

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант 7-8 класс

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Ломоносов"
наименование олимпиады

по механике и математическому моделированию
профиль олимпиады

Кузнецовой Варвары Дмитриевны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

смена ручки 12:14. Ста -
вход 13:10 Ста -
возврат 13:18 Ста -

Дата

«30» марта 2025 года

Подпись участника

Куз

85 (восемьдесят пять лет)

Александр

Чистовик



Пусть v_T км/ч — скорость течения и плота (от Верхней до Нижней)

v_1 км/ч — собственная скорость лодки в стоячей воде

$v_1 + v_T$ км/ч — скорость лодки по течению (от Верхней до Нижней)

$v_1 - v_T$ км/ч — скорость лодки против течения (от Нижней до Верхней)

t ч — время лодки по течению (от B до H)

$t+6$ ч — время плота по течению (от B до H)

$t+1$ ч — время лодки против течения (от H до B)

составим систему уравнений

$$\begin{cases} S = t(v_1 + v_T) \\ S = (t+6) \cdot v_T \\ S = (t+1) \cdot (v_1 - v_T) \end{cases}$$

где S км — расстояние между B и H

$$\begin{cases} t(v_1 + v_T) = (t+6) \cdot v_T \\ S = (t+1)(v_1 - v_T) \end{cases}$$

$$\begin{cases} t v_1 + v_T t = v_T t + 6 v_T \\ S = t v_1 - t v_T + v_1 - v_T \\ t v_1 = 6 v_T \end{cases}$$

$$\begin{cases} t v_1 + t v_T = t v_T + 6 v_T \\ S = (t+1)(v_1 - v_T) \end{cases}$$

$$\begin{cases} t v_1 = 6 v_T \\ S = (t+1)(v_1 - v_T) \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_1 = \frac{6 v_T}{t} \quad t \neq 0 \\ S = (t+1) \left(\frac{6 v_T}{t} - v_T \right) \end{cases}$$

Чистовик

$$\begin{cases} v_A = \frac{6v_T}{t} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (t+6)v_T = (t+1) \cdot \frac{6v_T - v_T t}{t} \quad (*) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Решим } (*) \\ (t+6)v_T = (t+1) \cdot \frac{v_T(6-t)}{t} \quad | : v_T \neq 0 \end{cases}$$

$$t+6 = \frac{(t+1)(6-t)}{t}$$

$$\frac{2,5 \cdot 4,5^3}{1,5} = 7,5$$

$$t+6 = \frac{6t - t^2 + 6 - t}{t}$$

$$t^2 + 6t = 6t - t^2 + 6 - t$$

$$2t^2 + t - 6 = 0 \quad | : 2$$

$$t^2 + 0,5t - 3 = 0$$

По т. Виета

$$t_1 + t_2 = -0,5$$

$$t_1 \cdot t_2 = -3$$

$$t_1 = -2 \quad t_2 = 1,5 \text{ ч}$$

не ур. ур.
заг. м.н. $t > 0$

$$t+6 = 1,5 \text{ ч} + 6 \text{ ч} = 7,5 \text{ ч}$$

Ответ: за 7,5 ч плот может доплыть от Верхней до Нижней.

НЧ.

$$96 \text{ МБ} - 84 \text{ МБ} = 12 \text{ МБ}$$

$$30 \text{ с} - 12 \text{ с} = 18 \text{ с}$$

$$v_{\text{считывания}} = \frac{12 \text{ МБ}}{18 \text{ с}} = \frac{2}{3} \text{ МБ/с}$$

$$t_{\text{считывания}} 84 \text{ МБ} = \frac{84 \text{ МБ}}{\frac{2}{3} \text{ МБ/с}} = \frac{84 \cdot 3}{2} \text{ с} = 126 \text{ с} =$$

$$= 2 \text{ мин } 6 \text{ с}$$

$$12:00:00 - 2 \text{ мин } 6 \text{ с} = 11:57:54$$

Ответ: 11:57:54 показывали часы в момент

начала загрузки рашка.

Чистовик

N5.

Пусть m_m — масса бруска

$2m_m$ — масса воды

$C \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$ — теплоемкость металла (бруска)

$4,5 C \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$ — теплоемкость воды.

