



0 644318 920003

64-43-18-92  
(159.6)



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 9 класс

Место проведения Москва  
город

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**

Олимпиада школьников Ломоносов  
наименование олимпиады

по математике  
профиль олимпиады

Шорина Юлия Витальевны  
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Всеход 13:31 - 13:34

Дата

«13» апреля 2025 года

Подпись участника

Гульчорина

№ 2.

Чистовик ①

64-43-18-92  
(159.6)

$$\begin{aligned} x^3 - |x^2 - x - 2| = 12x - 13 \\ \begin{cases} x^3 - x^2 - 11x + 15 = 0 \\ x^2 - x - 2 \geq 0 \\ x^3 + x^2 - 13x + 11 = 0 \\ x^2 - x - 2 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (x-3)(x^2+2x-5) = 0 \text{ ①} \\ x^2 - x - 2 \geq 0 \text{ ③} \\ (x-1)(x^2+2x-11) = 0 \text{ ②} \\ x^2 - x - 2 < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

~~Было~~

$$\textcircled{1} \quad \begin{cases} x=3 \\ x^2+2x-5=0 \text{ ①} \\ x^2-x-2 \geq 0 \text{ ③} \\ x=1 \\ x^2+2x-11=0 \text{ ②} \\ x^2-x-2 < 0 \text{ ③} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad D = 4 + 20 = 24 \\ x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{6}}{2}$$

$$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{6}$$

$$\textcircled{2} \quad D = 4 + 44 = 48 \\ x_{1,2} = \frac{-2 \pm 4\sqrt{3}}{2}$$

$$x_{1,2} = -1 \pm 2\sqrt{3}$$

$$\textcircled{3} \quad x^2 - x - 2 = (x-2)(x+1)$$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \hline -1 \quad 2 \end{array} \rightarrow x$$

$$\begin{cases} x=3 \\ x=-1-\sqrt{6} \\ x=-1+\sqrt{6} \\ x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=1 \\ x=-1-2\sqrt{3} \\ x=-1+2\sqrt{3} \\ x \in (-1; 2) \end{cases}$$

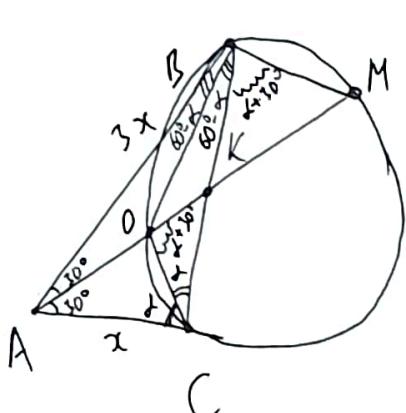
$$-1 + \sqrt{6} > -1 ; \quad -1 + \sqrt{6} < 2 \Rightarrow x = -1 + \sqrt{6} \text{ не является реш.}$$

$$\sqrt{6} < 3 \\ 6 < 9$$

$$-1 - 2\sqrt{3} < -1 \Rightarrow x = -1 - 2\sqrt{3} \text{ не является реш.} \\ -1 + 2\sqrt{3} > 2 \Rightarrow x = -1 + 2\sqrt{3} \text{ не является реш.} \\ 2\sqrt{3} > 3$$

$$\begin{cases} x=3 \\ x=-1-\sqrt{6} \\ x=1 \end{cases}$$

Ответ:  $-1-\sqrt{6}; 1; 3$ .



N 4.

Решение:

\* Площадь фигуры:

$$BC \cap OM = K$$

$$BK:KC = AB:AC = 3:1$$

$$BK = 6 \text{ (но усл.)}$$

Дано:

$$\triangle ABC$$

O - т. I дисс.

W(I; R) - окрн.

