

0 229593 380003

22-95-93-38
(162.11)



гашет

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 11

Место проведения Екатеринбург
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Шушкова Гелена Дмитриевна
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

+ 1 лист

Дата

«13» апреля 2025 года

Подпись участника

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
21-95-93-38		+	+	+	-	+	-	-	+
					0		0	0	

65 (используется) Мостовик

№1

$$\sqrt{4x^2 - 12x + 9} + \sqrt{x^2 - 6x + 9} + (\sqrt{-(x-2)})^2 = \sqrt{3+\sqrt{8}} - \sqrt{3-\sqrt{8}}$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} 4x^2 - 12x + 9 \geq 0 \\ x^2 - 6x + 9 \geq 0 \\ -(x-2) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (2x-3)^2 \geq 0 \text{ при всех } x \\ (x-3)^2 \geq 0 \text{ при всех } x \\ x \leq 2 \end{cases} \Rightarrow x \leq 2$$

$$\sqrt{(2x-3)^2} + \sqrt{(x-3)^2} + (\sqrt{-(x-2)})^2 = \sqrt{2+2\sqrt{2}+1} - \sqrt{2-2\sqrt{2}+1}$$

$$|2x-3| + |x-3| + |x-2| = \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} - \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$$

$$|2x-3| + |x-3| + |x-2| = |\sqrt{2}+1| - |\sqrt{2}-1|$$

$$2 > 1 \Rightarrow \sqrt{2} > \sqrt{1} = 1 \Rightarrow \sqrt{2}-1 > 0$$

$$|2x-3| + |x-3| + |x-2| = \sqrt{2}+1 - \sqrt{2}+1$$

$$|2x-3| + |x-3| + |x-2| = 2$$

$$\text{Т.к. } x \leq 2, \text{ то } x-3 \leq -1 \text{ и } x-2 \leq 0$$

$$|2x-3| - (x-3) - (x-2) = 2$$

$$\begin{cases} 2 \geq x \geq 1,5 \\ 2x-3 - x+3 - x+2 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 1,5 \\ 3-2x - x+3 - x+2 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \geq x \geq 1,5 \\ 2 = 2 \Rightarrow x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 1,5 \\ 8-4x = 2 \end{cases}$$

Чистовик

№1 (продолжение)

$$\begin{cases} 1,5 \leq x \leq 2 \\ \begin{cases} x < 1,5 \\ x = 1,5 \end{cases} \Rightarrow x \in \emptyset \end{cases}$$

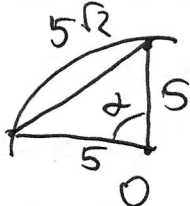
$$1,5 \leq x \leq 2 \Rightarrow x \in [1,5; 2]$$

Ответ: $[1,5; 2]$

№3

Рассмотрим центральные углы, которые опираются на дуги три стороны четырёхугольника.

Угол три стороне $5\sqrt{2}$ образован ~~треугольником~~ ~~и~~ двумя сторонами треугольника — радиусами окружности длины 5, третья сторона которого — $5\sqrt{2}$



По теореме косинусов найдём угол α

$$(5\sqrt{2})^2 = 5^2 + 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \cos \alpha$$

$$50 = 25 + 25 - 2 \cdot 5 \cdot 5 \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 90^\circ$$

Рассмотрим ^{центральные} углы ~~три~~ ~~и~~ опирающиеся на стороны длины 5. Эти углы образуют радиусы окружности длины 5.



Заметим, что треугольник образованной дугами сторонами и радиусами — равносторонний $\Rightarrow$

Числоверк
№3 (прод.)

$$\Rightarrow \angle \beta = \angle 60^\circ.$$

Пусть центральный угол γ — центральный угол, опирающийся на невыпуклую сторону.

