

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 7-8 класс

Место проведения город Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов“
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Триминой Ульяны Александровны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

вышла 6 12:53
вернулась 6 12:54

Дата

«13» апреля 2025 года

Подпись участника

Ульяна

Чистовик 80 (восемьдесят)

N2

Если счастливое число оканчивается не на 9, то у следующего числа последняя цифра на 1 больше, а остальные такие же тогда сумма цифр на 1 больше, т.е. другой четности. Заметим, что у счастливого числа сумма четна, т.к. все его цифры делится на 2 упрощенной суммой. Тогда счастливое число оканчивающееся не на 8 не суперсчастливые, т.к. следующее число с нечетной суммой. Тогда все суперсчастливые числа оканчиваются на 9. Если в счастливом числе есть 9, то сумма остальных ≥ 9 , т.к. в одной из групп не равной суммой будет 9. Если число однозначное, то таких чисел нет, если двузначное, то 99, но 100 не счастливые $\Rightarrow$ 99 не суперсчастливые. Если число трехзначное, то в одной из групп ~~с~~ 1 число, а в другой 2 (т.к. не может быть групп 3 и 0 в другой)

Если 9, там, где 1 число, то сумма остальных 9. Тогда

первая цифра	вторая	число	следующее	подходит ли
1	$9-1=8$	189	190	-
2	$9-2=7$	279	280	-
3	$9-3=6$	369	370	-
4	$9-4=5$	459	460	-
5	$9-5=4$	4549	550	+ $5+0=5$

в таком случае мин. 549 суперсчастливые
Если 9 там, где 2 числа, то одно число $\geq 9 \Rightarrow = 9$. Тогда с 9 в группе 0 не может быть на первом и одна из 9 последние $\Rightarrow$ это число 909. 910 не счастливые 908 не суперсчастливые. Тогда минимальное суперсчастливые число 549. Ответ: 549. 1

№3 Черно вык

Найдем число на которое ок. 8²⁰²⁵

$$8^{2025} = (8^5)^{405} = ((8^5)^5)^{81}$$

число ок. на 8:

$$(\dots 8)^1 = \dots 8$$

$$(\dots 8)^2 = \dots 4$$

$$(\dots 8)^3 = \dots 2$$

$$(\dots 8)^4 = \dots 6$$

$$(\dots 8)^5 = \dots 8$$

ок. - оканчивается

$$\Rightarrow ((8^5)^5)^{81} \text{ ок. на } ((\dots 8)^5)^{81} \text{ и}$$

тут же
цифру
что и ~~на~~

ок. тут же цифру что $(\dots 8)^{81} = (\dots 8)^{80} \cdot \dots 8 =$
 $= ((\dots 8)^5)^{16} \dots 8$ ок. на тут же что и

$(\dots 8)^{16} \dots 8 = ((\dots 8)^5)^3 \cdot \dots 8 \cdot \dots 8^{\text{ок}}$
 на тут же что и $(\dots 8)^3 \cdot \dots 8 \cdot \dots 8 =$
 $= (\dots 8)^5$ ок на ~~тут же что и~~ $\dots 8$

$(8^{2025})^{2025}$ ок на тут же что и $(\dots 8)^{2025}$

а это ок на $\dots 8$

число $8^{2025^{2025}}$ ок на 8.

Чистовик

N3

$$(\dots 8)^1 = \dots 8$$

$$(\dots 8)^2 = (\dots 8)^1 \cdot \dots 8 = \dots 8 \cdot \dots 8 = \dots 4$$

$$(\dots 8)^3 = (\dots 8)^2 \cdot \dots 8 = \dots 4 \cdot \dots 8 = \dots 2$$

$$(\dots 8)^4 = (\dots 8)^3 \cdot \dots 8 = \dots 2 \cdot \dots 8 = \dots 6$$

$$(\dots 8)^5 = (\dots 8)^4 \cdot \dots 8 = \dots 6 \cdot \dots 8 = \dots 8$$

Заметим, что остаток при делении на 4 степени зависит от последней цифры, т.к. $(\dots 8)^1$ и $(\dots 8)^5$ ок на 1 и ту же цифру, то далее повтр. циклы последней цифры 4 2 6 8 $\Rightarrow$ если ост. чет. при делении на 4:

~~4 - ок на 8~~
~~2 - ок на 2~~
~~6 - ок на 6~~
~~8 - ок на 4~~

~~160 ~~8~~~~
 0 - ок на 6 (кроме 8^0)
 1 - ок на 8
 2 - ок на 4
 3 - ок на 2

Найдем ост 2025^{2025} при делении на 4. $2025^4 \equiv 1$

$$2025 \cdot 2025 \equiv 1, 2025 \equiv 1$$

Тогда $8^{2025^{2025}}$ ок на 8

ответ: 8

№5 Чистовик

Рассмотрим ~~на~~ грань с наибольшим количеством жуков. На ней могли ползти все жуки кроме тех, что были на ней до этого ~~и~~ грани

(т.к. они уползли на одну из соседних) и на противоположной грани, т.к. они не являются соседними.

На них в сумме было 7 жуков (т.к. они противоположные). Тогда на грани с наибольшим количеством жуков их не более $7 \cdot 3 - 7 = 14$.

Пример: на грань с 6 жуками переползли 5, 4, 3, 2 жука с соответствующими гранями, 6 жуков переползли на грань 5, 1 жук на грань 5.
 $5 + 4 + 3 + 2 = 14$.