вокруг  $\triangle OBC$

$$(AO) \cap W = \{O; M\}$$

$$BC = 6$$

$$AB \neq AC = 3:1$$

$$\angle BAC = 60^\circ$$

$$OM = ?$$

1)  $BC \cap OM = K$

2)  $AO$  - дисс.  $\angle BAC = 60^\circ$  (но усл.)

$$\Rightarrow \angle BAO = \angle OAC = 30^\circ$$

Таким  $\angle ACO = \alpha$ , тогда  $\angle OCK = \alpha$  (но м.к.  $CO$  - дисс.)

$$\angle ABC = 180^\circ - \angle BAC - \angle ACB = 180^\circ - 60^\circ - 2\alpha = 120^\circ - 2\alpha$$

$$\Rightarrow \angle ABO = \angle OBK = 60^\circ - \alpha \text{ (м.к. } BO \text{ - дисс.)}$$

3)  $\angle BOK = \angle BAO + \angle ABO = 30^\circ + 60^\circ - \alpha = 90^\circ - \alpha$  (но cb-бы времн. узл.).

$$\angle COK = \angle ACO + \angle OAC = \alpha + 30^\circ \text{ (но cb-бы времн. узл.)}$$

$$\angle BOC = \angle BOK + \angle COK = 90^\circ - \alpha + \alpha + 30^\circ = 120^\circ$$

4) Тот. синусов для  $\triangle OBC$ :  $\frac{BC}{\sin \angle BOC} = 2R$

$$\frac{6}{\sin 120^\circ} = \frac{6}{\sin 60^\circ} = \frac{6 \cdot 2}{\sqrt{3}} = 6\sqrt{3} = 2R; R = 3\sqrt{3}$$

5)  $\angle CBM = \angle COM = \angle OKM = \alpha + 30^\circ$  (как времн. узлы, опир. на одну дугу)

$$\angle OBM = \angle OBK + \angle KBM = 60^\circ - \alpha + \alpha + 30^\circ = 90^\circ$$

$\Rightarrow$  по замечам. cb-бы окр-тии  $OM$  - диаметр

$$\Rightarrow OM = 2R = 6\sqrt{3}. \text{ Ответ: } OM = 6\sqrt{3}!$$

1) Дженка ~~нужна~~ ~~нужно~~ ~~для~~ ~~такое~~, ~~чтобы~~  
 при  $n = 44$  есть пример, когда нет задачи,  
 которую решено не менее половины кол-  
 ва задач (44):

↓ (см РДО №1):

1-й 1-44 ← номера решённых задач

2-й: 6-49

3-й: 14-54

4-й: 16-59

5-й: 21-64

6-й: 26-69

7-й: 31-24

8-й: 36-29

9-й: 41-84

10-й: 46-89

11-й: 51-94

12-й: 56-99

13-й: 61-100 и 1-4

14-й: 66-100 и 1-9

15-й: 71-100 и 1-14

16-й: 76-100 и 1-19

17-й: 81-100 и 1-24

18-й: 86-100 и 1-29

19-й (Баг): 91-100 и 1-34

20-й (Лем): 96-100 и 1-39 и 40

(У всех, кроме Лема, решено по 44 задачи, а у Тимы - 45).

✓ 1-4 решили 1-й, 13-й, 14-й, 15-й, 16-й, 17-й, 18-й, 19-й и 20-й  
 (9 чел.)

✓ 5 решили те же, кр. (кроме) 13-20 (8 чел.)

✓ 6-9 решили те, кто решил №5 + 2-й (9 чел.)

✓ 10 решили те, кто решил №6-9, кр. 14-20 (8 чел.)

Аналогично, все задачи с номерами, кратными 5, решено по 8 чел. (кр. №40), а все ост. — по 9 чел.

✓ 40 решено ровно 9 чел. (те, кто решил №36-39, включая 20-ю).

Значит, кажд. задачу решено не менее 10 чел.  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow n \neq 44 \Rightarrow n \geq 45$

2) Пример: при  $n = 45$  4 задачи решено хотя бы

$$45 \cdot 19 + 46 = 45 \cdot 20 + 1 = 901.$$

Чистовик (4)

(Немај речи  
Барбене Басу,  
Баса - мин 45).

Приятель решил не менее 900 задач, а их не менее 901,  $\Rightarrow$  предположение неверно  $\Rightarrow$  найдётся задача, которую решено хотя бы 10 раз (нечётная задача).

⇒ Ambem: 45.

