0 596763 990004

59-67-63-99
(161.27)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 11

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Старцева Максима Юрьевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата «13» апреля 2025 года

Подпись участника

Горшков

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
59-67-63-99		+	+	+	−	+	−	∓	−

59-67-63-99
(161.27)

65 (шестьдесят пять)

$$\sqrt{(2x-3)^2}+\sqrt{(x-3)^2}+\left(\sqrt{-(x-2)}\right)^2=\sqrt{3+2\sqrt2}-\sqrt{3-2\sqrt2}$$

$(1+\sqrt2)^2$ $(\sqrt2-1)^2$

$-(x-2)\geq 0$

$x-2\leq 0$

$x\leq 2$

$\sqrt2+1-\sqrt2+1=2$

2 $4^{5-\frac{1}{x}}\geq a+\sin 2^x$ $x>0$

$2^{10-\frac{2}{x}}\geq a+\sin 2^x$

≤ 1

$2^a=2^b+2\pi k$

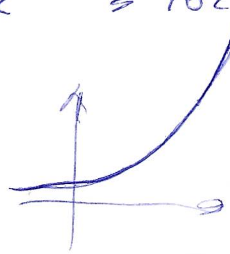
2^{10}

$1024\geq$

$a=1023$

1022

$2^{10-\frac{2}{x}}\geq 1023+\sin 2^x$



228

57

2,5 114

2 4,2 456

0,5 360

96

96 573...

192 1146...

384 229...

24 458...

48 98...

96 196...

392...

32...

64...

1025

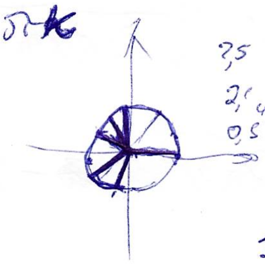
1024

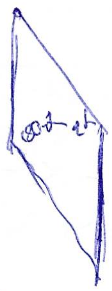
1024,...

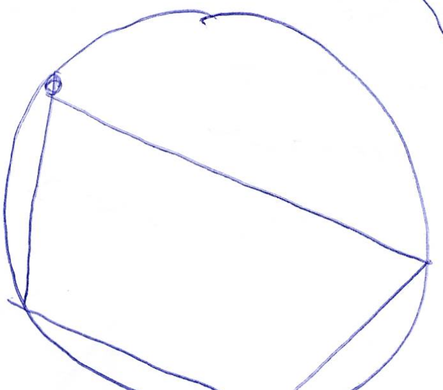
$2^x\approx\frac{3\pi}{2}+2\pi k$

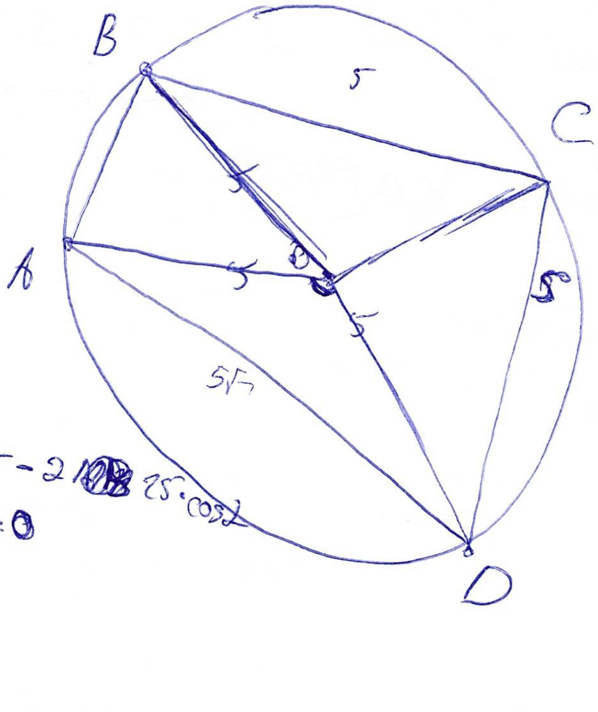
$2^{x+1}\approx 3\pi+4\pi k$

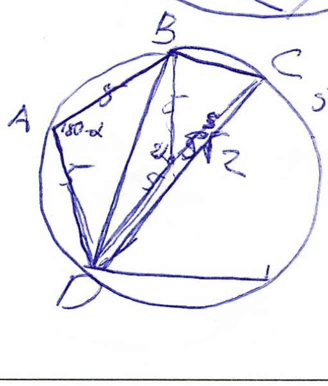
$2^{x+1}\approx\pi(3+4k)$











$5\sqrt2$ $25+25-2\cdot 25\cdot\cos\alpha$

$\cos\alpha=0$

Чистовик

Задача № 1

$\sqrt{4x^2-12x+9} = \sqrt{(2x-3)^2}$

$\sqrt{x^2-6x+9} = \sqrt{(x-3)^2}$ ОДЗ: $-(x-2) \geq 0 \Rightarrow x-2 \leq 0 \Rightarrow \boxed{x \leq 2}$

$\left(\sqrt{-(x-2)}\right)^2 = -(x-2)$,

ОДЗ: $x \leq 2$.