Заметим, что $\alpha + \beta + \beta + \gamma = 360^\circ$, ведь иначе четырехугольник был бы выпуклым, то есть вообще не четырехугольником $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \gamma = 360^\circ - 90^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 150^\circ.$$

Заметим, что четырехугольник ~~можно~~ разбить, вписав в окружность, можно разбить на 4 треугольника, общей вершиной которых будет центр окружности, стороны — радиусы проведенные к вершинам четырехугольника, а 3-я сторона — сторона четырехугольника.



Заметим, что сумма площадей этих треугольников — площадь всего четырехугольника. Площадь треугольника можно посчитать одинаково, т.к. у каждого определен угол и две стороны, принадлежащие к нему

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot \sin \alpha \cdot r^2 = \frac{1}{2} \cdot \sin 90^\circ \cdot 5^2 = \frac{25}{2}$$

$$S_2 = S_3 = \frac{1}{2} \cdot \sin \beta \cdot r^2 = \frac{1}{2} \cdot \sin 60^\circ \cdot 25 = \frac{25\sqrt{3}}{4}$$

$$S_4 = \frac{1}{2} \cdot \sin \gamma \cdot r^2 = \frac{1}{2} \cdot \sin 150^\circ \cdot 25 = \frac{25}{4}$$

$$S_4 = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = \frac{25}{2} + \frac{25\sqrt{3}}{4} + \frac{25\sqrt{3}}{4} + \frac{25}{4} =$$

$$= \frac{25(2\sqrt{3}+3)}{4}$$

Ответ: $\frac{25 \cdot (2\sqrt{3}+3)}{4}$

Методы

№5

$$f_1(x) = (x+a_1)(x^2+b_1x+6) = x^3 + (a_1+b_1)x^2 + (a_1b_1+6)x + 6a_1$$

$$f_2(x) = (x+a_2)(x^2+b_2x+8) = x^3 + (a_2+b_2)x^2 + (a_2b_2+8)x + 8a_2$$

$$f_3(x) = (x+a_3)(x^2+b_3x+12) = x^3 + (a_3+b_3)x^2 + (a_3b_3+12)x + 12a_3$$

Т.к. $f_1(x) = f_2(x) = f_3(x)$ при всех действительных x , то коэффициенты при одинаковых степенях x равны:

$$\begin{cases} a_1+b_1 = a_2+b_2 = a_3+b_3 \\ a_1b_1+6 = a_2b_2+8 = a_3b_3+12 \\ 6a_1 = 8a_2 = 12a_3 \Rightarrow a_1 = \frac{4}{3}a_2 = 2a_3, \quad a_2 = \frac{3}{4}a_1, \quad a_3 = \frac{1}{2}a_1 \end{cases}$$

$$a_1b_1+6 = a_2b_2+8$$

$$a_1b_1 - \frac{3}{4}a_1b_2 = 2$$

$$a_1(b_1 - \frac{3}{4}b_2) = 2$$

$$3a_1(b_1 - \frac{3}{4}b_2) = 6$$

$$a_1b_1+6 = a_3b_3+12$$

$$a_1b_1 - \frac{1}{2}a_1b_3 = 6$$

$$a_1(b_1 - \frac{1}{2}b_3) = 6$$

$$a_1(b_1 - \frac{1}{2}b_3) = 6$$

$$3a_1(b_1 - \frac{3}{4}b_2) = a_1(b_1 - \frac{1}{2}b_3) : a_1 \quad \text{т.к. } a_1 > 0$$

$$3b_1 - \frac{9}{4}b_2 = b_1 - \frac{1}{2}b_3$$

$$2b_1 = \frac{9}{4}b_2 - \frac{1}{2}b_3$$

$$a_1+b_1 = a_2+b_2 \Rightarrow a_1+b_1 = \frac{3}{4}a_1+b_2 \Rightarrow \frac{1}{4}a_1 = b_2-b_1$$

$$a_1 = 4b_2 - 4b_1 \quad \Rightarrow$$

$$a_1+b_1 = a_3+b_3 \Rightarrow a_1+b_1 = \frac{1}{2}a_1+b_3 \Rightarrow \frac{1}{2}a_1 = b_3-b_1 \Rightarrow a_1 = 2b_3 - 2b_1$$