N3.

1) Определите, каких размеров можно  
быть эти  $n/y$ -ки: Туристическая  $n/y$   
работа  $a \cup b$ , морда:

$$a \cdot b = 2a + 2b$$

$$\begin{cases} a = \frac{2b}{b-2} \\ b=2 \\ 2a=2a+4 \end{cases} \quad \begin{cases} a = \frac{2b}{b-2} \\ b=2 \\ 0=4 \end{cases} \quad a = \frac{2b}{b-2} \quad a, b \in \mathbb{N}$$

$$a, b \in \mathbb{N} \Rightarrow \exists b : (b-2) \leftarrow 2 \cdot (b-2) + 4 : (b-2)$$

$$\cancel{z(b-2)+4 \equiv 4 \pmod{b-2}}$$

$$2b \equiv 4 \pmod{b-2}$$

$$b \equiv 2 \pmod{d}$$

$$\begin{cases} b : (b-2) \textcircled{1} \\ b-2 : ? \end{cases} \quad \begin{cases} b = 3 \\ b = 4 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \ b : (b-2) \Leftrightarrow \cancel{\text{MOD}}(b, b-2) = b-2$$

~~not~~ (b);

$$zb : (b-z) \Leftrightarrow \text{HOD}(zb; b-z) = b-z$$

$$HOD(2b; b-2) = HOD(\frac{b+2}{4}; b-2) = HOD(4; b-2)$$

$$\Rightarrow \text{HOR}(4; b-2) = b-2 \Leftrightarrow 4 \mid (b-2) \Rightarrow b-2 \in \{1; 2; 4\}$$

$$b \in \{3; 4; 6\}$$

$$\begin{cases} a = \frac{2b}{b-2} \\ b = 3 \\ b = 4 \\ b = 6 \end{cases}$$

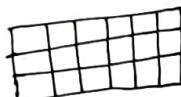
$$\begin{cases} a = 6 \\ b = 3 \\ a = b = 4 \\ a = 3 \\ b = 6 \end{cases}$$

I                            II

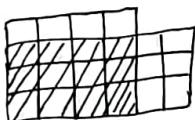
I и II случаи идентичны  $\Rightarrow$  д.о.о.

$\Rightarrow$  всего 2 различных  $n/y$ -ка,  
удовлет. усл.  
~~Rightarrow~~ вырезали именно их.

2) Нужна  $\min S$ , накрытая одним слоем  
 $\Rightarrow$  посчитаем  $\max S$ , накрытую двумя  
слоями. Расположим  $n/y$   $3 \times 6$  горизон-  
тально:



# При наложении кв.  $4 \times 4$  по верт. пересек.  
 $\max 3$  строки (т.к. в  $n/y$  всего 3 строки),  
 $a$  по горизонт. пересек.  $\max 4$  столбца  
(т.к. в кв. всего 4 столбца).  
 $\Rightarrow S_{\text{пересеч.}} \max 3 \cdot 4 = 12$ . Пример:



