

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 7-8 КЛАСС

Место проведения МОСКВА
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Ломоносов"
наименование олимпиады

ПО МАТЕМАТИКЕ
профиль олимпиады

Ушмермана Филиппа Александровича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

вышел 12:44
вернулся 12:51

Дата
«13» апреля 2025 года

Подпись участника

ин

чертёнок №1

$$8^{2025^{2025}} = 8^{(2025^2)} = (2^3)^{(2025^2)} =$$

$$= 2^{3 \cdot 2025^2}$$

$$2025 \equiv 1 \Rightarrow 2025^2 \equiv 1 \Rightarrow 3 \cdot 2025^2 \equiv 3$$

$$2 \quad 4 \quad 8 \quad 6$$

$$\text{I} \quad \text{II} \quad \text{III} \quad \text{IV}$$

$$\Rightarrow 8^{2025^{2025}} \equiv 8$$

$$99 \rightarrow 100$$

$$189 \rightarrow 190$$

$$\overline{xy9} \rightarrow \overline{x(y+1)0}$$

$$x+y=9 \quad x=y+1$$

$$2y+1=9$$

$$y=4$$

$$x=5$$

$$\overline{xy9} = \overline{x+100}$$

$$y=9 \Rightarrow x=0$$

$$\overline{C}_n^k$$

$$\rightarrow 6 \leftarrow$$

$$6-1+4=9$$

$$19_{n+n+1} = 20_{n+1}$$

$$20_{n+1} \geq 901$$

$$20_n \geq 900$$

$$n \geq 45$$

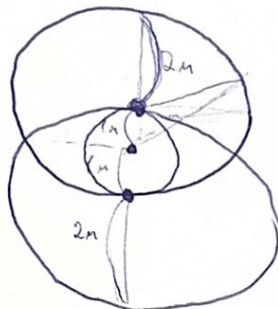
$$\text{каж. } n=45$$

черновик №2

$$k \rightarrow 21 - (7 - k) = 14 + k$$

$$\begin{matrix} k \\ (-k) + (14+k) = 14 \end{matrix}$$

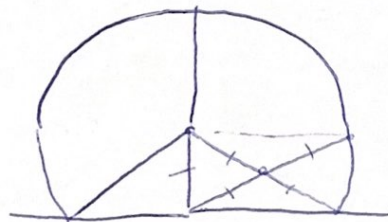
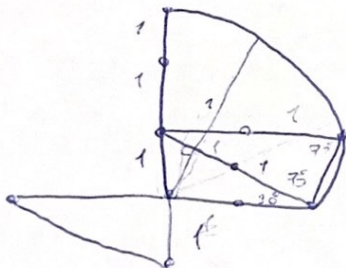
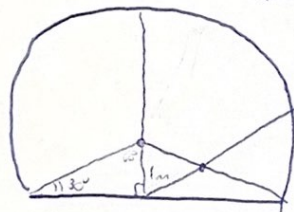
$$8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 6$$



7

$$9 \cdot 2 = 18$$

$$\begin{matrix} \sqrt{3} \cdot 2 \\ 4 \end{matrix}$$



$$10 =$$

09-69-24-59
(158.2)

черновик №3

~~5~~ ~~0~~
~~4~~ ~~1~~

П — П
П — П
П — П
П — П

7
6

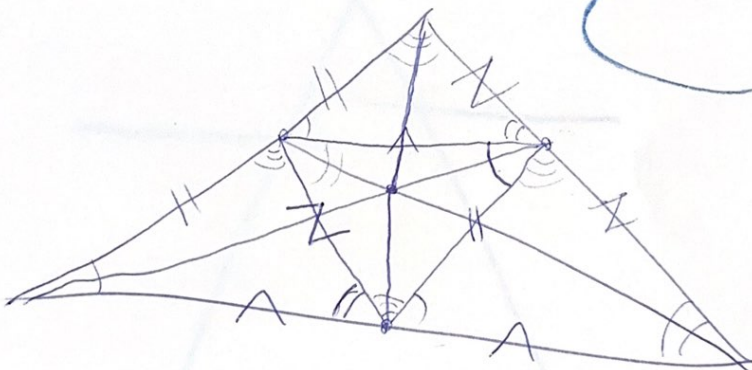


$\frac{2}{100}$

$$\frac{11}{100} \cdot 8 = \frac{88}{100}$$

$\frac{12}{100}$

2



2

Чистовик №1

2

Задача 2

заметим, что если у счаст. числа последняя цифра $\neq 9$, то след. число по сумме цифр на 1 больше $\Rightarrow$ т.к. у счаст. числа сумма цифр $\equiv 2$ (мы же разд. на 2 равн. группы), то у след. числа сумма цифр $\not\equiv 2 \Rightarrow$ его цифр не разд. на 2 равн. группы $\Rightarrow$ след. число не счаст.

$\Rightarrow$ у супер. счаст. чисел послед. цифра = 9. Суп. счаст. число > 99 , т.к.