$$4b_2 - 4b_1 = 2b_3 - 2b_1 \Rightarrow 2b_1 = 4b_2 - 2b_3 \quad \Rightarrow$$

$$2b_1 = \frac{9}{4}b_2 - \frac{1}{2}b_3$$

$$\Rightarrow \frac{9}{4}b_2 - \frac{1}{2}b_3 = 4b_2 - 2b_3 \Rightarrow \frac{5}{4}b_2 = \frac{3}{2}b_3 \Rightarrow b_3 = \frac{5}{6}b_2$$

$$a_2+b_2 = a_3+b_3$$

$$b_2 = \frac{6}{5}b_3$$

Числовик

N° 5 (продолжение)

$$a_2 + b_2 = \frac{2}{3}a_2 + \frac{7}{6}b_2$$

$$\frac{1}{3}a_2 = \frac{1}{6}b_2 \Rightarrow b_2 = 2a_2$$

$$\frac{6}{7}b_3 = 2 \cdot \frac{3}{2}a_3 \Rightarrow \frac{6}{7}b_3 = 3a_3 \Rightarrow b_3 = 3,5a_3$$

$$a_2 \cdot b_2 + 8 = a_3 \cdot b_3 + 12$$

$$a_2 \cdot 2a_2 + 8 = a_3 \cdot 3,5a_3 + 12$$

$$2a_2^2 + 3,5 \cdot \left(\frac{2}{3}a_2\right)^2 = 4$$

$$2a_2^2 + \frac{14}{9}a_2^2 = 4$$

$$\frac{32}{9}a_2^2 = 4 \Rightarrow a_2^2 = \frac{9}{8} \Rightarrow a_2 = \frac{3}{2\sqrt{2}}, \text{ так } a_2 > 0$$

$$b_2 = \frac{3}{\sqrt{2}}; b_3 = \frac{7}{6}b_2 = \frac{7}{6} \cdot \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{7}{2\sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_3 = \frac{7}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{7} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow a_1 = \sqrt{2}.$$

$$b_1 = \frac{4b_2 - 2b_3}{2} = 2b_2 - b_3 = \frac{6}{\sqrt{2}} - \frac{7}{2\sqrt{2}} = \frac{5}{2\sqrt{2}}$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + b_2 + a_3 + b_3 = \sqrt{2} + \frac{5}{2\sqrt{2}} + \frac{3}{2\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{7}{2\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{9}{2\sqrt{2}} + \frac{9}{2\sqrt{2}} + \frac{9}{2\sqrt{2}} = \frac{27}{2\sqrt{2}}$$

Ответ: $\frac{27}{2\sqrt{2}}$.

N° 2

$$3^{5-\frac{1}{x}} > a + \sin 4^x, \quad x > 0 \text{ нет решений, } a > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 3^{5-\frac{1}{x}} = 3^5 = 243 \Rightarrow 0 < 3^{5-\frac{1}{x}} \leq 243$$

$$-1 \leq \sin 4^x \leq 1 \Rightarrow a-1 \leq \sin 4^x + a \leq 1+a$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} 3^{5-\frac{1}{x}} = \left[3^{\frac{1}{x}} \right] = 0$$

$$\text{Заметим, что при } x \rightarrow 0, 3^{5-\frac{1}{x}} \rightarrow 0, a$$

$$\text{при } x=0, \sin 4^0 = \sin 1 > 0 \Rightarrow \text{функция } \sin 4^x = \sin 4^0 + a > a$$

$$\Rightarrow \sin 4^0 + a > a > 0 \Rightarrow \text{функция } y = \sin 4^x + a \text{ не может}$$

Исходные
 $N^{\circ} 2$ (прод)

ищем выше графика $y = 3^{5-\frac{1}{x}}$, чтобы
 было ни одного решения.