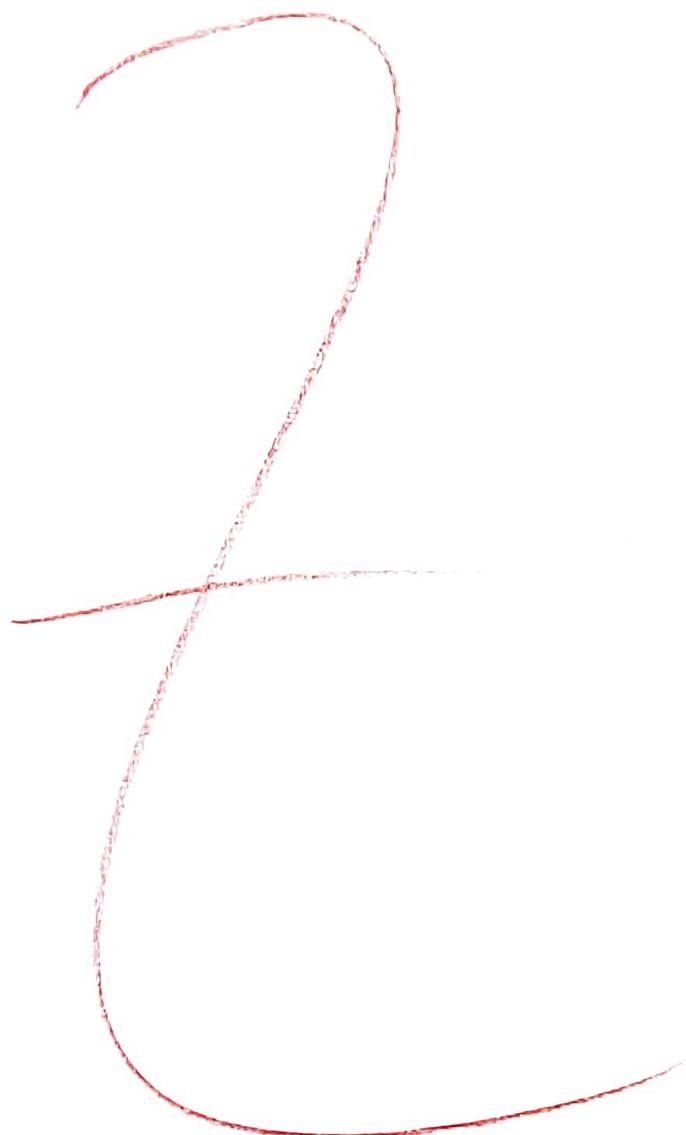
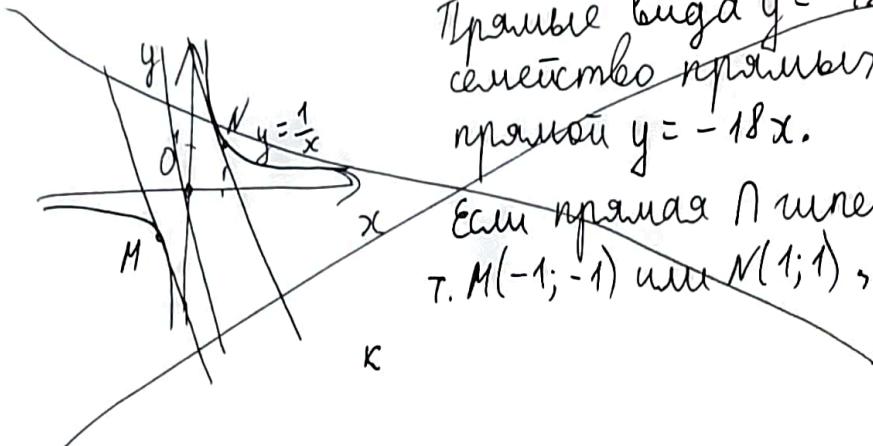
# 3)  $S_{\text{одн.}} = S_{\text{кв.}} + S_{n/y} - S_{\text{пересеч.}}$

$S_{\text{одн.}} = S_{\text{пересеч.}} + S_{\text{накр. одним слоем}}$

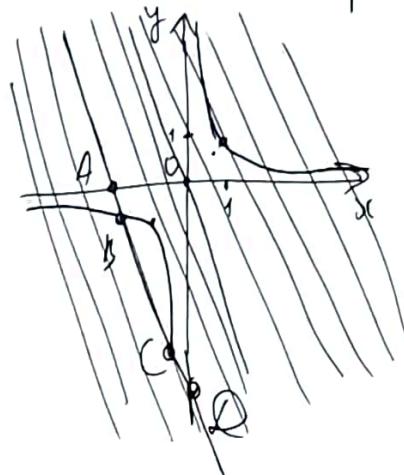
$S_{\text{накр. одним слоем}} = S_{\text{кв.}} + S_{n/y} - 2 S_{\text{пересеч.}} =$

$$= 4 \cdot 4 + 3 \cdot 6 - 2 \underbrace{S_{\text{пересеч.}}}_{\substack{\max 12 \\ \min - 24}} = \min 16 + 18 - 24 = \min 10$$

Ответ: 10.



чертёжник.



