

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 7-8 класс

Место проведения г. Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Ломоносов"
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Парасовой Дарьи Александровны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

« 13 » апреля 2025 года

Подпись участника

Задача 3.

$$\begin{array}{r} 1) \quad 2025 \\ \times 2025 \\ \hline \dots 25 \end{array}$$

8 ... 25

75
сильнее пяти

ЧИСТОВИК

две последние цифры степени
равны 2 и 5

(т.к. две последние цифры
числа вида ... 25 при
возведении в степень не
меняются)

значения	степень числа	цифры повторения последней цифры
2)	8	
	64	
	512	
	4096	
	32768	5

Последняя цифра числа,
являющаяся степенью 8 или
повторяется через каждые
4 посл. цел. степени.

3) ... $25 : 4 = \dots$ (ост 1)
можно представить как
 $100 \times \dots + 25 \dots 25$

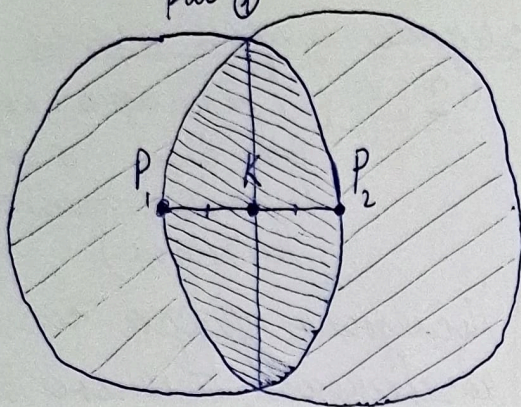
остаток от деления на 4 числа,
оканчивающегося на 25
будет равен 1 т.к. это число можно
представить как сколько-то сотен
 $+ 25$, а $25 : 4 = 6$ (ост 1)

4) Последняя цифра $8^{2025-2025}$ будет такой, как на
1-ом месте в числе. Это цифра 8.

Ответ: 8.

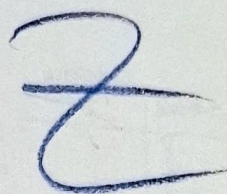
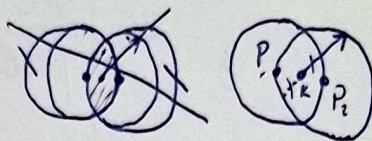
Задача 4

рис ①



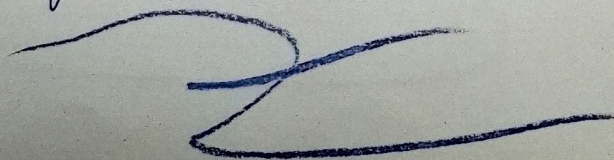
ЧИСТОВИК

рис ②



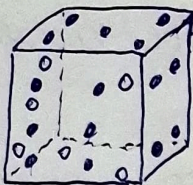
- 1) Фигура, образованная пересечением двух равных окружностей симметрична. (Она состоит из двух дуг, стянутых общей хордой.)
- 2) Когда коза куда-то идёт, она часть пути пройдёт по земле с удвоенным кол-вом травы, а часть по обычной траве. (возможный путь по траве показан на рисунке 2).
- 3) Т.к. фигура на пересечении окружностей симметрична, то а кол-во травы в этой зоне удвоено, то проходя в любом направлении со своей начальной позиции, коза съедает столько травы, сколько съела бы, проходя по соответствующей её ~~нап~~ (козы) направлению хорде окружности, орошаемой только осевой поливкой.
- 4) Самая длинная хорда это диаметр, значит коза должна пройти через центр одной из окружностей. Её путь при этом будет равен $r + \frac{r}{2} = 2 + 1 = 3$ (м).

Ответ: к центру одной из ~~дв~~ окружностей, путь длины 3 м.



Задача 5.

ЧИСТОВИК.



1) Чтобы кол-во жуков было максимальным, все жуки с четырех граней должны переползти на одну, которая является соседней для всех них (граней вид сверху)



жуки же, уже сидевшие на грани, убьют на одну соседние.

На четырех гранях, имеющих общую соседнюю (см. вид сверху)

сумма жуков $= 4 + 4 = 8$. Макс. на одной грани $= 14$

Ответ: 14.

Задача 2.

1) Из условия следует, что счастливое число имеет сумму цифр, кратную 2.

Суперсчастливое число ~~такое, что и само имеет~~ само имеет четную сумму цифр и "суперсчастливое + 1" тоже имеет четную сумму цифр.

2) Если бы счастливое суперсчастливое число не оканчивалось на 9, то следующее за ним число бы имело сумму цифр "четную + 1" т.е. нечетную. $np.c \Rightarrow \Rightarrow$ Суперсчастливое число оканчивается на 9. $\Rightarrow$ Его сумма цифр не меньше 18. Мы ищем минимальное суперсчастливое число, поэтому проверим ~~самые маленькие~~ ^{min} числа с $S.ц = 18$ и оканч. на 9. :

- 3) $99 + 1 = 100$ - не счастливое
 $189 + 1 = 190$ - не счастливое (далее Н.С.)
 $279 + 1 = 280$ - Н.С.
 $369 + 1 = 370$ - Н.С.
 $459 + 1 = 460$ - Н.С.
 $549 + 1 = 550$ - счастливое

Значит, минимальное суперсчастливое это 549.

Ответ: 549

Задача 6

ЧИСТОВИК

1) Минимальное кол-во задач, которое решили ученики это $20n+1$ (т.к. Петя решил больше всех, т.е. хотя бы 1 человек решил хотя бы на 1 задачу больше n)

2) Половина класса это $\frac{20}{2} = 10$ (человек).

3) Максимальное кол-во решений, при котором ни одну задачу не решил хотя бы пол класса это $100 \times 9 = 900$. (когда каждую задачу решил 9 человек)

$\frac{900}{20} = 45$ - минимальное n . Тогда $20n+1 = 901$ и хотя бы одну задачу решил 10 человек, т.е. не менее половины класса.

Ответ: 45.

ЧЕРНОВИК

000

0000

00000

00001 =

00010 =

00011 -

$$4 \times \frac{7}{4} = 7$$

$$7 \times \frac{7}{4} = \frac{49}{4} = 12 \frac{1}{4}$$

001

0000

00100 -

00101 =

00110 =

$$12 \times \frac{7}{4} = 21$$

0011

010

0100

01001 =

0101

01010 =

01011 -

011

0110

01100 -

01101 =