Т.к. графики непрерывны, график функции
 $3^{5-\frac{1}{x}}$ возрастает, т.к. $y' = \ln 3 \cdot 3^{5-\frac{1}{x}} \cdot (\frac{1}{x^2}) > 0$
 при всех $x > 0$,

$$3^{5-\frac{1}{x}} < 243 \Rightarrow \sin^4 x + a > 243 \Rightarrow \sin^4 x + a > 243$$

$$\sin^4 x + a > a - 1 \Rightarrow a - 1 > 243$$

$$a > 244 \Rightarrow \text{минимальное } a \text{ при}$$

котором нет решений уравнения,

$$\text{это } a = 244 \quad a = 244$$

Ответ: 244

$N^{\circ} 8$

Рассмотрим ~~два~~ две грани, лежащие
 на соседних сторонах ч.о. угла.

Внутренний угол ч.о. угла

$$180^\circ - \frac{360^\circ}{40^\circ} = 171^\circ$$

Внешний угол ч.о. угла -9°

Пусть между двумя ~~гранями~~ ~~лежит~~ x
 сторонами, на которых лежат грани, лежит
 x других сторон.



Тогда

$$\text{угол между этими гранями} \quad \alpha = 171^\circ - 9^\circ \cdot x = 180^\circ - (x+1)9^\circ$$

Заметим, что если 3 выбранные стороны
 ч.о. угла находятся в одной половине
 ч.о. угла, то между ними ~~лежит~~ ~~или~~
 лежит x сторон ~~других~~ для 1 пары и y сторон для 2-ой пары,

Исходные

N°8 (продолжение)

Поставим нам нужны такие наборы m, n, k ,
чтобы они не повторялись содержали одина-
ковые наборы чисел, чтобы $n+m+k=37$,
 $n+k > 18$, $n+m > 18$, $m+k > 18$, $n > 0, m > 0, k > 0$;
такие наборы соответствуют разным комбинациям
Посчитаем их количество:

$$n+k > 18, m+k > 18, n+m > 18 \text{ означает, что}$$

$$\text{все числа } n+m+k=37 \Rightarrow k < 19, m < 19, n < 19.$$

$$C_{36}^2 = \frac{36!}{2!34!} = \frac{36 \cdot 35}{2} - \text{количество всевозможных}$$

наборов n, m, k , где
 $n > 0, m > 0, k > 0$ и
 $n+m+k=37$.

Наборы с двумя одинаковыми значениями ($m=n$ или $n=k$ или $k=m$)

$$\frac{C_{36}^1}{2} - \text{так будет неовторяющиеся числа}$$

быть нечетными ($n+m+k=37$, $n=m \Rightarrow 2m+k=37$)

$\begin{matrix} | & & | \\ \text{неч} & & \text{неч} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{неч} & & \text{неч} \end{matrix}$

$$\frac{36}{2} = 18$$

Наборов со всеми тремя одинаковыми числами нет, так

$$37 : 3 \Rightarrow \text{наборы с различными числами}$$

$$\frac{36 \cdot 35}{2} - 18 = 1835 - 18 = 1817$$

Каждый набор с различными числами повторяется 6 раз, а
с двумя — 3 раза $\Rightarrow \frac{1817}{6} + \frac{18}{3} = 302 + 6 = 308$
количество наборов чисел, которые не повторяются наборов
чисел. Исключим из них наборы с числами, большими
18. Для $x > 18$, оставшиеся 2 числа распределяются $37-x$ единиц
 $\Rightarrow 37-x-1$ вариантов распределения (два повторения)
~~для всех $x=19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36$~~
наборы повторяются 2 раза для наименьшего набора с
одинаковыми числами для ~~каждого~~ $37-x-1$ (из двух)

Числовые

№ 8 (продолжение)

Посчитаем тогда все невыходящие варианты.

