



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 9-10 класс

Место проведения Москва  
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Ломоносов"  
наименование олимпиады

по механике и математическому моделированию  
профиль олимпиады

Белычева Ивана Алексеевича  
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«30» марта 2025 года

Подпись участника

100 (60s)

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Число, задано и 1

Лист-вкладыш

Пусть  $S_{\text{нач}}$  расстояние между станциями,  $v$  — скорость поезда,  $u_{\text{нач}}$  скорость пешехода, тогда ~~условие даёт~~ из условия следуют следующие тождества:

$$\begin{cases} \frac{S}{u} = \frac{S}{v+u} + 6 \\ \frac{S}{v+u} + 1 = \frac{S}{v-u} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S(v+u) = Su + 6uv + 6u^2 \\ S(v-u) + v^2 - u^2 = S(v+u) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \begin{cases} v(S-6u) = 6u^2 \\ v^2 = u^2 + 2Su \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} v^2(S-6u)^2 = 36u^4 \\ (u^2 + 2Su)(S-6u)^2 = 36u^4 \end{cases} \\ & \Rightarrow (u+2S)(S-6u)^2 = 36u^3 \end{aligned}$$

$$(60S)u^2 - (23S^2)u + 2S^3 + 36u^3 = 36u^3$$

$(60S)u^2 - (23S^2)u + 2S^3 = 0$ , — это квадратное уравнение от  $u$ , значит, можем выразить  $u$  через  $S$ .

$$u = \frac{23S^2 \pm \sqrt{23^2 - 4 \cdot 2S^3 \cdot 60S}}{2 \cdot 60S} = \frac{23 \pm 7}{120} S$$

$$u = \frac{2}{15} S \text{ или } \cancel{u = \frac{1}{4} S} \quad u = \frac{1}{4} S \Rightarrow \frac{S}{u} = \frac{15}{2} \text{ или } \frac{S}{u} = \frac{1}{4}$$

Мы хотим минимизировать  $\frac{S}{u}$ , т.е. ~~найти~~ надо проверить ~~для~~ случай  $\frac{S}{u} = \frac{1}{4}$ ;  $u = \frac{S}{4}$ ,  $v = \sqrt{u^2 + 2Su} =$

$$= \sqrt{\frac{S^2}{16} + \frac{S^2}{2}} = \frac{3}{4} S;$$

$$\cancel{\frac{S}{\frac{S}{4}} = \frac{S}{\frac{S}{4}}}$$

$$v = \frac{6u^2}{S-6u} = \left( \frac{6}{16} : \left( 1 - \frac{6}{4} \right) \right) S =$$

$$= -\frac{3}{4} S < 0 \text{ (!)}$$

Значит случай  $\frac{S}{u} = \frac{1}{4}$  — не подходит, остаётся единственный случай  $\frac{2S}{15} = u$ , условие гарантирует, что мы хотим — бы

был случай верный т.е.  $\frac{S}{u} = \frac{15}{2}$ , значит мы

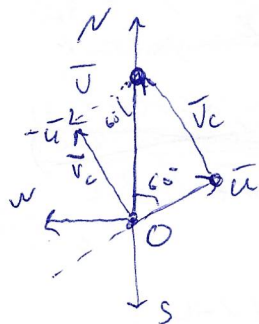
узнаём расстояние между станциями за 7,5 часов

Ответ: 7,5 часов.

Чистовик Задача 12

(5)

Скорость самолёта складывается из собственной скорости ( $\vec{V}_c$ ) и скорости ветра ( $\vec{u}$ ), т.е.:



$$\vec{u} + \vec{V}_c = \vec{V}, \text{ т.к. за 2 часа самолёт пролетит } 1000 \text{ км в направлении на север, то } \vec{V} \text{ направлен по меридиану, и } |\vec{V}| = 500 \frac{\text{км}}{\text{ч}},$$

$$\vec{u} \text{ направлен под углом } 60^\circ \text{ к } \vec{V}, \text{ и } |\vec{u}| = \frac{25 \text{ км}}{3 \text{ ч}} =$$

$$= \frac{25 \cdot 3,6}{3} \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 30 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

$$\vec{V}_c = (\vec{V} - \vec{u}).$$

Мы можем найти  $|\vec{V}_c|$  по теореме косинусов где  $\vec{u}$  и  $\vec{V}$  — стороны в треугольнике  $\vec{V}$  и  $\vec{u}$ , отложенных из общей точки  $O$ , как показано на рисунке.