одна цифра не разд., а двух-зн. может быть только 99 из пред. факта и опред. счаст.:

$$99 + 1 = 100 \quad 1 + 0 + 0 = 1 \not\equiv 2 \Rightarrow 99 - \text{не суп. счаст.}$$

если мы найдём 3-зн. число, явл. суп. сч. и докажем, что оно мин. или единст., то получим ответ.

пусть S - суп. сч. число $= \overline{xy9}$

$$y = 9$$

да

$$S = \overline{xx99}$$

т.к. $x \neq 18 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x + 9 = 9$$

$$x = 0$$

absurdus

$$\overline{xy9} - \text{счаст.}$$

$$\overline{x(y+1)0} - \text{счаст.}$$

$$\text{т.к. } x, 9 < 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x + y = 9 \quad (I)$$

$$x = y + 1 \quad (II)$$

$$(II) \rightarrow (I):$$

$$y + 1 + y = 9$$

$$y = 4$$

$$x = 5$$

$$S = 549 \quad (5 + 4 = 9)$$

$$S + 1 = 550 \quad (5 = 5 + 0)$$

Ответ: 549

мы дока., что 3-зн. счаст. число всего одно, а меньше нет $\Rightarrow$ наименьшее суперсчастлирое число = 549

Числовое №2

Задача 3

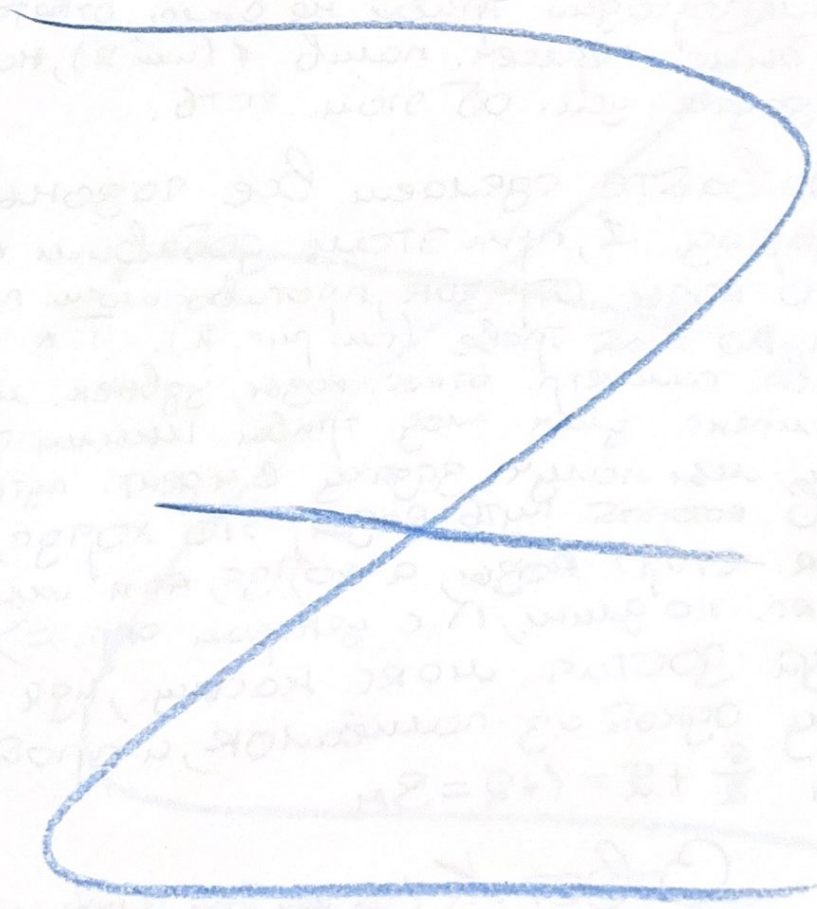
Заметим, что посл. цифра 8^i изм.
по кругу:

$$\begin{array}{cccc} 8 & 4 & 2 & 6 \\ i \equiv 1 & i \equiv 2 & i \equiv 3 & i \equiv 0 \end{array}$$

$$2025 \stackrel{2025}{\equiv} 4 \stackrel{2025}{\equiv} 1 \stackrel{2025}{\equiv} 1 \quad (\text{т.к. } 2025 = 4 \cdot 506 + 1)$$

$$\begin{array}{c} \Downarrow \\ 8^{2025} \stackrel{2025}{\equiv} 8^1 \stackrel{2025}{\equiv} 8 \end{array}$$

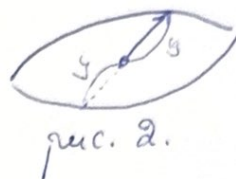
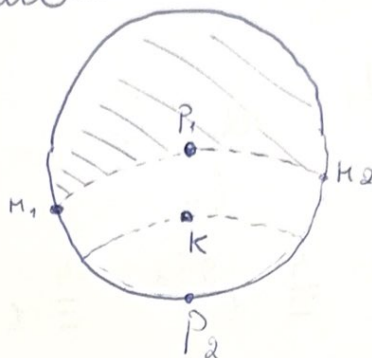
Ответ: 8



Чистовик 3

Задача 4

рассм. розу и зону 1-ой
поливалки:



(I) Путь розы состоит из прох-
ждения по газону 2-ой души и 1-ой
души травы, т.е. двин. на X по
2-ой души травы = двин. на 2х по
обыч. траве.