Заметим, что $x \leq 36$, ведь при $x=36$ или $x=37$ хотя бы одно число должно быть нулевым, что противоречит условию $\Rightarrow$

$$\sum_{i=19}^{36} (37-x-1) + \frac{37 \cdot 17 - \frac{(19+36) \cdot 17}{2} - 17 \cdot 9}{2} =$$

$$= \frac{37 \cdot 17 - 27 \cdot 17 - 17 \cdot 9}{2} = \frac{9 \cdot 17 + 9}{2} = \frac{9 \cdot 18}{2} = 81$$

Значит всего необходимых наборов из трех чисел, таких что их сумма 37, каждое из них меньше 19, но больше 0, они целые, по две от каждой стороны между попарно соседними выразившими нами для каждого образования треугольника, то есть по 20 различным треугольникам, которых можно образовать вывернув 3-х сторон на правый или на левый бок

$$108 - 81 = 27.$$

Ответ: 27

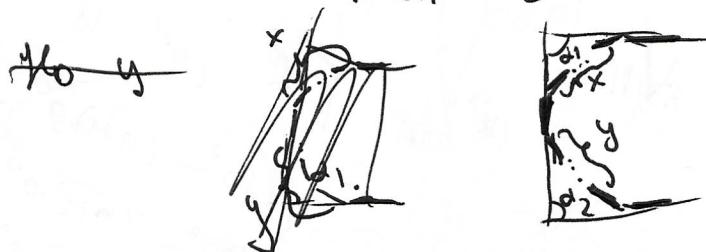
Мисовенек

№8 (трое)

$$\text{то } x+y \leq 18 \Rightarrow \angle \alpha_1 + \angle \alpha_2 \geq 180^\circ$$

$$\alpha_1 = 180^\circ - (x+1) \cdot 9^\circ \quad \alpha_2 = 180^\circ - (y+1) \cdot 9^\circ \Rightarrow \alpha_1 + \alpha_2 = 360^\circ - (x+y+2) \cdot 9^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_1 + \alpha_2 \geq 360^\circ - 20 \cdot 9^\circ = 180^\circ.$$



Но α_1 и α_2 — углы, которые должны образовать треугольник $\Rightarrow$ ~~треугольник~~, а сумма углов в треугольнике $180^\circ \Rightarrow$ создать треугольник такие углы не могут.

Пусть n, m, k — кол-во сторон между выбранными для создания треугольника $\Rightarrow$

$$\Rightarrow n+m > 18, \quad m+k > 18, \quad n+k > 18$$

$$n+m+k = 37.$$

Заметим, что если $n=0$ или $m=0$ или $k=0$, значит угол между двумя сторонами — $180^\circ - 9^\circ = 171^\circ$, но другие углы $\geq 9^\circ \Rightarrow$ ~~что~~ сумма углов между сторонами больше 180° и не образуется треугольник $\Rightarrow n > 0, m > 0, k > 0$.

$$\alpha_1 = 180^\circ - (n+1) \cdot 9^\circ$$

$$\alpha_2 = 180^\circ - (m+1) \cdot 9^\circ$$

$$\alpha_3 = 180^\circ - (k+1) \cdot 9^\circ$$

Заметим, что треугольники с одинаковым набором углов будут подобны, но в эти треугольники можно вписать окружность — вписана в 40-угольник окружность, т.к. она касается 3 сторон выбранных углов внутри.

Hand-drawn diagram of a flower showing the ovary with three locules. The top locule contains a seed labeled '18'. The bottom-left locule is empty. The bottom-right locule contains a seed labeled '13'.

