{6}{a_3} = \frac{2}{3}a_2 + \frac{6}{3a_2} =$$

$$= \frac{2}{3}a_2 + \frac{2}{a_2} = a_2 + \frac{6}{a_2}$$

$$\frac{a_2}{3} + \frac{6}{a_2} - \frac{2}{a_2} = 0$$

$$\frac{a_2}{3} - \frac{2}{a_2} = 0$$

$$a_2^2 - 6 = 0$$

$$a_2 = 3 \Rightarrow a_1 = 7$$

$$a_3 = 2$$

$$b_1 = 3 + \frac{6}{3} = 5$$

$$b_3 = 3 + \frac{21}{3} = 10$$

$$b_2 = a_3 + \frac{14}{a_3} = 2 + 7 = 9$$

$$a_1 + b_1 + a_2 + b_2 + a_3 + b_3 = 7 + 5 + 3 + 9 + 2 + 10 = 20 + 14 + 2 = 36$$

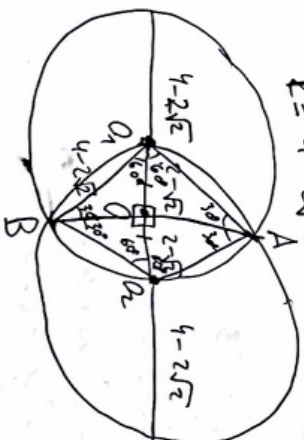
Ответ: $a_1 + b_1 + a_2 + b_2 + a_3 + b_3 = 36$.

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

⑥

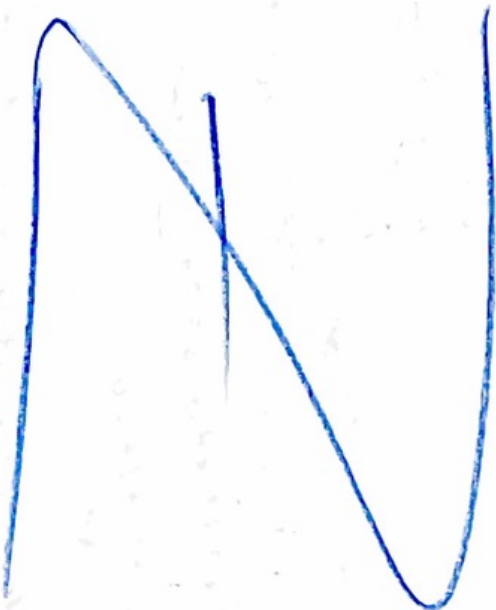
Ученик

$$l = 4 - 2\sqrt{2}$$



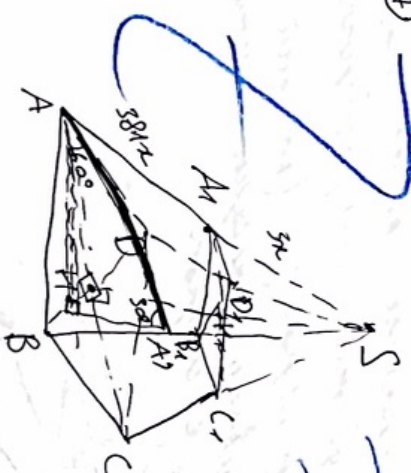
$$OB = \sqrt{3}(2 - \sqrt{2}) = 2\sqrt{3} - \sqrt{6}$$

Была дана, что в зоне реверсива
отсутствует. расстояние между
установками. Тогда зона
сбегается к началу пути
расстояние от границы пути
до точки O.