$\sqrt{3+\sqrt{8}} = \sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} = \sqrt{2}+1$

$\sqrt{3-\sqrt{8}} = \sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = \sqrt{2}-1$

$(\sqrt{4x^2-12x+9}) + (\sqrt{x^2-6x+9}) + \left(\sqrt{-(x-2)}\right)^2 = \sqrt{3+\sqrt{8}} - \sqrt{3-\sqrt{8}}$

$\sqrt{(2x-3)^2} + \sqrt{(x-3)^2} - x + 2 \quad = \quad \sqrt{2}+1-(\sqrt{2}-1) = 2$

$\sqrt{(2x-3)^2} + \sqrt{(x-3)^2} - x + 2 = 2$

$x \leq 2 \Rightarrow x-3 < 0 \Rightarrow \sqrt{(x-3)^2} = 3-x$.

$\sqrt{(2x-3)^2}$ → при $x \in [1,5;2]$ $\sqrt{(2x-3)^2} = 2x-3$

→ при $x \in (-\infty;1,5]$ $\sqrt{(2x-3)^2} = 3-2x$

Если $x \in [1,5;2]$: $2x-3+3-x-x+2=2$

$2=2 \Rightarrow x \in [1,5;2]$ подходит

Если $x \in (-\infty;1,5]$: $3-2x+3-x-x+2=2$

$6-4x=0 \Rightarrow \boxed{x=1,5}$

Тогда $x \in [1,5;2]$ Ответ: $x \in [1,5;2]$

Черновик

Задача №2

$4^{5-\frac{1}{x}} \geq a+\sin 2^x$

$2^{10-\frac{2}{x}} \geq a+\sin 2^x$.

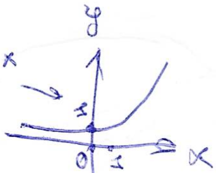
$a=1025$: уд., т.к. $2^{10-\frac{2}{x}} < 2^{10}=1024$. при $x\to+\infty$
$10-\frac{2}{x}\to 10$,
но $10-\frac{2}{x}<10$;

$-1\le \sin 2^x \le 1 \Rightarrow 1025+\sin 2^x \geq 1024$

Тогда $2^{10-\frac{2}{x}}<1024$
$a+\sin 2^x \geq 1024 \Rightarrow 2^{10-\frac{2}{x}} < a+\sin 2^x$.

Если $a<1025$, то:

В силу непрерывности



мы можем найти сколь угодно много точек $x>n$, таких что $\sin 2^x=-1$, где $\forall n\in N$. $\Rightarrow$ при $x\to+\infty$, $2^{10-\frac{2}{x}}\to 1024$,

а так же $\exists x: \sin 2^x=-1$ $a+\sin 2^x<1025-1 \Rightarrow a+\sin 2^x<1024$.

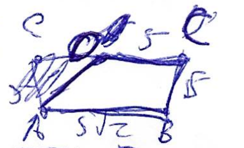
Значит $\exists x$: ~~от будет~~ $2^{10-\frac{2}{x}}$ будет $> a+\sin 2^x$. $\Rightarrow$

$\Rightarrow a=1025$ Ответ: 1025

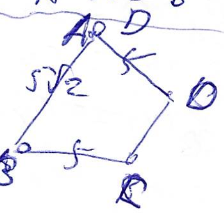
Задача 3

Пусть дан ЧУ ABCD.

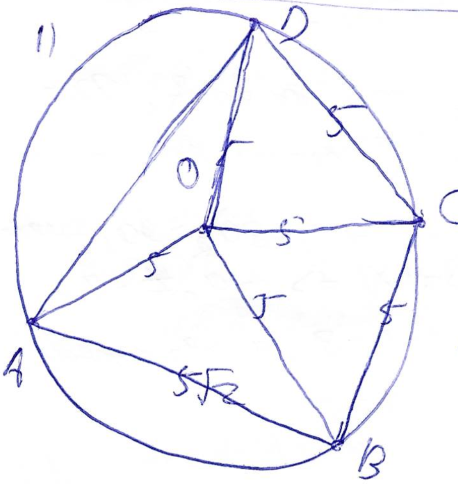
1) вар $AB=5\sqrt{2}$, $BC=5$, $CD=5$



2) вар $AB=5\sqrt{2}$, $BC=5$, $DA=5$



1)