$$|\vec{V}_c|^2 = 500^2 + 30^2 - 2 \cos 60^\circ 500 \cdot 30 = 250000 + 900 - 15000 \left( \frac{\text{км}}{\text{ч}} \right)^2 = 235900 \left( \frac{\text{км}}{\text{ч}} \right)^2.$$

$$\text{Значит } |\vec{V}_c| = \sqrt{235900} \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

$$485^2 = 235225 < 235900$$

$$\left(485 + \frac{1}{2}\right)^2 = 235225 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 485 + \frac{1}{4} = 235710.25 < 235900$$

$$(485 + 1)^2 = 235225 + 2 \cdot 485 + 1 = 236196 > 235900$$

Значит 486 — ближайшее целое число к  $\sqrt{235900}$

Ответ:  $\sqrt{235900}$ , 486

Задача 13. Из условия следует, что за 18 секунд  $(30 - 12)$  часов  $16(96 - 84)$  МБ = 12 МБ, значит в момент

$$\text{в } 12:00:00 \text{ с момента начала прогона } 84 \cdot \frac{18}{12} \text{ сек} =$$

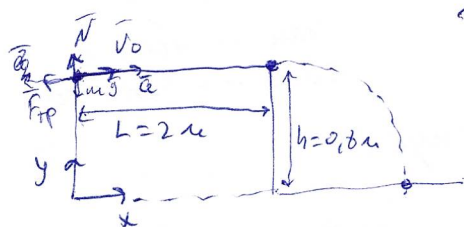
= 126 сек = 2 мин 6 сек, т.е. загрузка была начата в 11 часов 57 мин 54 сек, т.е. мы

получили 11:57:54

Ответ: 11:57:54



Чиселки, задачи № 4. Считаем брусок мат. точкой.



Возьмем II з. Ньютона в проекциях на  $Ox$  и  $Oy$  ( $Ox \perp g$ ,  $Oy \parallel g$ ):

$$-\cancel{m a}^{Ox} = m a = -F_{tr}$$

$$Oy: 0 = N - mg$$

Данные тонкости верны, пока брусок на столе

$$F_{tr} = \mu N$$

$$m a = -\frac{F_{tr}}{m} = -\frac{\mu N}{m} = -\mu g$$

Движение бруска по столу задаётся ур-ем:

$$x(t) = v_0 t + \frac{a t^2}{2} = v_0 t - \frac{\mu g t^2}{2}$$

$$L = v_0 t - \frac{\mu g t^2}{2}$$

$$\frac{\mu g}{2} t^2 - v_0 t + L = 0$$

$$t = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 2\mu g L}}{\mu g} = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 2 \cdot 0.4 \cdot 10}}{4} \text{ с} = \frac{1}{2} \text{ с}$$

$$t = \frac{1}{2} \text{ с или } 2 \text{ с.}$$

При  $t = 0$  брусок пересекает I момент прохождения края стола, т.е. после этого брусок продолжит двигаться с постоянной скоростью по  $Ox$ , т.е. наше ур-е перестает описывать движение бруска, значит, считаем  $t = \frac{1}{2} \text{ с}$

$$v(t) = v_0 + a t = v_0 - \mu g t$$

$$v\left(\frac{1}{2}\right) = v_0 - \frac{\mu g}{2} \text{ с} = \left(5 - \frac{0.4 \cdot 10}{2}\right) \frac{\text{м}}{\text{с}} = 3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