Ответ: 14.

40-18-39-47
(158.6)

№6

Есл
мен
мак
зад
рем
рем
кот
за
по

№6 Чистовик

Если нет задач, которую решили не менее
 менее половины, то каждую задачу решили
 максимум 9 учеников. $\Rightarrow$ всего решенных
 задач ≤ 900 . С другой стороны всего
 решенных задач $\geq 20n + 1$ т.к. каждый
 решил $\geq n$, а Петя больше вас, у
 которого задач $\geq n \Rightarrow$ у Пети $\geq n + 1$.

Если чтобы точно нашлась
 задача, которую решили минимум
 половина, то

$$20n + 1 > 900$$

$$20n \geq 900 \quad \text{т.к. } n \text{ целое}$$

$$n \geq \frac{900}{20}$$

$$n \geq 45$$

Тогда наименьшее $n = 45$.

$$n \geq 45 \Rightarrow \text{всего решенных задач} \geq 901$$

$\Rightarrow$ Будет задача которую решили
 минимум половина, а всего решено
 задач ≤ 900 . Ответ: 45.

Пример ~~как~~ что обязательно
 для $n \leq 44$

Задача	Человек	Задачи	
1	1	1, 10, 99	16
2	1, 2	99 - 100	17
3	1, 2		18
4	1, 2		19
5			20
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			

Человек Задачи Черновик

1	1	32 88	11
2	1, 2	94-100 88	12
3	1-3	94-100	13
4	1-4	95-100	14
5	1-5		15
6	1-6		16
7	1-7		17
8	1-8		18 80 - 100
9	1-9		19 88 91 100
10			20 88 92 - 100

цистовик

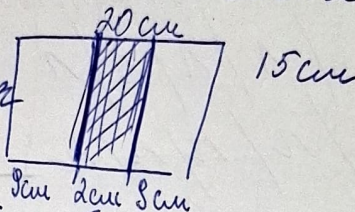
N1

выигрывает Аня

Первым ходом она делит
пирог на 3 части
 $9\text{ см} \times 15\text{ см}$, $9\text{ см} \times 15\text{ см}$ * и $2\text{ см} \times 15\text{ см}$
и съедает $2\text{ см} \times 15\text{ см} \leq \frac{1}{6} (20\text{ см} \cdot 15\text{ см})$

А затем повторяет все действия Вали
~~сделав~~ симметрично относительно
центра. (см. рис)

Поскольку съедается
1 кусок $\Rightarrow$ в нем нет
разрезов, то все действия Вали можно



повторить и съесть такой же пирог.
Тогда если Вали съедет кусок, то

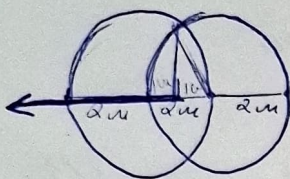
Аня тоже может съесть.

Если ^{перед} ~~на~~ ^{ом} ходе Вали пирог кончился,
то последний кусок съела Аня, а перед
ходом Ани пирог кончиться не может,
т.к. она всегда может съесть кусок как
у Вали. Игра не бесконечна, т.к. Каждый
ходом нужно съесть пирог $\Rightarrow$ то пирога,
(а пирог конечный) ^{т.к.} кусков = то пирога
нет.

Ответ: победит ~~Аня~~ Аня.

Чистовик

№4



лучшее направление

Коза пройдет 3м

обьет как члн обычной травы

Ответ: 3м.

Если 1, то 2м-радиус шло тенуза,

катет меньше 2м $\Rightarrow$ т.к. 2 травы

меньше чем на члн обычной, сейчас члн.

Соединим несколько пальцев вместе

1 см) 1 / 1 / 1 / 1 / 1
— 2 / 2 / 2 / 2 / 2 —

Поставим все П, тогда для каждого λ есть

№2

~~Рассмотрим расстановки где нет ≥ 2 пальцев даже скрото, тогда поставим П если они все по 1, то промежутков~~

В Чермовик
~2

Если ок не на 9, то
у двух сосед. сумма различ. чет, если
сумма чет, то число не очаст.

Если в конце дев чет, то

$x - 9 \cdot \text{чет. число} + 1$ четно или
не четно.

не четно.

19 20
28
38 40
48
88 100
108
188 180
18
208
278 280
368
458
548 550

$$8 \times 8 = 64 \dots 4$$

$$\dots 4 \cdot 8 = \dots 2 \text{ — } 8^5 \text{ ок}$$

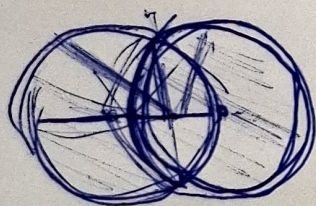
$$\dots 2 \cdot 8 = \dots 6 \text{ — на } 8$$

$$\dots 6 \cdot 8 = \dots 8 \text{ —}$$

$$\dots 8 \cdot 8 = \dots 4$$

$$\begin{array}{r} 2025 \\ 405 \\ 81 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 8^{2025} &= \\ &= (8^5)^{405} = \dots 8^{81} = \\ &= 8 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 100 \cdot 8 &= 800 \\ 20n + 1 & > 800 \\ 20n & \geq 800 \\ n & \geq 40 \\ n & = 45 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8^{2025 \cdot 2025} &= \\ &= (5^2 \cdot 3^2)^{2025} = \\ &= 8 \cdot 5^{5050} \cdot 3 \end{aligned}$$