Пусть O - центр окружности. Тогда $\triangle ODC$ и $\triangle OCB$ - равносторонние т.к. $R=5$, DC и $BC=5$, $OC=OB=OD \Rightarrow \angle DOC=\angle COB=60^\circ$

По т. косинусов для $\triangle AOB$:

~~$\angle AOB$~~ $AB^2=AO^2+BO^2-2\cdot AO\cdot BO\cdot\cos\angle AOB$

$50=25+25-2\cdot5\cdot5\cdot\cos\angle AOB \Rightarrow$

$\Rightarrow 50\cos\angle AOB=0 \Rightarrow \cos\angle AOB=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle AOB=90^\circ$

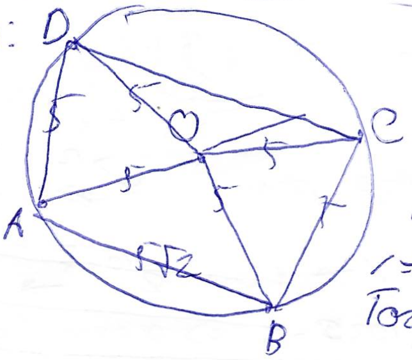
Чистовик

Задача №3 (Продолжение).

Тогда $\angle AOD = 360 - \angle AOB - \angle BOC - \angle COD = 360^\circ - 90^\circ - 60^\circ - 60^\circ =$
$= 150^\circ$, т.к.

$S_{ABCD} = S_{AOB} + S_{BOC} + S_{COD} + S_{DOA} =$
$= AO \cdot BO \cdot \frac{1}{2} + \sin 60^\circ \cdot \frac{1}{2} \cdot BO \cdot OC + \sin 60^\circ \cdot \frac{1}{2} \cdot CO \cdot OD +$
$+ \sin 150^\circ \cdot \frac{1}{2} \cdot DO \cdot OA = \frac{25}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 25 + \frac{\sqrt{3} \cdot 25}{4} + \frac{1}{4} \cdot 25 =$
$= 25\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{4}\right) = 25\left(\frac{3+2\sqrt{3}}{4}\right) = \boxed{\frac{75+50\sqrt{3}}{4}}$

2 вар:



Аналогично 1) вар. $\angle AOD = \angle BOC = 60^\circ$, в силу того, что $\triangle AOD$, $\triangle BOC$ — равносторонние, а $\triangle AOB$, с $\angle AOB = 90^\circ$ $\Rightarrow \angle DOC = 150^\circ$. Тогда $S_{ABCD} = S_{AOD} + S_{BOC} + S_{AOB} +$ $+ S_{DOC}$, что ~~посчитаем~~ аналогично S_{ABCD} в 1 вар., т.к. $S_{ABCD} = 5 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin 60^\circ + 5 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin 60^\circ + 5 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} + 5 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} =$
$= \frac{75+50\sqrt{3}}{4}$

Ответ: $\frac{75+50\sqrt{3}}{4}$

Задача №5

$f_1(x) = (x+a_1)(x^2+b_1x+6)$ — корень $-a_1$
$f_2(x) = (x+a_2)(x^2+b_2x+8)$ — корень $-a_2$
$f_3(x) = (x+a_3)(x^2+b_3x+12)$ — корень $-a_3$.

Т.к. $\forall x: f_1(x) - f_2(x) - f_3(x) \Rightarrow f_1 - f_2 = f_3$. Значит одинаковые корни. Если $-a_2 = -a_1$, то т.к. $f_1(\cancel{a_1}) =$ у $f_2(x)$ — $-a_1$. $\Rightarrow 6a_1 = 8a_2$ (раскрыли скобки f_1 и f_2 посмотрев на свободный член) т.к. $a_1, a_2 > 0 \Rightarrow 6a_1 = 8a_2 = 8a_1$ — неверно и тогда в т. $x=0$ $f_1(x) \neq f_2(x) \Rightarrow -a_1 \neq -a_2$.
Получается $-a_1$ корень ур-ия x^2+b_2x+8, а $-a_2$ корень ур-ия x^2+b_1x+6.

~~черновик~~ Задача №5 (продолжение) Чистовик

Аналогично $a_2 \neq a_3$, $a_1 \neq a_3$, т.к $8a_2 \neq 12a_3$ (при $a_2 = a_3 > 0$),
$8a_1 \neq 12a_3$ (при $a_1 = a_3 > 0$).