$y = -18x + a$  — семейство  
прямых, II-ых  $y = -18x$

Если прямая I-я кас.  
б. т.  $(-1; -1)$  или  $(1; 1)$ , то  
кас.  $\Rightarrow$  всего 2 отр.

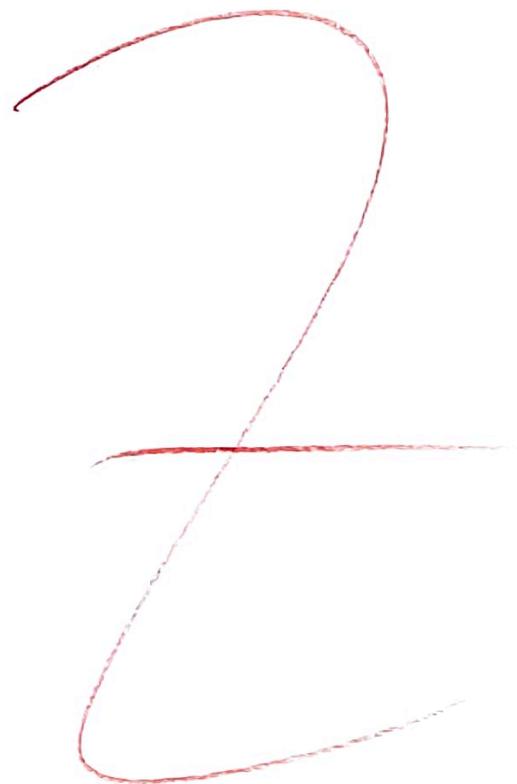


$$\begin{aligned} -1 &= 18 + a & 1 &= -18 + a \\ a &= -19 & a &= 19 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a \in (-\infty; -19) \cup (19; +\infty)$$

$$A : \begin{cases} y = 0 \\ y = -18x + a \end{cases} \quad \begin{cases} y = 0 \\ x = \frac{a}{18} \end{cases} \quad \left( \frac{a}{18}; 0 \right)$$

$$B, C : \begin{cases} y = -18x + a \\ y = \frac{1}{x} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{x} = -18x + a \\ y = \frac{1}{x} \end{cases} \quad \begin{cases} 18x^2 - ax + 1 = 0 \\ y = \frac{1}{x} \end{cases}$$



чертёжник

$$44 \cdot 19 + 45 = 836 + 45 = 881$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ \times 19 \\ \hline 36 \\ 88 \\ \hline 836 \end{array}$$

$$45 \cdot 19 + 46 = 45 \cdot 20 + 1 = 901$$

$9 \cdot 100 = 900$  — max м.д. решения  
где док-ва невозможны.

$$1: 1 - 44$$

$$2: 6 - 49$$

$$11 - 54$$

$$16 - 59$$

$$21 - 64$$

$$26 - 69$$

$$31 - 84$$

$$36 - 79$$

$$41 - 84$$

$$46 - 89$$

$$51 - 94$$

$$56 - 99$$

$$61 - 100 + 1 - 4$$

$$66 - 100 + 1 - 9$$

$$71 - 100 + 1 - 14$$

$$76 - 100 + 1 - 19$$

$$81 - 100 + 1 - 24$$

$$86 - 100 + 1 - 29$$

$$91 - 100 + 1 - 34$$

$$96 - 100 + 1 - 39$$

$$101 - 100 + 1 - 40 \text{ (искл.)}$$

$$\begin{cases} b=3 \\ b=2k \\ 2:(k-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} k=2 \\ k=3 \\ (\text{н.к. } k \in \mathbb{N}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} b=3 \\ b=2k \\ k=2 \\ k=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b=3 \\ b=4 \\ b=6 \end{cases}$$