После отрыва от стола  $y(t) = h - \frac{g}{2} t^2$ ,  $t_{\text{парение}} = \sqrt{2 \frac{h}{g}}$

$$x(t) = L + v\left(\frac{1}{2}\right) \cdot t$$

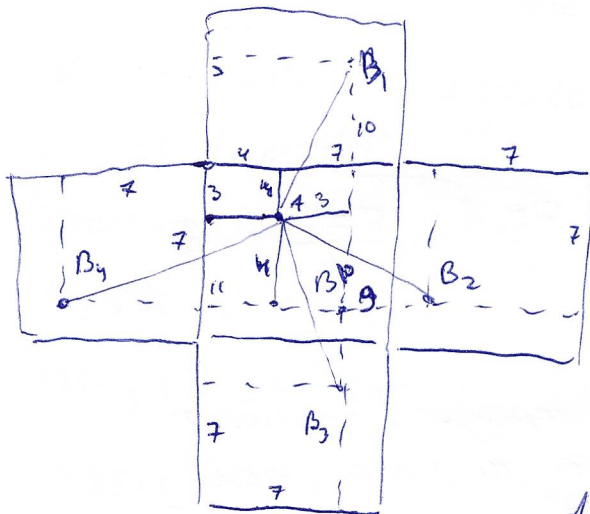
$$x(t_{\text{парение}}) = L + 3 \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{0.8}{10}} = L + 3 \sqrt{0.16} = L + 3 \cdot 0.4 = 1.2 \text{ м} + L$$

Расстояние между точками отрыва и падения ищем по т. Пифагора:

$$\sqrt{(y_{\text{пад}} - y_{\text{отр}})^2 + (x_{\text{пад}} - x_{\text{отр}})^2} \text{ м} = \sqrt{0.8^2 + 1.2^2} \text{ м} = 0.4 \cdot \sqrt{2^2 + 3^2} \text{ м} = 0.4 \cdot \sqrt{13} \text{ м}$$

Числом Задача 5. Очевидно, что кратчайший путь, имеет не более 1 ступеньки и спуск. (или же более, затронутые на спуск как не выше ток и по величине)

Нужно отметить весь маршрут на потолке и полу, мысленно покрываем пол до уровня потолка, и отразим все этапы сг. отмеченные точки маршрута на потолке и ~~отраженные~~ отраженные точки маршрута на полу, отразившие от той ступеньки, по которой спускалась улитка. Образуется кривая с концами в А и соответствующей ограниченной В. Наша задача найти кратчайший по длине маршрут между А и В, ~~или~~ иными словами на полу и потолке равны.



среди всех кривых, соединяющих А и В, отрезок АВ - самая короткая ~~или~~ достижимая или отрезок из маршрутов улитки.

Найдем все длины отрезков между АВ:

$$AB_1 = \sqrt{3^2 + 10^2} = \sqrt{109} \text{ м}$$

$$AB_2 = \sqrt{4^2 + 9^2} = \sqrt{97} \text{ м}$$

$$AB_3 = \sqrt{3^2 + 10^2} = \sqrt{109} \text{ м}$$

$$AB_4 = \sqrt{4^2 + 11^2} = \sqrt{137} \text{ м}$$

Значит самый быстрый маршрут займет у улитки  $(\sqrt{97} + \frac{3}{2})$  минут

Ответ:  $\sqrt{97} + \frac{3}{2}$ , округлив до десятых  $(98 + \frac{1}{2})^2 = 9604 + 98 + \frac{1}{4} > 9700$   
значит  $9,5 > \sqrt{97}$  т.е.  $\sqrt{97} \approx 9,8$   
тогда  $\sqrt{97} + \frac{3}{2} \approx 9,8 + 1,5 = 11,3$

Ответ округленный: 12,3



Из условия следует, что замораживание воды / плавление металла не будет происходить при установлении термодинамического равновесия.