Значит f_1, f_2, f_3 имеют по три корня $(-a_1; -a_2; -a_3)$,

$x^2 + b_1 x + 6$ - корни $-a_2; -a_3 \Rightarrow$
$x^2 + b_2 x + 8$ - корни $-a_1; -a_3 \Rightarrow$
$x^3 + b_3 x + 12$ - корни $-a_2; -a_1 \Rightarrow$

$$\begin{cases} a_2 a_3 = 6 \\ a_1 a_3 = 8 \\ a_1 a_2 = 12 \end{cases} \Rightarrow$$ по Т. Виета

$\Rightarrow (a_1 a_2 a_3)^2 = 6 \cdot 8 \cdot 12 = 3 \cdot 2 \cdot 2^3 \cdot 2^2 \cdot 3 = 3^2 \cdot 2^6$, т.к. $a_1 > 0$, $a_2 > 0$, $a_3 > 0$ $\Rightarrow$

$$\Rightarrow a_1 a_2 a_3 = 3 \cdot 2^3 = 24 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 4 \\ a_2 = 3 \\ a_3 = 2 \end{cases}.$$

~~Тог~~ По Т. Виета $\begin{cases} -a_3 - a_2 = -b_1 \\ -a_2 - a_1 = -b_3 \\ -a_1 - a_3 = -b_2 \end{cases} \Rightarrow b_1 + b_2 + b_3 = 2(a_1 + a_2 + a_3) \Rightarrow$

$\Rightarrow a_1 + b_1 + a_2 + b_2 + a_3 + b_3 = 3(a_1 + a_2 + a_3) = 3 \cdot 9 = \boxed{27}$

~~Получим~~ Проверка: получили, что $b_1 = 5$, $b_2 = 6$, $b_3 = 7$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow f_1(x) = (x+4)(x^2 + 5x + 6) = x^3 + 9x^2 + 26x + 24$
$f_2(x) = (x+3)(x^2 + 6x + 8) = x^3 + 9x^2 + 26x + 24$ $\Rightarrow f_1 = f_2 = f_3$ Удовл.
$f_3(x) = (x+2)(x^2 + 7x + 12) = x^3 + 9x^2 + 26x + 24$

Ответ: 27

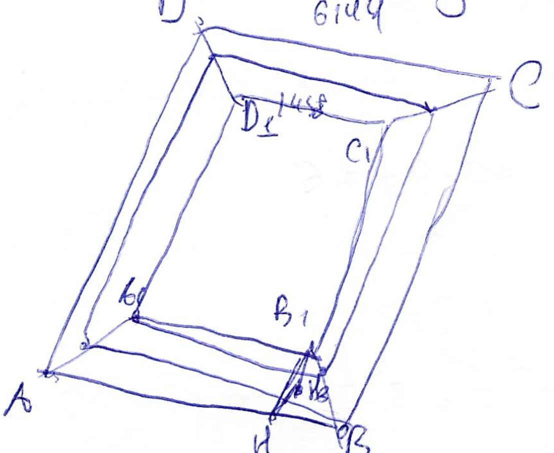
Задача №4

$(a+b+c)^3 = \cancel{a^3+b^3+c^3} (a+b+c)(a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc) =$
$= a^3 + ab^2 + ac^2 + 2a^2b + 2a^2c + 2abc + a^2b + b^3 + bc^2 + 2ab^2 + 2abc +$
$+ 2b^2c + a^2c + b^2c + c^3 + 2abc + 2ac^2 + 2bc^2 =$
$= a^3 + b^3 + c^3 + 3(a^2b + ab^2 + ac^2 + a^2c + bc^2 + b^2c) + 6abc \Rightarrow$

$\Rightarrow a = \sin \pi x$, $b = \sin 2\pi x$, $c = \sin 4\pi x$ $\Rightarrow 3(a^2b + ab^2 + ac^2 + a^2c + bc^2 + b^2c) + 6abc + a^3 + b^3 + c^3 =$
$= a^3 + b^3 + c^3 \Rightarrow a^2b + ab^2 + ac^2 + a^2c + bc^2 + b^2c + 2abc = 0$

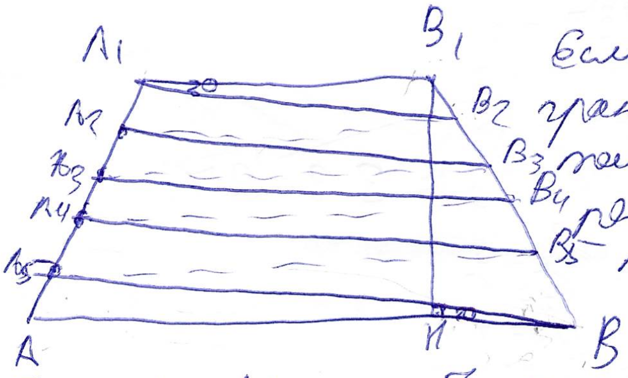
$a^2b = \sin^2 \pi x \cdot \sin 2\pi x = \frac{1}{2} \sin \pi x(\cos \pi x - \cos 3\pi x)$
$a^2c = \sin^2 \pi x \cdot \sin 4\pi x = \frac{1}{2} \sin \pi x(\cos 3\pi x - \cos 5\pi x)$
$b^2a = \sin^2 2\pi x \cdot \sin \pi x = \frac{1}{2} \sin 2\pi x(\cos \pi x - \cos 3\pi x)$
$b^2c = \sin^2 2\pi x \cdot \sin 4\pi x = \frac{1}{2} \sin 2\pi x(\cos 2\pi x - \cos 6\pi x)$
$c^2a =$