(II) Заметим, что если бы условия
о плодородии травы не было, ответом
бы было пересек. полив. 1 (или 2), но
в задаче усл. об этом есть.

(III) Давайте сделаем все газоны
плодород. 1, при этом добавим к
пути розы отрезок, противополож. пути
розы до 2-ой травы (см. рис. 2). Т.к. плод.
травы симметр. откос. розы, удвоenk. марш.
компекс. уenk. плод. травы. Иными слова-
ми, мы получ. задачу с идент. путём розы,
но в которой путь розы, это хорда, пере-
сек. старт розы, а хорда, кая мы знаем,
марс. по длине, K с центром окр. =>
роза достат. марс. каска, идя всто-
рону одной из поливалок, и пройдёт
она $\frac{a}{2} + 2 = 1 + 2 = 3m$

Ответ: К 1-ой или 2-ой поливалке, 3м

Чистовик 4

Задача 5

Пусть на некоторой грани k муравь,
 тогда на её соседях $(\overset{7 \cdot 3}{\cancel{4+3+4+3+6}} - k - (7-k)) =$
 $= (21 - 7) = 14$ муравь.

С грани съедут k муравь, а в
 лучшем случае приползут 14 муравь
 $\Rightarrow$ макс. на грани остан. 14 муравь

Ответ: 14

Чистовик 5

Задача 6

Рассм. худ. вар., где ученики
 реш. мин задач. Все решенные
 суммарно мин. $20n$, ко пероб
 Пети, решивший на ≥ 1 зад. больше,
 чем $\geq n$, решивший $\geq n+1$, увели.
 мин. кол-во реш. задач. до $20n+1$

Заметим, что при сум. реш.
 900 зад., возм. случай, где ~~реш~~
 кажд. зад. реш. 9 раз. $\Rightarrow$ кажд.
 зад. решена $< \frac{20}{2}$ раз

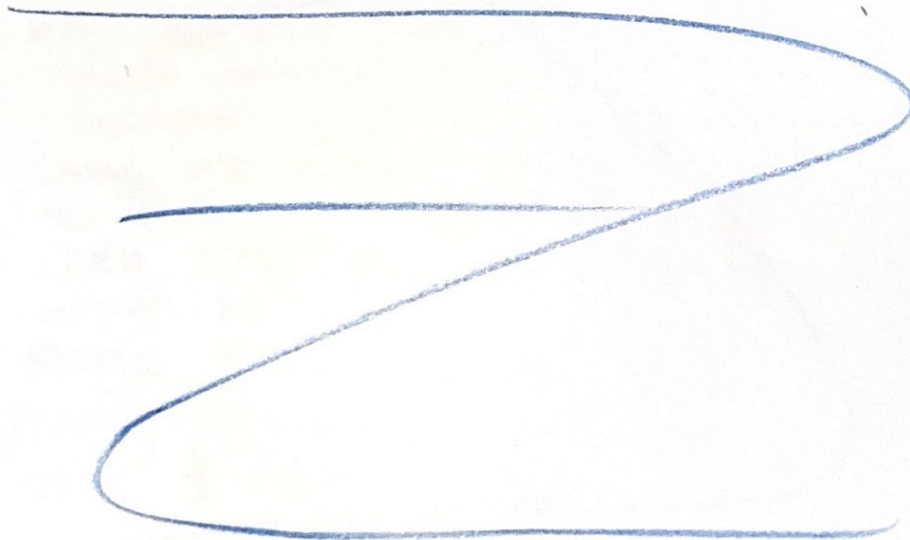
А при 901 реш. зад., по прикз. Директе
 будет одна зад., реш. $\geq \frac{20}{2}$ раз $\Rightarrow$

$$20n + 1 \geq 901$$

$$20n \geq 900$$

$$n \geq 45$$

Ответ: 45



Источник 6

Задача 7.1

Побеждает Валя, действуя
по следующей стратегии:

- заметим, что руски $\leq \frac{2}{100}$ неделимы
- после ~~каждого~~ каждого хода Алл,
Валя будет смотреть на число
хороших жуков (хорошими назовём
руски $\leq \frac{2}{100}$) и делать его чётным,
либо поедая одну тару (неч. $\rightarrow$ чёт),
либо делая нехорош. руски на части
и поедать поедать. хорош. (чёт $\rightarrow$ чёт)
в кону ост. 2х хорош. русков,
что происх после хода Валл, что по
чётности дарит ей возможность
съесть последний русок.

Ответ: Валя по вышеописанной стратегии