$$3 - 6$$

$$4 - 11$$

$$5 - 16$$

$$6 - 21$$

$$7 - 26$$

$$8 - 31$$

$$9 - 36$$

$$10 - 41$$

$$11 - 46$$

$$12 - 51$$

$$13 - 56$$

$$14 - 61$$

$$15 - 66$$

$$16 - 71$$

$$17 - 76$$

$$18 - 81$$

$$19 - 86$$

$$20 - 91$$

$$21 - 96$$

$$22 - 101$$

$$23 - 106$$

$$24 - 111$$

$$25 - 116$$

$$26 - 121$$

$$27 - 126$$

$$28 - 131$$

$$29 - 136$$

$$30 - 141$$

$$31 - 146$$

$$32 - 151$$

$$33 - 156$$

$$34 - 161$$

$$35 - 166$$

$$36 - 171$$

$$37 - 176$$

$$38 - 181$$

$$39 - 186$$

$$40 - 191$$

$$41 - 196$$

$$42 - 201$$

$$43 - 206$$

$$44 - 211$$

$$45 - 216$$

$$46 - 221$$

$$47 - 226$$

$$48 - 231$$

$$49 - 236$$

$$50 - 241$$

$$51 - 246$$

$$52 - 251$$

$$53 - 256$$

$$54 - 261$$

$$55 - 266$$

$$56 - 271$$

$$57 - 276$$

$$58 - 281$$

$$59 - 286$$

$$60 - 291$$

$$61 - 296$$

$$62 - 301$$

$$63 - 306$$

$$64 - 311$$

$$65 - 316$$

$$66 - 321$$

$$67 - 326$$

$$68 - 331$$

$$69 - 336$$

$$70 - 341$$

$$71 - 346$$

$$72 - 351$$

$$73 - 356$$

$$74 - 361$$

$$75 - 366$$

$$76 - 371$$

$$77 - 376$$

$$78 - 381$$

$$79 - 386$$

$$80 - 391$$

$$81 - 396$$

$$82 - 401$$

$$83 - 406$$

$$84 - 411$$

$$85 - 416$$

$$86 - 421$$

$$87 - 426$$

$$88 - 431$$

$$89 - 436$$

$$90 - 441$$

$$91 - 446$$

$$92 - 451$$

$$93 - 456$$

$$94 - 461$$

$$95 - 466$$

$$96 - 471$$

$$97 - 476$$

$$98 - 481$$

$$99 - 486$$

$$100 - 491$$

$$101 - 496$$

$$102 - 501$$

$$103 - 506$$

$$104 - 511$$

$$105 - 516$$

$$106 - 521$$

$$107 - 526$$

$$108 - 531$$

$$109 - 536$$

$$110 - 541$$

$$111 - 546$$

$$112 - 551$$

$$113 - 556$$

$$114 - 561$$

$$115 - 566$$

$$116 - 571$$

$$117 - 576$$

$$118 - 581$$

$$119 - 586$$

$$120 - 591$$

$$121 - 596$$

$$122 - 601$$

$$123 - 606$$

$$124 - 611$$

$$125 - 616$$

$$126 - 621$$

$$127 - 626$$

$$128 - 631$$

$$129 - 636$$

$$130 - 641$$

$$131 - 646$$

$$132 - 651$$

$$133 - 656$$

$$134 - 661$$

$$135 - 666$$

$$136 - 671$$

$$137 - 676$$

$$138 - 681$$

$$139 - 686$$

$$140 - 691$$

$$141 - 696$$

$$142 - 701$$

$$143 - 706$$

$$144 - 711$$

$$145 - 716$$

$$146 - 721$$

$$147 - 726$$

$$148 - 731$$

$$149 - 736$$

$$150 - 741$$

$$151 - 746$$

$$152 - 751$$

$$153 - 756$$

$$154 - 761$$

$$155 - 766$$

$$156 - 771$$

$$157 - 776$$

$$158 - 781$$