Задача №7 Чистовик



Все боковые грани — равнобокие трапеции.

Тогда в ~~...~~ на грани AA_1B_1B, отметим все 5 лестниц, чтобы это выглядело так.



Если лестница на другой грани, то мы ее переносим так, что ее конец на ребре AA_1 был выше от плоскости $ABCD$ чем конец на BB_1

Пусть $AA_1 = a$. По Т Фалеса все отрезки A_iA_{i+1} равны, т.к. $A_iB_{i+1} \parallel A_jB_{j+1}$, т.к. все составляют угол ~~...~~ 30°.

Тогда $A_iA_{i+1} = \frac{a}{5} = B_jB_{j+1}$.

Пусть $\angle AB_5B_1 = \alpha \Rightarrow \angle A_1B_2B_1 = \alpha$. По Т. синусов в $\triangle A_1B_1B_2$ $\frac{B_1B_2}{\sin 30^\circ} = \frac{A_1B_1}{\sin\alpha} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{5\cdot 1458}{a\cdot 2} = \frac{5\cdot 729}{a}$.

Опустим высоту из т. B_1 на AB — B_1H.

~~B_1~~ $HB = \underbrace{\frac{AB - A_1B_1}{2}}_{\text{равнобокая трапеция}} = \frac{6144-1458}{2} = \frac{4686}{2} = 2343. \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos(\underbrace{\alpha+30}_{\angle ABK_5 + \angle A_5BB_1})^\circ = \frac{HB}{BB_1} = \frac{2343}{a} = \cos(\alpha+30)$.

Чистовик

$\cos(\alpha+30) = \cos\alpha \cdot \cos 30° - \sin\alpha \cdot \sin 30° =$ Задача №7 (продолжение)

$= \cos\alpha \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{5 \cdot 729}{2a}$

$\cos\alpha = \sqrt{1 - \frac{(5\cdot 729)^2}{a^2}} = \frac{\sqrt{a^2 - 5^2 \cdot 729^2}}{a}$

$\frac{2343}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - 5^2 \cdot 729^2}}{a} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{5 \cdot 729}{2a} \quad \Big| \cdot 2a$

$4686 = \sqrt{3a^2 - 3 \cdot 25 \cdot 729^2} - 5 \cdot 729$

$\times\frac{729}{5}$ 3645

$+\frac{4686}{3645}$ 8331

$8331 = \sqrt{3a^2 - 3 \cdot 25 \cdot 729^2}$.

$8331 \,|\, 3$ 2777; -6, 23, -21, 23, -21, 21

$2343 \,|\, 3$ $\cancel{77}$; -21, 33, -21, 33

$8331^2 + 3 \cdot 25 \cdot 729^2 = 3a^2$

$a = \sqrt{\frac{8331^2 + 3 \cdot 25 \cdot 729^2}{3}}$

Теперь найдем $B_1H = \sqrt{a^2 - 2343^2} =$

$= \sqrt{\frac{8331^2 + 3 \cdot 25 \cdot 729^2}{3} - 2343^2}$

Опустим высоту из т. B_1 на плоскость $ABCD = B_1H_1$.

Тогда $B_1H_1 =$ по т. Пифагора $\sqrt{HB_1^2 - HH_1^2}$, $HH_1 =$

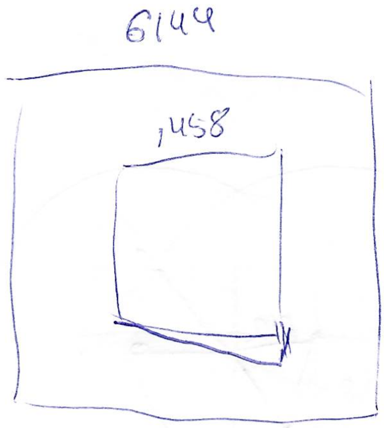
$= \frac{BC - B_1C_1}{2} = 2343 \Rightarrow B_1H_1 = \sqrt{\frac{8331^2 + 3 \cdot 25 \cdot 729^2}{3} - 2343^2 - 2343^2} =$

