

97-48-65-23
(158.4)



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 7-8 класс

Место проведения город Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов“
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Сорокина Михаила Алексеевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«13» апреля 2025 года

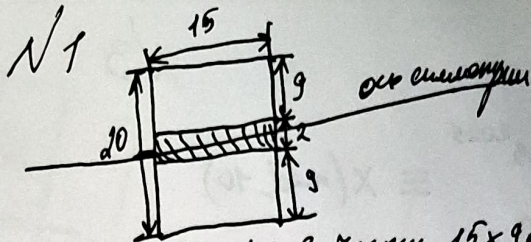
Подпись участника

Сор

80
Восемьдесят

Ответ: Аня.

Стратегия:



1

Сначала Аня режет пирог на 3 части 15×3 , 15×2 и 15×3 (см) 2-ми параллельными разрезами и ест средний из этих кусков (15×2). Этот кусок будет составлять $\frac{1}{10}$ пирога, значит его съесть можно. При этом не образовалось кусков, меньших $\frac{1}{100}$ пирога. Значит данный ход сделать возможно и после него у Ани останется симметризованный кусок (или симметричный кусок середины пирога 20) и 20 кусков. Если же после хода Ани Аня не сможет симметризовать кусок Ани, это значит, что 1 или 2 разреза Ани симметричны (разрез может быть симметричен самому себе или другому разрезу) или Аня не резала пирог. В последнем случае Аня просто берет кусок, симметричный Валентине, и пирог снова становится симметричным, относительно оси симметрии. Если же разрез симметричен самому себе, то 2-ой может быть тоже симметричен либо 2-ому может не быть, тогда Аня делает разрез, который будет симметричен самому себе и не задает кусок, симметричный тому, который взяла Валентина. Если же 1 разрез симметричен самому себе, а другой нет, то Аня делает разрез, симметричный 2-ому разрезу и берет кусок, симметричный Валентине. Таким образом, после Аниного хода пирог всегда симметричен, а после Валентиного - нет, т.е. она не может взять кусок сразу из 2 половин пирога.

№3

2

$$8^{2025^{2025}} \equiv x \pmod{10}$$

$x = ?$

Решение:

Заметим, что:

$$8^1 \equiv 8 \pmod{10}$$

$$8^2 \equiv 4 \pmod{10}$$

$$8^3 \equiv 2 \pmod{10}$$

$$8^4 \equiv 6 \pmod{10}$$

$$8^5 \equiv 8 \pmod{10}$$

$$8^{2025^{2025}} = 8^{(5^1 \cdot 3^4)^{2025}} = 8^{(5^2)^{1025} \cdot (3^4)^{2025}} = 8^{5^{4050} \cdot 3^{8100}}$$

$$n \in \mathbb{N}; \quad 8^{5^n} = 8^{\underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \dots 5}_{n \text{ раз}}} = \left(\left(\left(8^5 \right)^5 \right)^5 \dots \right)^5 = \dots = 8 \pmod{10}$$

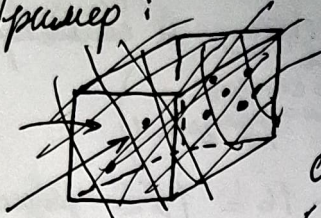
$$\Rightarrow 8^{5^{4050} \cdot 3^{8100}} = \left(8^{5^{4050}} \right)^{3^{8100}} \equiv 8^{3^{8100}} \pmod{10}$$

$$m \in \mathbb{N}; \quad 8^{3^m} = 8^{\underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \dots 3}_{m \text{ раз}}} = \left(\left(\left(8^3 \right)^3 \right)^3 \dots \right)^3 = \left(\left(2^3 \right)^3 \dots \right)^3 = \dots = 8 \pmod{10}$$

$$\Rightarrow 8^{3^{8100}} \equiv 8 \pmod{10}$$

Ответ: 8.

Пример:



на урань с 1-^{той} ^{жуки} после
подраствивания переносим жуки с
соседних урань: $2+3+4+5=14$, при

Этот жук уна (используют для первого) уназем и
остатки 14 жуков.

Оценка:

Большее 14 жуков как грани оказывать не может, и и-
на грань переносит не более 14 жуков (4 соседних граней).
Все жуки, которые были на этой грани указывают, значит
в итоге на грани могло оказываться не более 14 жуков.

7

Всего вариантов способов сложить палки (пренебрегая
правилами) C_{10}^5 , т.е. кол-во способов выбрать из 10
позиций 5 для ~~двух~~ пальцев правой руки.

$$C_{10}^5 = \frac{10!}{5! \cdot 5!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 252$$

При этом из них запрещено: 2 ()
 Рассмотрим кел-во способов, запрещенных из-за правил
 краевой руки (каждая клетка имеет 2 соседа)
 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100

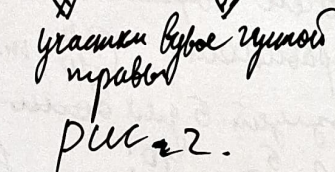
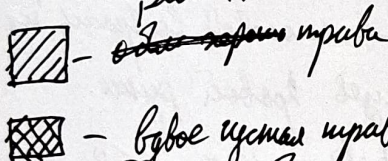
ка 2). Разберем случаи: в 3 П подряд, 4 П подряд и 5 П подряд, при этом их ~~не~~ ограничивают, и, н.е.

всего ППППл можно поставить 6 способами, а остальные 3 пальца $C_5^2 = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ способами, т.е. всего 60 сп. В 2 сл. "л ППППл" можно поставить 5 способами, а оставшийся палец можно поставить 4 способами, т.е. всего $5 \cdot 4 = 20$ способов. В 3 сл. "л ПППППл" можно поставить 4 способами, значит всего 4 способа, т.е. всего 84 запрещенных слова из-за пробелов.

Столбы тоже и для левой, но здесь другие условия.
Для 3 сл их нет, для 2-го их 2 (и ППП и ППП симметричны)

[illegible]

Unben: 100.



Значит вода пойдет через одну из пиллвак и пойдет
Зем (как по уш) (как по пиллвак) и по пиллвак 4 м травн.

№4 (продолжение)

Ответ: 3 и, 6 направлений одной из поливалок

№6

Ответ: 46 45

7

Или контрольный 2*45: Оценка;

~~Задачи~~
~~Решения~~

Решение при $n = 45$ не является такой задачей, тогда каждую задачу решено не

более 9 человек, значит всего решений не более 900, но при этом решений хотя-бы 901, т.к. каждый решил хотя-бы 45 задач и этих решений хотя-бы 46 (т.е. он решил все свои задачи), значит противоречие $\Rightarrow$ такая задача (которую решили хотя-бы 10 человек) обязательно существует.

Или контрольный для 44: 1- Тем, ~~остальные~~ ~~решили 45~~ ~~решений 44~~
100

Задачи	1	2	3	...
Решили	1	10	13	
	2	11	20	
	3	12	1	
	4	13	2	
	5	14	3	
	6	15	4	
	7	16	5	
	8	17	6	
	9	18	7	
		19	8	

тогда всего на ~~кажд~~

$$18 \cdot 44 + 45 \cdot 8 \leq 900$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 4 \\ \hline 72 \end{array}$$