38 39

[illegible]

149

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100

19/09

$$18 + 162$$

C_{38}^{21} (38) 3

$$\frac{(1+8) \cdot 8}{2} = 272 = (81)$$

$$21 \binom{16}{2}^8 \quad \underline{39.19 - 19.3}$$

22

22

24

25

4
22

20

19.8 + 19.3

4136

$$\frac{39.38 - 19.3}{6} + 19$$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

гешинг

$90^\circ - (n+k) \cdot 9^\circ$ Мерновелик $90^\circ - 60 \cdot 9^\circ$

$(2) (17) (18) \frac{18}{N} = 6$

h_1

$90^\circ - (n+k) \cdot 9^\circ$
 $90^\circ - (m+k) \cdot 9^\circ$
 $90^\circ - (k+k) \cdot 9^\circ$
 $240 - (n+m+k) \cdot 9^\circ = 180^\circ$

$\frac{2}{3} r$ (r)

h_1

90° $h_1 + m + k = 8$

18 (8) (2) (17) (18) (4)

19 4

1 1 5
 1 2 4
 1 3 3
 2 2 3

$9 \cdot 18 = 162$ (21)

$3 \cdot 2$

$9 \cdot 4 = 36$ (4)

$25r$ $\frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$ $\frac{\alpha}{2\omega} \Rightarrow \cos 5 - \sin 2$

$\cos (60^\circ - \alpha) \cdot 2 \cdot r \cdot \frac{r}{2} + r^2 + \frac{1}{4} =$ (17)

$r^2 = r^2 + \frac{r^2}{4} - \cos(60^\circ - \alpha) \cdot r^2$ (18)

$r = r \cdot \sqrt{\frac{5}{4} \mp \cos(60^\circ - \alpha)}$ (63)

$r \cdot \sqrt{\frac{5}{4} - \frac{1}{2}} > 0 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$ (3)

$r + \frac{1}{2} r \left(1 + \sqrt{\frac{5}{4} - \cos(\frac{\pi}{3} - \alpha)} \right) \cdot \left(-\sin(\frac{\pi}{3} - \alpha) \right) = 0$

$\frac{\sin(\frac{\pi}{3} - \alpha)}{\left(\frac{5}{4} - \cos(\frac{\pi}{3} - \alpha) \right)} = 1$

$\sin^2(\frac{\pi}{3} - \alpha) = \frac{5}{4} - \cos(\frac{\pi}{3} - \alpha)$

$1 - \cos^2(\frac{\pi}{3} - \alpha) = \frac{5}{4} - \cos(\frac{\pi}{3} - \alpha)$

$\cos^2(\frac{\pi}{3} - \alpha) - \cos(\frac{\pi}{3} - \alpha) + \frac{1}{4} = 0$

$\Delta = 1 - 1 = 0$

$\frac{\pi}{3} - \alpha = \frac{\pi}{3}$ (2=0)

$r = \cos(\frac{\pi}{3} - \alpha) = 1$

$240^\circ - 90^\circ - 90^\circ$
 $240^\circ - 90^\circ - 90^\circ$

gami 11

$$3,5a_3^2 + 12 = 2a_2^2 + 8$$

$$\frac{7}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} a_3^2 + 12 = 2a_2^2 + 8$$

$$a_2 = \frac{1}{8} \cdot \frac{7}{2}$$

$$f_1(x) = (x+a_1)(x^2+b_1x+6)$$

$$f_2(x) = (x+a_2)(x^2+b_2x+8)$$

$$f_3(x) = (x+a_3)(x^2+b_3x+12)$$

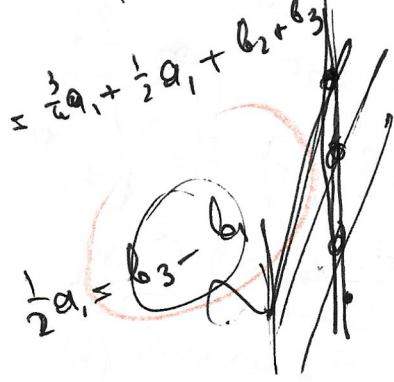
$$4b_2 - 2b_3 = \frac{9}{4}b_2 - \frac{1}{2}b_3$$