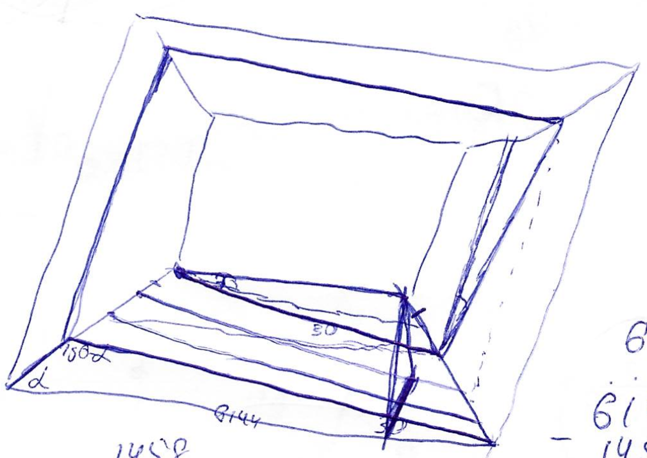
$= B_1H_1 = \sqrt{\frac{8331^2 + 3 \cdot 25 \cdot 729^2}{3} - 2 \cdot 2343^2} =$

$= \sqrt{2777 \cdot 8331 + 25 \cdot 729^2 - 2(2343)^2}$

$= \sqrt{2777^2 \cdot 3 \cdot 25 \cdot 729^2 - 2(2343)^2} =$

$=$

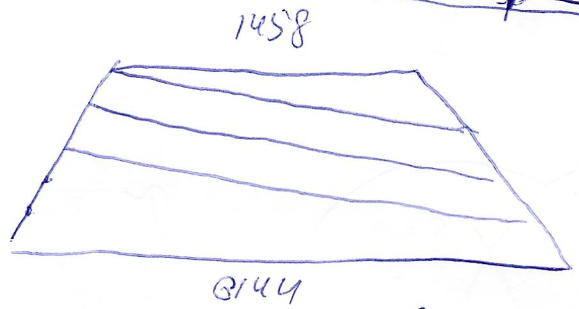


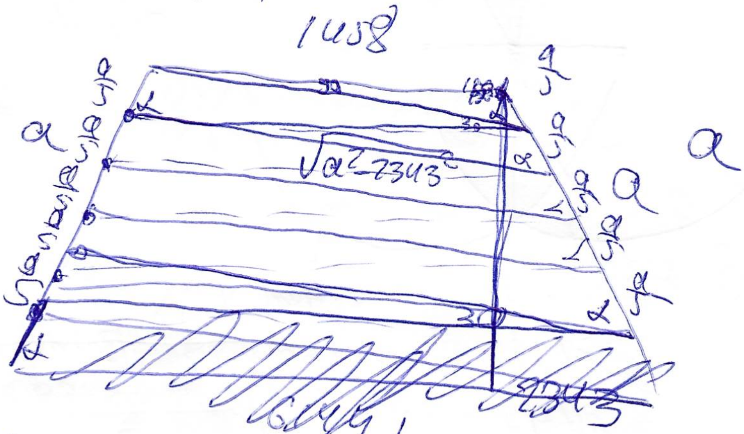


6144-1458

$$\begin{array}{r} 6144 \\ -\,1458 \\ \hline 4686 \end{array}$$

2343



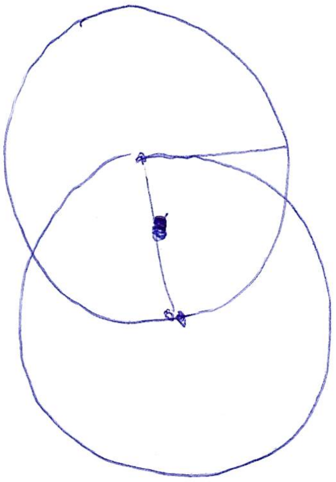


$\frac{1458}{\sin\alpha} = \frac{2a}{5}$

$\frac{h}{a} = \sin(\angle 630) = .$

$\sin\alpha = \frac{1779.5}{a}$

$\frac{\sqrt{a^2-2343^2}}{a} = \frac{\sin\alpha}{2}$



$\frac{3}{2\sqrt{5}}$

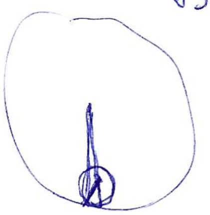
$R^2 - \frac{R^2}{4}$

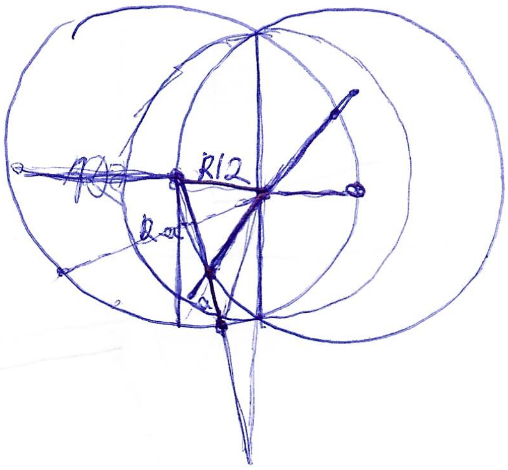
$\frac{3R^2}{4}$

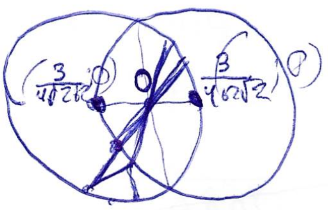
$\frac{\sqrt{3}R}{2}$

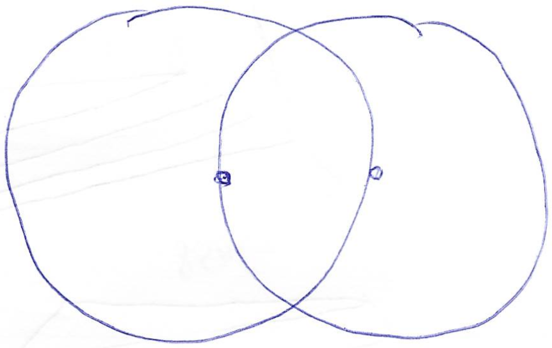
$\sqrt{3}R$

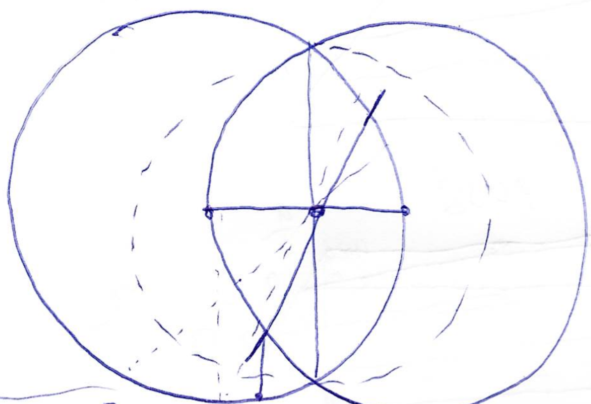
$2R$











$\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}$

$-\frac{\pi}{3}$ $\frac{\pi}{2}$

$\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2} + 2\sqrt{x_2^2+y_2^2} \to \min$

$\sqrt{x_1^2}$

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \sin\beta \cdot \cos\alpha$