Посчитаем сколько ~~было~~ теплоты отдал вода и сколько получит металл при достижении термодинамического равновесия.  $Q_{отд} = (\frac{1}{20} T_c) C_v m_v$

$$Q_{пол} = (\alpha T_c) \frac{2}{9} C_6 \cdot \frac{m_6}{2} t_6$$

$$Q_{отд} = Q_{пол}$$

$$\alpha = \frac{9}{20}$$

Значит температура металла была  $T_c (\frac{9}{20})$

Была меньше  $T_c$  на  $\alpha T_c$ , т.е. на  $45 \cdot 100\% = 45\%$

Ответ: 45%

~~Ч~~ Черновик

$$97.5 \cdot \frac{9.19}{20} T_e$$

$$Q_{\text{org}} = \frac{1}{20} T_e C_6 m_6$$

$$Q_{\text{org}} = (\alpha T_e) \frac{9}{9} C_6 \frac{m_6}{2}$$

$$Q_{\text{org}} = Q_{\text{org}}$$

$$\frac{1}{20} = \frac{91}{49} \alpha$$

$$\alpha = \frac{9}{45} \quad \alpha = \frac{9}{20}$$

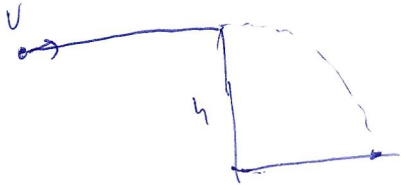
чертовыи

96-84 = 12 мб ; за 18 сек.

$$84 = 12 \cdot 7 \text{ ya } 18 \cdot 7 \text{ en.} = 70 + 56 = 126 \text{ en.}$$

2 мх. 6 см.

11:57:54

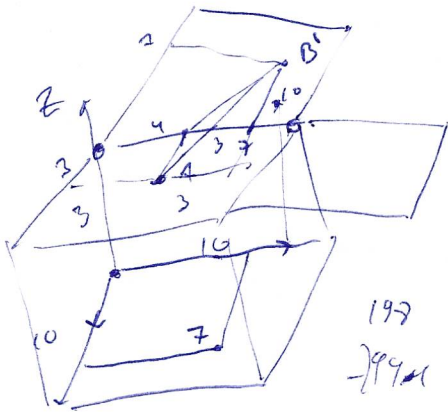


$$5 \pm \sqrt{25 - 2 \cdot 0,9 \cdot 10 - 2}$$

$$\mu N = \mu mg$$

$$a = \mu g$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{4} = \frac{1}{2} \text{ u } 2$$



$\sqrt{97} =$

9700

54

$\begin{array}{r} 54 \\ 97 \\ \times 96 \\ \hline 576 \\ 864 \\ \hline 9216 \end{array}$

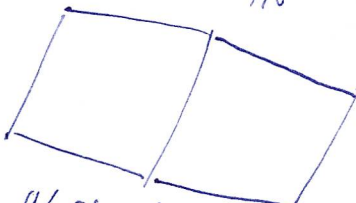
10000

9 9801

6

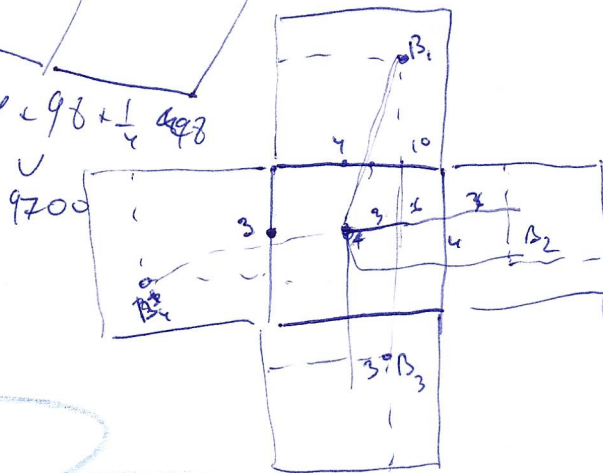
$\begin{array}{r} 97 \\ \times 93 \\ \hline \end{array}$