$T_1 = 1,05 T_e$ — температура воды в "некоторый момент времени"

T_2 — температура бруска в "некоторый момент"

$Q = cm \Delta t \Rightarrow \Delta t = t_{\text{кон}} - t_{\text{нач}}$, если нагрев.

$$cm(T_e - T_2) = 4,5C \cdot 2m(T_1 - T_e)$$

$$cm(T_e - T_2) = 4,5C \cdot 2m(\cancel{1,05} T_e - T_e)$$

$$\cancel{cm} T_e - T_2 = 9 \cdot 0,05 T_e$$

$$T_e - T_2 = 0,45 T_e$$

$$T_2 = 0,55 T_e$$

$$T_e - T_2 = T_e - 0,55 T_e = 0,45 T_e$$

$$\boxed{t_2 > 1}$$

$$T_2 < T_e \text{ на } 45\%$$

За начальные температуры взяли температуры в "некоторый момент времени"

T_1 и T_2 , за конечную температуру — температуру термодинамического равновесия T_e системы "вода — металл. брусок".

Ответ: на 45%. В этот момент времени температура металлического бруска меньше температуры T_e .

Чистовик

N1.

Пусть $V_{\text{лк}}$ — объём одного кубика льда
 $V_{\text{лк}} - V$ — объём собственно льда в каждом кубике

В каждый стакан добавим одинаковый объём льда $\Rightarrow$ когда лёд растает, ~~из-за~~ в каждом стакане уровень воды поднимется. За счёт этого одинаково — на объём воды, которая образовалась ~~из растаявшего~~ при таянии льда объёмом $V_{\text{лк}} - V$.

Но во втором и третьем стакане ~~вода~~ уровень воды ещё поднимется, т.к. дробишка и деревянный шарик будут выталкивать некоторые объёмы воды. Значит, самый низкий уровень воды ~~в первом стакане~~ после того, как лёд растает, будет в первом стакане.

Рассмотрим теперь второй и третий стаканы. Дробишка утонет во втором стакане, т.к. $\rho_{\text{дробишки}} > \rho_{\text{воды}}$ ($F_{\text{тяж}} > F_{\text{арх}}$).
~~X~~ Значит, дробишка вытолкнет объём воды, равный объёму дробишки V .

Деревянный шарик будет плавать в третьем стакане (часть шарика будет над водой, часть — под водой), т.к. $\rho_{\text{дерева}} < \rho_{\text{воды}}$. ~~X~~ $F_{\text{тяж}} = F_{\text{арх}} \Rightarrow$ ~~вода~~

$\Rightarrow \rho_{\text{дерева}} \cdot V_{\text{л}} \cdot g = \rho_{\text{воды}} \cdot V_{\text{п.ч.}} \cdot g$ ~~вода, когда $V_{\text{л}} > V_{\text{п.ч.}}$~~
 $V_{\text{л}} > V_{\text{п.ч.}}$. Значит, деревянный шарик

Используя
будет выталкивать объём воды, равный
объёму его погружённой части, а $V_{\text{н.ч.}} < V$.
Значит, ~~деревянный~~ пробирка будет вы-
талкивать ^{больший объём воды} чем деревянный
марик. Значит, самый высокий уровень
воды после того, как лёд растает, будет
во втором стакане.

Ответ: Самый низкий уровень воды будет
в первом стакане.

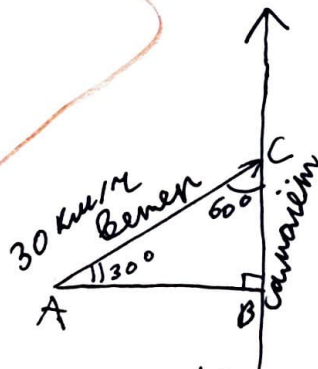
Самый высокий уровень воды будет во вто-
ром стакане.

N3.

$$t = 2 \text{ ч}$$

$$S = 1000 \text{ км}$$

$$v_{\text{с учётом того, что дует ветер}} = \frac{1000 \text{ км}}{2 \text{ ч}} = 500 \text{ км/ч}$$



$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ + 117 \\ \hline 289 \end{array} \quad \begin{array}{r} 18 \\ \times 18 \\ \hline 144 \\ + 180 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 17 \\ \hline 105 \\ + 150 \\ \hline 255 \end{array}$$

$$CB = \frac{30}{2} = 15 \text{ м.к. } \triangle ABC - \text{прямоуг. } \angle C \angle ABC = 90^\circ \text{ и } \angle CAB = 90^\circ - \angle ACB = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

По т. Пифагора

$$AC^2 = AB^2 + CB^2 \Rightarrow AB = \sqrt{30^2 - 15^2} = \sqrt{15 \cdot 45} = \sqrt{15 \cdot 15 \cdot 3} = 15\sqrt{3}$$

$$500 - 15\sqrt{3} = 500 - 15 \cdot 1,7 = 500 - 25,5 = 474,5 \approx 475 \text{ км/ч} - \text{собств. скорость самолёта}$$

Ответ: $500 - 15\sqrt{3}$ км/ч; ≈ 475 км/ч