$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta - \sin\beta \cdot \cos\alpha$

$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta + \sin\alpha \cdot \sin\beta$

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$

$\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta) = 2\sin\alpha \cdot \cos\beta$

$\sin(A) + \sin(B) = 2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$

$f_1(x) = (x+a_1)(x^2+b_1x+6)$

$f_1(x)=f_2(x)=f_3(x)$

$f_2(x)=(x+a_2)(x^2+b_2x+8)$

$f_3(x)=(x+a_3)(x^2+b_3x+12)$

$-b_1$

$\sin(2\pi x) \geq \sin(4\pi x)$

$2\pi x$

$-b_1 = a_2+a_3$

$-a_1$ $-b_2 = a_1+a_3$

$-a_2$

$-a_3$ $-b_3 = a_1+a_2$

$+a_1+a_2+a_3 + a_1-a_3-a_1-a_2-a_2-a_3 = -(a_1+a_2+a_3)$

$b_1x^2+a_1x^2$

$f(a)+f(b)-f(c)$

$6a_1 = 8a_2 = 12a_3$

$3a_1 = 4a_2 = 6a_3$

$a_2 = \frac{3a_1}{4} = 0{,}75a_1$ $a_1+a_2+a_3 = 2{,}25a_1$

$a_3 = 0{,}5a_1$

$f^3(a)+f^3(b) = f^3(c)+f^3(d)$

$a_1a_3 = 8$

$a_2+b_2 = a_1+b_1 = a_3+b_3$

$a+b-c \leq a \leq b \leq c$

$a_1 = 2a_3$

$a_1 - a_2 - a_3 = a_3 - a_1 - a_2$

$< a \leq a+b-c \leq c \leq b$

$2a_3^2 = 8$

$2a_1 = 2a_3$

$a_3 = 2$

$a_1 = 4$ $a \leq 0$

$a_2 = 3$ $b \geq 0$

$(x+4)(x^2+5x+6)$

$(x+3)(x^2+6x+8)$ >0 >0 <0

$(x+2)(x^2+7x+12)$ >0 <0 >0

$\sin^2\pi x \cdot \sin 4\pi x = \frac{1}{2}\sin\pi x((\cos 3\pi x - \cos 4\pi x))$ <0 >0