$$\frac{7}{4}b_2 = \frac{3}{2}b_3$$

$$2(a_1+b_1) \quad b_3 = \frac{7}{6}b_2$$

$$2a_1 + \frac{9}{4}b_2 - b_3 =$$

$$\frac{3}{4}b_2 - \frac{1}{2}b_3 = \frac{9}{4}b_2 - \frac{1}{2}b_3$$



$$2a_1$$

$$a_1 + b_1 = \frac{1}{2}a_3 + b_3$$

$$\frac{1}{2}a_1 = b_3 - b_1 \quad x^3 + (a_1+b_1)x^2 + (a_1b_1+6)x + a_1b_1$$

$$\frac{1}{4}a_1 = b_2 - b_1 \quad x^3 + (a_2+b_2)x^2 + (a_2b_2+8)x + 8a_2a_3 + \frac{2}{3}a_2$$

$$x^3 + (a_3+b_3)x^2 + (a_3b_3+12)x + 12a_3$$

$$a_3 = \frac{2}{3}a_2$$

$$a_2 = \frac{3}{4}a_1 \quad a_1 + b_1 =$$

$$= a_2 + b_2 = a_3 + b_3$$

$$a_2b_1 + 8 =$$

$$= a_3b_3 + 12$$

$$a_2(b_2 - \frac{2}{3}b_3) = 4$$

$$a_1(\frac{3}{4}b_2 - \frac{1}{2}b_3) = 4$$

$$3b_1 - \frac{9}{4}b_2 = b_1 - \frac{1}{2}b_3$$

$$2b_1 = \frac{9}{4}b_2 - \frac{1}{2}b_3$$

$$\frac{3}{4}b_2 - \frac{1}{2}b_3 = 2b_1 - \frac{3}{2}b_2$$

$$6a_1 = 8a_2 = 12a_3$$

$$a_1b_1 + 6 = a_2b_2 + 8 = a_3b_3 + 12$$

$$a_2 = \frac{3}{4}a_1 \quad a_3 = \frac{1}{2}a_1$$

$$a_1b_1 + 6 = \frac{3}{4}a_1b_2 + 8$$

$$a_1(b_1 - \frac{3}{4}b_2) = 2$$

$$a_1(b_1 - \frac{1}{2}b_3) = 6$$

Черновик

N° 5

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$$

$$b_2 + a_2 = \frac{2}{3}a_2 + \frac{7}{6}b_2$$

$$\frac{1}{6}b_2 =$$

$$= \frac{1}{3}a_2$$

$$b_2 = 2a_2$$

$$f_1(x) = f_2(x) = f_3(x)$$

$$(x+a_1)(x^2+b_1x+6) = (x+a_2)(x^2+b_2x+8)$$

$$(x+a_1)(x^2+b_1x+6) = (x+a_3)(x^2+b_3x+12)$$

$$b_3 = \frac{4}{6}b_2 = \frac{2}{3} \cdot 2a_2 = \frac{4}{3}a_2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{6}a_3 = \frac{7}{9}a_3$$

$$x^2 + b_1x + 6 + (x+a_1)(2x+b_1)$$

$$x^2 + 4x + 6 + a_1x + 2x^2 + a_1b_1 + 2a_1x = 0$$

$$3x^2 + 2(a_1+b_1)x + a_1b_1 + 6 = 0$$

$$D = 4(a_1+b_1)^2 - 12a_1b_1 - 12$$

$$x^2 + (a_1+b_1)x + a_1b_1 = 0$$

$$x^2 + (a_1+b_1)x + 6 = 0$$

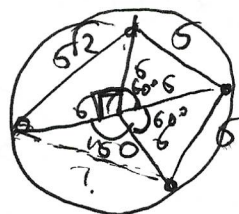
генератор

Черновик

$n=3$



$$a + \sin \theta$$



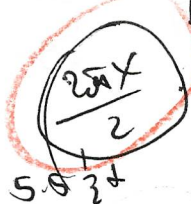
$$\frac{1}{2} r^2$$

$$\frac{120}{90}$$



$$210$$

$$\frac{360}{-210}$$

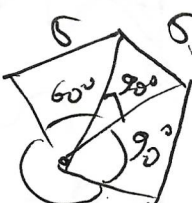


$$5.5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2$$

$$5^2 + 5^2 = 50 = (5\sqrt{2})^2$$

$$\frac{26}{2} + \frac{25\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{25(\sqrt{3}+1)}{2}$$