$$159 - 786$$

$$160 - 791$$

$$161 - 796$$

$$162 - 801$$

$$163 - 806$$

$$164 - 811$$

$$165 - 816$$

$$166 - 821$$

$$167 - 826$$

$$168 - 831$$

$$169 - 836$$

$$170 - 841$$

$$171 - 846$$

$$172 - 851$$

$$173 - 856$$

$$174 - 861$$

$$175 - 866$$

$$176 - 871$$

$$177 - 876$$

$$178 - 881$$

$$179 - 886$$

$$180 - 891$$

$$181 - 896$$

$$182 - 901$$

$$183 - 906$$

$$184 - 911$$

$$185 - 916$$

$$186 - 921$$

$$187 - 926$$

$$188 - 931$$

$$189 - 936$$

$$190 - 941$$

$$191 - 946$$

$$192 - 951$$

$$193 - 956$$

$$194 - 961$$

$$195 - 966$$

$$196 - 971$$

$$197 - 976$$

$$198 - 981$$

$$199 - 986$$

$$200 - 991$$

$$201 - 996$$

$$202 - 1001$$

$$203 - 1006$$

$$204 - 1011$$

$$205 - 1016$$

$$206 - 1021$$

$$207 - 1026$$

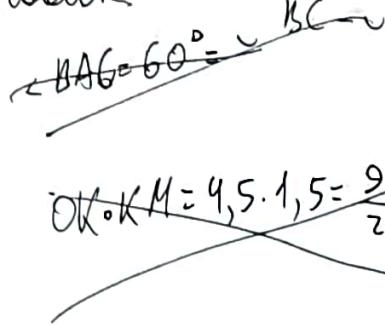
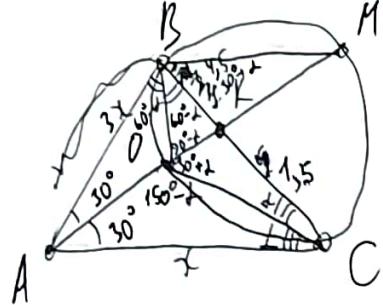
$$208 - 1031$$

$$209 - 1036$$

$$210 - 1041$$

$$211 - 1046$$

чертёжник



$$OK \cdot KM = 4.5 \cdot 1.5 = \frac{9}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{27}{4}$$

хотя бы 10 чел.

При  $n=44$   
как пример:

Первые 9 чел:

1-44 зад.

Вторые

1-44  
2-45  
3-46  
4-47  
...  
19-62

$$\text{При } n=44 \\ 9 \cdot 99 + 90 = 810 + 81 = \\ = 891 \\ \boxed{\frac{891}{10} = 44}$$

$$\triangle OBC: \frac{BC}{\sin \angle O} = \frac{6}{\sin 120^\circ} = \frac{6}{\sin 60^\circ} = 2R$$

$$\triangle OBM: \frac{OM}{\sin \angle OB} = \frac{OM}{\sin 60^\circ} = 2R$$

$$\boxed{OM = 6}$$

первые  
19 чел:

1-44  
2-45  
3-46  
4-47  
...  
19-62

Первые 8 чел:

1-44  
2-45  
...  
8-51

1 → 1  
2 → 2  
...  
8 → 44 → 8  
45 → 8  
51 → 1

Первые 9 чел:

1-44  
2-45  
...  
9-52

Вторые 8 чел:

45-88  
46-89  
...  
52-95

45 → 1  
46 → 2  
...  
52 → 88 → 8  
89 → 8  
95 → 1

Вторые  
9 чел:

45 → 1  
46 → 2  
...  
52-88 → 9  
89 → 8  
96 → 1

1 → 1  
2 → 2  
...  
7 → 7  
8 - 88 → 8  
89 → 8  
95 → 1

Ещё 2 чел:

89 - 100 + 1 - 33 =>

1 → 2  
2 → 3  
...  
6 → 7  
7 → 8  
8 - 33 → 9  
34 - 89 → 8  
90 → 8  
98 → 9  
95 → 7  
96 - 100 → 1

③ 1 - 7 + 64 - 100 =>  
10 6 28

③ 91 - 100 + 1 - 6 + 34 - 61 =>  
10 6 28

a, b, c, d

$$\begin{cases} ab = 2(a+b) \\ cd = 2(c+d) \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 2x + 2y \\ x = 2 \\ y = \frac{2x}{x-2} \end{cases}$$