⑦

Ученик



$$AB = 384$$

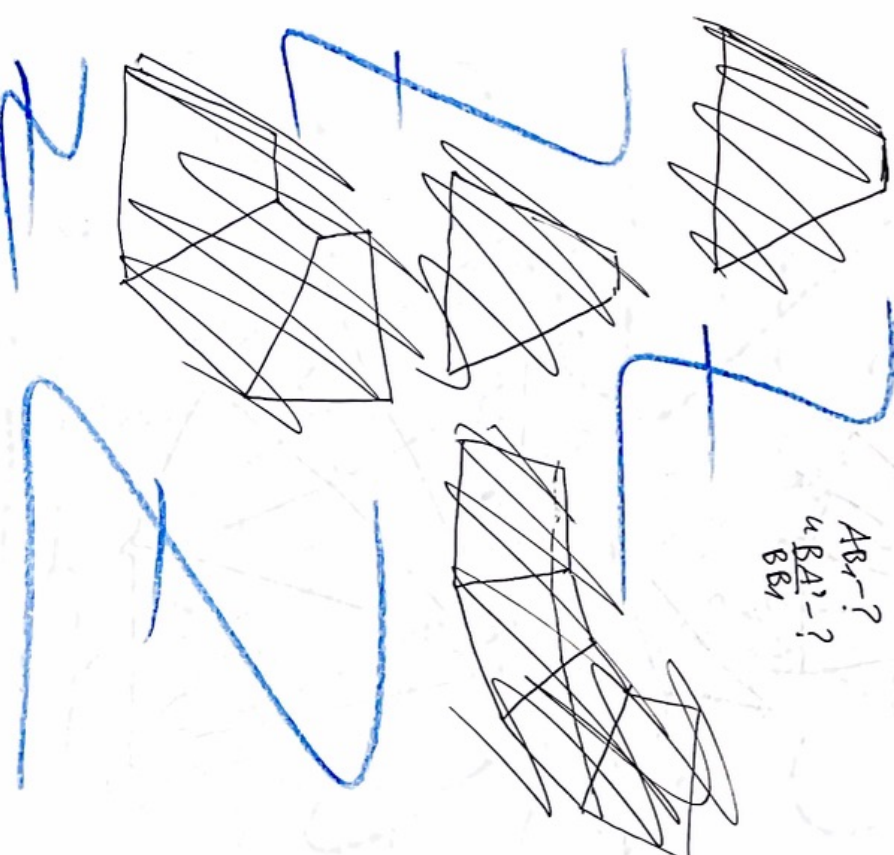
$$A_1 B_1 = 3$$

$$K = ?$$

$$AB_1 = ?$$

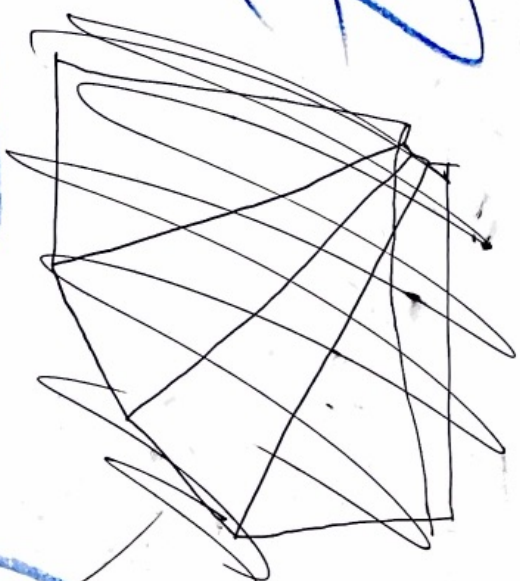
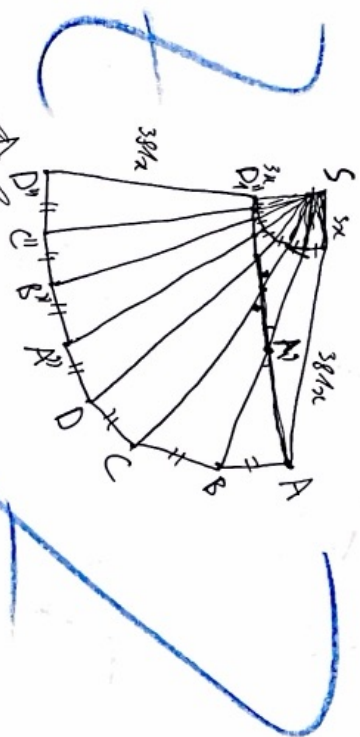
$$BA_1 = ?$$

$$BB_1 = ?$$



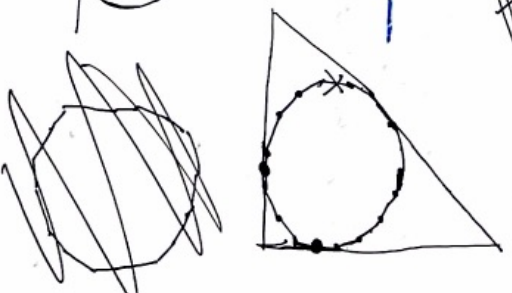
Ученик

Данное по натуре (количеством)
железного элемента по железной
доске может натуре (какие
по количеству натуре могут
натуре могут и натуре:



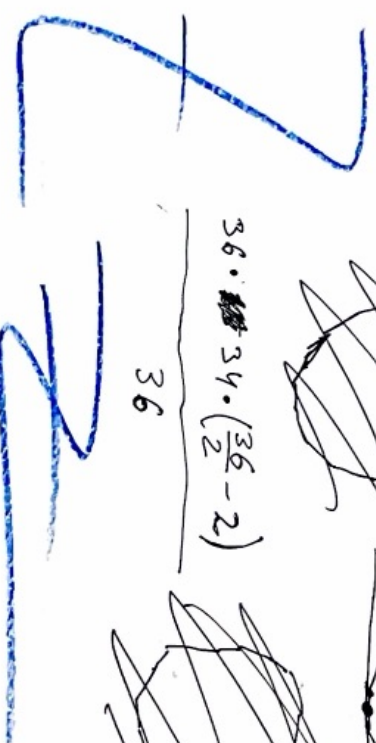
Ученик

⑧



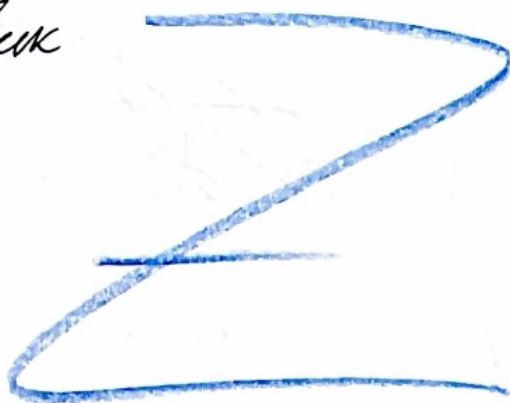
$$36 \cdot 34 \cdot (\frac{36}{2} - 2)$$

36



⑧

Чистовик



I) 36 способов выбрать первую сторону
 II) 34 способа выбрать вторую сторону
 (т.к. нельзя брать первую сторону и
 параллельную ей)

III) $\frac{36}{2} - 2 = 16$ способов выбрать
 третью сторону, т.к. нельзя возвращать
 стороны I и II и противоположные
 им и нельзя брать сторону из
 той же половины 36-угольника,
 что и первые две стороны, т.к.
 иначе многоугольник не будет ~~внутренним~~
 треугольником.