$$\begin{array}{r} 879 \\ 873 \\ + 9409 \\ \hline 98^2 = 9604 \end{array}$$



$$\left(98 + \frac{1}{2}\right)^2 = 9604 + 98 + \frac{1}{4}$$

9,9



$$3^{2+10^2}$$

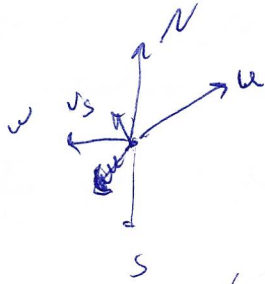
$$u^2 + g^2$$

$$3^2 + 4^2$$

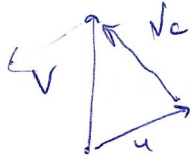
$$4^2 + 11^2$$



Черновик

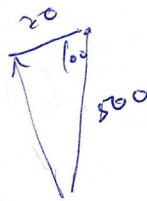


500 м/ч



$$\frac{25}{3} \frac{м}{с} = \frac{25 \cdot 3,6}{3} \frac{мм}{ч}$$

$$\frac{25 \cdot 12}{10} = 30 \frac{мм}{ч}$$



25 0000

$$\begin{array}{r} 485 \\ \times 2 \\ \hline 970 \\ + 225 \\ \hline 1195 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250900 \\ - 15000 \\ \hline 235900 \end{array}$$

$$500^2 = 250000$$

$$\begin{array}{r} 4902 \\ \times 470 \\ \hline 371 \\ 196 \\ \hline 2331 \end{array}$$

240100

$$490^2 = 233100$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 5 \\ \hline 160 \end{array}$$

36

24

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 7 \\ \hline 343 \end{array}$$

78+2

$$2401$$

$$\begin{array}{r} 485 \\ \times 485 \\ \hline 2425 \\ 3880 \\ \hline 1940 \\ \hline 235225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 496 \\ \times 496 \\ \hline 24976 \\ 4464 \\ \hline 1984 \\ \hline 246016 \end{array}$$

Черновик

~~Q~~

$V_1$

$u$

$$\frac{S}{Q+u} = \frac{S}{V_1+u} + 6$$

$$u = \frac{6u^2}{S-6u} \quad \frac{6}{16} / 1 - \frac{6}{4} \quad \frac{S}{V_1+u} + 1 = \frac{S}{V_1-u}$$

$u = u_{\max}$

$$S(V_1-u) + V_1^2 - u^2 = S(V_1+u)$$

$$V_1^2 = u^2 + 2Su$$

$$u = \frac{S}{\cancel{2}}$$

$$S(V_1+u) = Su + 6u(V_1+u)$$

$$2 \cdot 4 \cdot 2 = (6 \cdot 2) \cdot 4 \quad S V_1 = 6u V_1 + 6u^2$$

$$\textcircled{*}_{12} \quad \frac{2 \cdot 3}{12} = u \quad V_1(S-6u) = 6u^2$$

$$V_1^2(S-6u)^2 = 36u^4$$

$$(u^2 + 2Su)(S-6u)^2 = 36u^4$$

$$\frac{1}{16} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

$$\cancel{2}u = \frac{S}{\cancel{2}}$$

$$\left( \overset{9u}{u+2S} \right) \left( \overset{(2u)^2}{S-6u} \right)^2 = 36u^3$$

$$24 \cdot 4 - 23 \cdot 16$$

$$\overset{9u}{S} = 4u \cdot \frac{16}{16} - 4 + 36 \cdot 4$$

$$\frac{23 \cdot 7}{60} = \frac{4}{15} \cdot \frac{1}{4} S$$

$$\left( u+2S \right) \left( S^2 - 12Su + 36u^2 \right) =$$

$$= uS^2 - 12Su^2 + 36u^3 + 2S^3 - 24S^2u + 72u^2S$$

$$\frac{1}{16} + \frac{1}{8} = \frac{3}{16}$$

$$24u(60S)u^2 - 23S^2u + 2S^3 = 0$$

$$\frac{\sqrt{23}}{4} S$$

$$\frac{23S^2 \pm \sqrt{23^2 - 4 \cdot 2 \cdot 60} S^2}{2 \cdot 2 \cdot S}$$