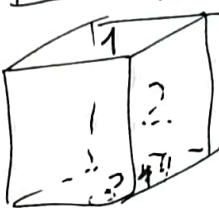
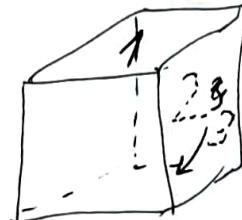
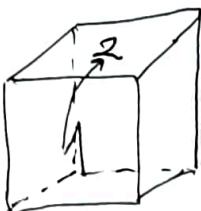
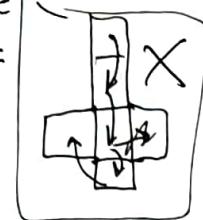
$$HOD(2b; b-2) = b-2$$

$$HOD(2b; b-2) =$$

$$= HOD(b+2; b-2) =$$

$$= HOD(4; b-2) =$$

$$= b-2$$



1:4

2:3

3:3

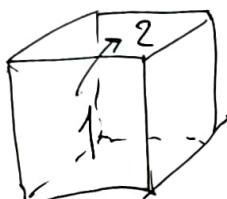
4:3 X

5:1

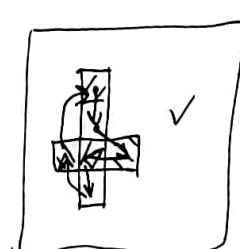
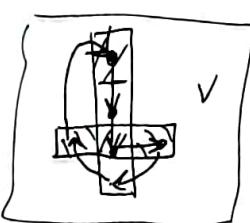
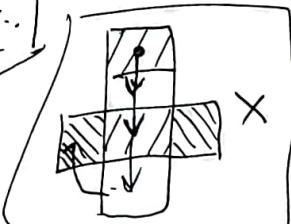
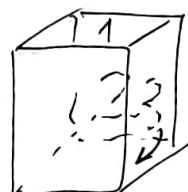
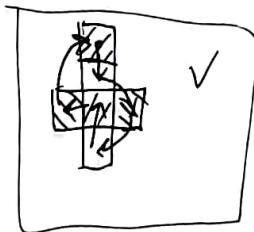
6 → кексуда



результат?



1:4

ходов  
(6 - вкл.)

станд. с 1 → 2,  
однако и. не  
могут стоять  
рядом (1 - конец)

12|13231

123123|1

123213|1

123132|1

1212

чертёжник.

$$\begin{cases} x^3 - |x^2 - x - 2| = 12x - 13 \\ (x^3 - x^2 - 11x + 15) = 0 \end{cases}$$

$$x^2 - x - 2 \geq 0$$

$$x^3 + x^2 - 13x + 11 = 0$$

$$x^2 - x - 2 < 0$$

$$x^2 - x - 2 = (x-2)(x+1)$$

$\xrightarrow[-1]{+} \xrightarrow[2]{-} x$

$$\frac{8-4-22+15}{24-9-33+15} = 42-42$$

$$\begin{cases} (x-3)(x^2 + 2x - 5) = 0 \\ x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty) \end{cases}$$

$$(x-1)(x^2 + 2x - 11) = 0$$

$$x \in (-1; 2)$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ x^2 + 2x - 5 = 0 \quad \textcircled{1} \\ x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x^2 + 2x - 11 = 0 \quad \textcircled{2} \\ x \in (-1; 2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ x = -1 + \sqrt{6} \quad x \\ x = -1 - \sqrt{6} \\ x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = -1 - 2\sqrt{3} \quad x \\ x = -1 + 2\sqrt{3} \quad x \\ x \in (-1; 2) \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad D = 4 + 20 = 24$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{6}}{2}$$

$$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{6}$$

$$\textcircled{2} \quad D = 4 + 44 = 48$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 4\sqrt{3}}{2}$$

$$x_{1,2} = -1 \pm 2\sqrt{3}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ x = -1 - \sqrt{6} \\ x = 1 \end{cases}$$

Ответ:  $-1 - \sqrt{6}; 1; 3$ .

$$\begin{array}{c} 2\sqrt{3}-1 > 2 \\ 2\sqrt{3} > 3 \\ 12 > 9 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} -1 + \sqrt{6} < 2 \\ \sqrt{6} < 3 \\ 6 < 9 \end{array} \right.$$