



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант 7-8

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по механике и математическому моделированию
профиль олимпиады

Емергиной Софьи Владиславовны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

« 30 » марта 2025 года

Подпись участника



2

$$\begin{cases} S = vt + ut \\ S = (v-u)(t+1) \\ S = u(t+6) \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = vt + ut \\ S = vt + v - ut - u \\ S = ut + 6u \end{cases}$$

$$\cancel{vt + ut = vt + v - ut - u}$$

$$v = u(5+t)$$

Черновик

$$2ut = v - u$$

$$vt + v - ut - u = ut + 6u$$

$$vt = 6u$$

$$2ut = vt - 7u$$

$$\cancel{vt + ut = vt + v - ut - u}$$

$$2ut = v - u$$

$$vt + v - ut - u = ut + 6u$$

$$\cancel{vt + v + 5u = 6u + ut}$$

$$vt + u - ut - u = ut + 6u$$

$$vt + v - ut - u = ut + 6u$$

$$vt + v - 5u = ut + 6u$$

$$\cancel{7,5u}$$

5

$$\cancel{cm(T_e - t_0) + \frac{1}{4,5}}$$

$$4,5c \cdot 2m(T_e - t_0) + c \cdot m(T_e - t_0) = 0$$

$$9cmT_e - 9t_0cm + cmT_e - cmt_0 = 0$$

$$T_e \cdot 10cm = 9cmt_0 - cmt_0$$

$$T_e = \frac{cm(9t_0 - t_0)}{10cm}$$

$$T_e = \frac{9t_0 - t_0}{10}$$

$$\cancel{X}$$

$$9cm(T_e - 1,05T_e) + cm(T_e - XT_e) = 0$$

$$9cmT_e - 9 \cdot 1,05T_e + cmT_e - XcmT_e = 0$$

$$XcmT_e = 9 \cdot 1,05T_e - 9cmT_e - cmT_e$$

$$X = \frac{9cm \cdot 1,05T_e - 10cmT_e}{cmT_e}$$

55%

$$\frac{1,05}{9}$$

$$9,45$$

$$1,5u + 1,5u \cdot 5$$

$$2,5u - 2,5u \cdot 3$$

$$-7,5u + 7,5u$$

$$7,5u - 7,5u$$

$$v = 4u$$

$$vt + ut = vt + v - ut - u$$

$$1,5u + v - u = vt + ut$$

$$3u = v - u$$

$$3u \cdot 2,5 = S$$

$$X =$$

55%

$$S = v + u$$

$$S = 2v - 2u \quad 6u = v$$

$$S = 7u$$

2

$$\begin{cases} S = vt + ut \\ S = (v-u)(t+1) \\ S = u(t+6) \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = vt + ut \\ S = vt + v - ut - u \\ S = ut + 6u \end{cases}$$

$$\cancel{vt + ut = vt + v - ut - u}$$

$$5u + v - ut = vt + ut$$

$$5u + v(1+t) =$$

$$\begin{cases} S = vt + ut \\ S = vt + v - ut - u \\ S = ut + 6u \end{cases}$$

$$\cancel{vt + v + 5u = 0}$$

$$5u = (v(t+1))$$

$$5u - ut - u = S$$

$$4u - ut = S$$

$$\cancel{vt + ut = vt + v - ut - u}$$

$$2ut = v - u$$

$$S = 2ut \cdot (t+1)$$

$$S = 2ut^2 + 2ut$$

$$2ut^2 + 2ut = ut + 6u$$

$$2ut + ut = 6u$$

$$2t^2 + t = 6$$

$$2t^2 + t - 6 = 0$$

$$D = 1 + 48 = 49$$

$$t_1 = \frac{-1+7}{2} = 3$$

$$t_2 = \frac{-1-7}{2} = -4$$

Чистовик

1. Во всех стаканах растает один и тот же объем льда, так как все кубики одинаковы по внешним размерам, и во всех содержится объект одинакового объема. Получится, что при таянии льда (без учета объекта внутри), уровень в каждом стакане повысится на

$$h = \frac{a^3 - V}{S}, \text{ где } a - \text{длина одной стороны кубика, } V - \text{дано, } S - \text{площадь сечения стакана}$$

Далее уровень воды поднимется на $\frac{V_n}{S}$, где V_n - погруженный объем объекта.