$\sin 3\pi x \cdot \sin^2 4\pi x = \frac{1}{2}\sin 4\pi x(($

$\sin^3(\pi x)$

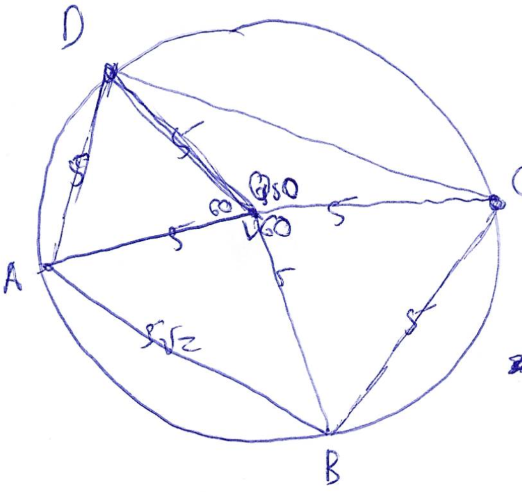
$\sin^3(2\pi x)$

$\sin^3(4\pi x)$

$\sin^2\pi x \cdot \sin 2\pi x = \frac{1}{2}\sin\pi x(\cos \pi x - \cos(3\pi x))$

$(1-\cos^2\pi x)\sin 2\pi x$

$\sin\pi x \cdot \sin 2\pi x = \frac{1}{2}\sin 2\pi x(\cos\pi x - \cos 3\pi x))$



$$900 \quad 120$$
$$210$$

$\frac{1}{2}$ $\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$

$1 = \frac{3}{2} - 4 \cdot \frac{1}{8} =$

~~$\sin 3\alpha = 4\sin^3\alpha - 3\sin\alpha$~~

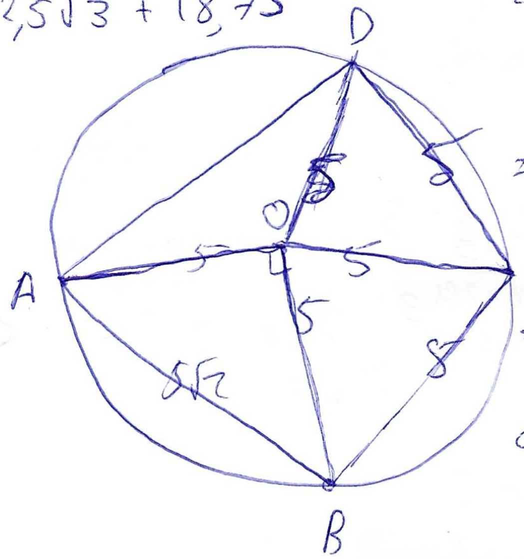
~~$1 = 4\frac{1}{8} - \frac{3}{...}$~~

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$

$$25 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 5 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} + 5 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} =$$

$= 12{,}5\sqrt{3} + 12{,}5 + 6{,}25 =$

$= 12{,}5\sqrt{3} + 18{,}75$ $= \frac{25}{2}\sqrt{3} + \frac{75}{4} =$



$(a+b+c)(a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc) =$

$= a^3 + ab^2 + ac^2 + 2a^2b + 2a^2c + 2abc +$

$+ b^3 + ba^2 + bc^2 + 2ab^2 + 2abc + 2b^2c$

$+ c^3 + ca^2 + cb^2 + 2abc + 2ac^2 + 2bc^2 =$

$= a^3+b^3+c^3 + 3(a^2b + ab^2 + a^2c + ac^2 + b^2c + bc^2) +$

$+ 6abc$

$a^2b + ab^2 + a^2c + ac^2 + b^2c + bc^2 + 2abc = 0$

$$\sin^3(\pi x) + \sin^3(2\pi x) - \sin^3(4\pi x) = (\sin(\pi x) + \sin(2\pi x) - \sin(4\pi x))^3$$

$a^3 + b^3 - c^3 = (a+b-c)^3$

$a \leq a+b-c \leq c \leq b$

$a+b-c \leq a \leq b \leq c$

$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$

$b - c \leq 0$

$\sin^3(2\pi x) = 2 \cdot \sin^3\pi x \cdot \cos^3\pi x$

$\sin^3(4\pi x) = 4\sin^3\pi x \cdot \cos^3\pi x \cdot \cos^3 2\pi x = 4\sin^3\pi x \cdot \cos^3\pi x(2\cos^3\pi x - 1)$

$=$