$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{6}$$



$$5.5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{25}{4}$$

$$\frac{50(\sqrt{3}+1)}{4} + \frac{25}{4}$$

$$\frac{25(\sqrt{3}+2+2) + 25}{4}$$

$$\frac{25(2\sqrt{3}+3)}{4}$$

$$\sin^3(\pi x) - \sin^3(2\pi x) + \sin^3(4\pi x) + \dots$$

$$= (\sin(\pi x) - \sin(2\pi x) + \sin(4\pi x))^3$$

$$[0, \pi, 1, 6]$$

$$\begin{aligned} & (1 - 2\cos \pi x + 4\cos^2 \pi x \cos 2\pi x) \\ & \sin^3 \pi x - \sin^3 2\pi x + \sin^3 4\pi x - 3\sin^2 \pi x \sin 2\pi x + 3\sin^2 2\pi x \sin \pi x + 3\sin^2 \pi x \sin 4\pi x + \\ & + 3\sin^2 4\pi x \sin \pi x - 3\sin 2\pi x \sin \pi x \sin 4\pi x - 6\sin \pi x \sin 2\pi x \sin 4\pi x \end{aligned}$$

$$\sin \pi x$$

$$1 - 8\cos^3 \pi x (1 - 8\cos^3 2\pi x)$$

$$(1 - 2\cos \pi x (1 - 2\cos \pi x))^3$$

$$1 - 8\cos^3 \pi x + 64\cos^3 2\pi x$$

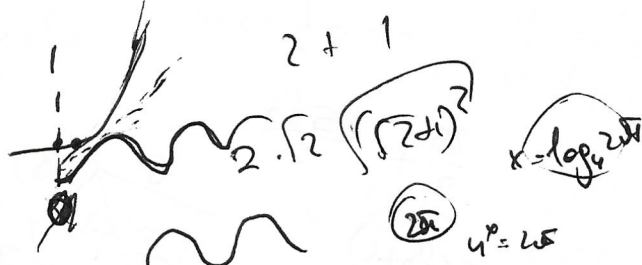
Черновик

$$\sqrt{4x^2 - 12x + 9} + \sqrt{x^2 - 6x + 9} + \left(\sqrt{-(x-2)}\right)^2 =$$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{3+58} - \sqrt{3-58} \\ &\sqrt{(2x+3)^2} + \sqrt{(x-3)^2} \sqrt{-(x-2)} \end{aligned}$$

ОДЗ:

$$\begin{aligned} &-(x-2) \geq 0 \\ &x-2 \leq 0 \Rightarrow x \leq 2 \end{aligned}$$



$$|2x-3| + |x-3| + |x-2| = \sqrt{2+1} - (\sqrt{2-1})$$

$$\begin{aligned} &2x-3 + 3-x + 2-x = 2 \Rightarrow 2=2 \Rightarrow x \in [1,5; 2] \\ &2x-3 + 3-x + 2-x = 2 \Rightarrow 2=2 \Rightarrow x \in [1,5; 2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &3-2x + 3-x + 2-x = 2 \Rightarrow 11-4x=2 \Rightarrow 4x=9 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x = \frac{9}{4} = 2,25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &3-2x + 3-x + 2-x = 2 \\ &8-4x=2 \Rightarrow 4x=6 \Rightarrow x=1,5 \end{aligned}$$

$$0 < 5^{-\frac{1}{x}} < 243 \quad 3^{5-\frac{1}{x}} > a + \sin^4 x \quad a > 0 \quad \text{нет ни одного}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 3^{5-\frac{1}{x}} = 3^5 = 243$$

$$1 \geq \sin^4 x \geq -1$$

$$1+a \geq \sin^4 x \geq a-1$$