Так как $\rho_{\text{серебрянки}} > \rho_{\text{воды}} > \rho_{\text{дерева}} > \rho_{\text{воздуха}}$:

серебрянка погрузится полностью, вытесняя $\frac{V}{S}$

деревянный шар погрузится только на часть объема $\frac{\rho_{\text{дерева}}}{\rho_{\text{воды}}} \frac{V}{S}$

воздух вообще не погрузится в воду, следовательно уровень воды не изменится

$$\frac{a^3 - V}{S} + \frac{V}{S} > \frac{a^3 - V}{S} + \frac{\rho_{\text{дерева}}}{\rho_{\text{воды}}} \frac{V}{S} > \frac{a^3 - V}{S}$$

Значит, самый высокий уровень - в стакане с серебрянкой, а самый низкий - в стакане с воздухом

Ответ: самый высокий - в стакане с серебрянкой, самый низкий - с воздухом

2. Составим систему

$$\begin{cases} S = (v+u) \cdot t \\ S = (v-u)(t+1) \\ S = u(t+6) \end{cases}$$

S - расстояние между пристанями

v - скорость моторной лодки

u - скорость течения реки, скорость плота

t - время, за которое моторная лодка проходит S по течению реки

$$\begin{aligned} S &= vt + ut \\ S &= 6u + ut \\ vt &= 6u \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} vt + ut &= vt + v - ut - u \\ 2ut &= v - u \\ S &= (v - u)(t + 1) \\ S &= 2ut(t + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= 2ut^2 + 2ut \\ 2ut^2 + 2ut &= ut + 6u \\ 2ut^2 + ut &= 6u \\ 2ut^2 + ut - 6 &= 0 \quad / : u \\ 2t^2 + t - 6 &= 0 \\ t &= 1,5 \end{aligned}$$

подставим в систему

$$\begin{cases} S = 1,5(v+u) \\ S = (v-u) \cdot 2,5 \\ S = 1,5u + 6u \end{cases}$$

$$1,5v + 1,5u = 1,5u + 6u$$

$$v = 4u$$

Если $u = 1$, то $v = 4$ км/ч. Подставим.

$$S = 1,5 \cdot 4 + 1,5 \cdot 1$$

$$S = (4 - 1) \cdot 2,5 \Rightarrow \text{везде совпадают } S, S = 7,5 \text{ км}$$

$$S = 1,5 \cdot 1 + 6 \cdot 1$$

Значит плот проплывет S за:

$$\frac{S}{u} = \frac{7,5}{1} = 7,5 \text{ ч}$$

Ответ: 7,5 ч

4

S	v	t
S-84	v	30
S-96	v	12

S - кол-во МБ, которые необходимо скачать

v - МБ/с - скорость скачивания

t - время, с

$$S-84 = 30 \cdot v$$

$$S-96 = 12 \cdot v$$

$$12 = 18v$$

$$v = \frac{2}{3} \text{ МБ/с}$$

$$S-84 = \frac{30 \cdot 2}{3} \quad S = 84 + 20$$

$$S-96 = \frac{12 \cdot 2}{3} \quad S = 96 + 8$$

$$S = 104 \text{ МБ}$$

Т.к. в 12:00:00 уже было скачано 84 МБ, на это ушло:

$$\Delta t = 84 : \frac{2}{3} = \frac{84 \cdot 3}{2} = 42 \cdot 3 = 126 \text{ с} = 2 \text{ мин } 6 \text{ с}$$

↓

Время в момент начала загрузки: 12:00:00

$$- 2:06$$

$$11:57:54$$

Ответ: 11:57:54

5

Составим уравнение теплового баланса в момент времени t,

C - уд. теплоемкость бруска, m - его масса



x - на сколько процентов отличалась t бруска от T_е

x - отношение t бруска к T_е

$$4,5 \text{ с} \cdot 2 \text{ м} (T_e - (1 + (5\%))T_e) + C \cdot m (T_e - x \cdot T_e) = 0$$

$$9 \text{ с} \cdot m (T_e - 1,05 T_e) + C \cdot m (T_e - x \cdot T_e) = 0$$

$$9 \text{ с} \cdot m T_e - 9,45 \text{ с} \cdot m T_e + C \cdot m T_e - C \cdot m \cdot x T_e = 0$$

$$10 \text{ с} \cdot m T_e - 9,45 \text{ с} \cdot m T_e = C \cdot m \cdot x T_e$$

$$C \cdot m \cdot x T_e = 10 \text{ с} \cdot m T_e - 9,45 \text{ с} \cdot m T_e$$

$$x = \frac{0,55 \text{ с} \cdot m T_e}{C \cdot m T_e} = 0,55$$

t бруска составляет 55% от T_е, значит эта t на 45% T_е

Ответ: на 45%