



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 9-10

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по механике и математическому моделированию
профиль олимпиады

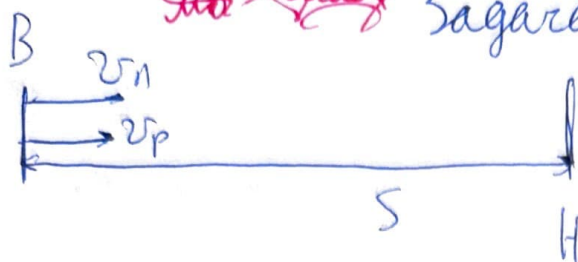
Ученика Родиона Андреевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«30» марта 2025 года

Подпись участника
Родион

~~Задача~~ Задача 1.

Именован.



Расстояние между
приемными - S ,
скорость ~~логги~~ ~~логги~~ $-v_n$
скорость ~~логги~~ ~~логги~~ $-v_p$

Время, за которое лодка проплывает от Верной
приемной до Кемской равно. Тогда $S = (v_n + v_p)t =$
 $= v_p(t+6)$, при этом $S = (v_n - v_p)(t+1)$.

$$v_n t + v_p t = v_p t + 6v_p \Rightarrow v_n t = 6v_p$$

$$v_n t + v_p t = v_n t + v_n - v_p t - v_p \Rightarrow v_p(2t+1) = v_n, \text{ подставим}$$

$$\text{в } v_n t = 6v_p: v_p(2t+1)t = 6v_p \Rightarrow (2t+1)t = 6$$

$$2t^2 + t - 6 = 0; D = 1 + 48 = 49 \Rightarrow \sqrt{D} = 7$$

$$t_1 = \frac{-6 - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 - 7}{2 \cdot 2} = -2 \text{ часа} - \text{не подходит по} \\ \text{смыслу}$$

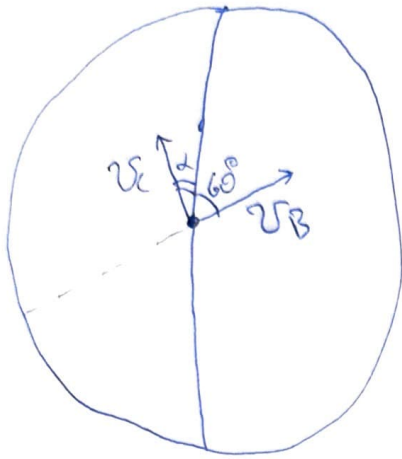
$$t_2 = \frac{-6 + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 + 7}{2 \cdot 2} = \frac{6}{4} = 1,5 \text{ часа.}$$

$S = v_p(t+6) = 7,5v_p \Rightarrow$ лодка движется от Верной до
Кемской за 7,5 часов. (Скорость лодки равна скорости ~~логги~~ ~~логги~~
переноса)

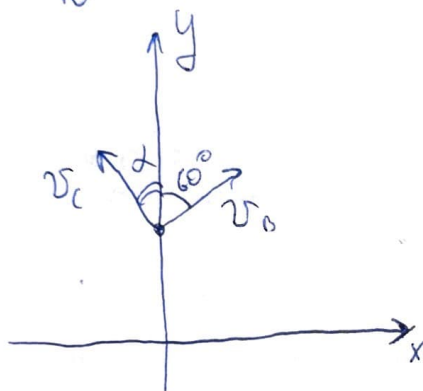
Ответ: за 7,5 часов.

Задача 2.

3



- Эскиз



v_c - скорость самолёта
 v_B - скорость ветра

Пусть скорость
самолёта направлена
под углом α к оси y .
Ось y - ось нос-хвост
Ось x - ось лев-прав

Скорость в проекции на ось x : $v_x = v_{Bx} + v_{cx} = 0$, т.к.
по условию самолёт летит в северном направлении $\Rightarrow$

$$\Rightarrow 0 = v_B \sin 60^\circ - v_c \sin \alpha \Rightarrow v_c \sin \alpha = v_B \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3} v_B}{2}$$

Скорость в проекции на ось y : $v_y = v_{By} + v_{cy} =$

$$= \frac{1000 \text{ км}}{22} = 500 \frac{\text{км}}{2} \Rightarrow \begin{cases} 500 = \frac{v_B}{2} + v_c \cos \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_c \sin \alpha = v_B \sin 60^\circ \Rightarrow \sin \alpha = \frac{v_B \sin 60^\circ}{v_c} = \end{cases}$$

$$= \frac{\sqrt{3} v_B}{2 v_c} \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{3 v_B^2}{4 v_c^2}}, \text{ подставим}$$

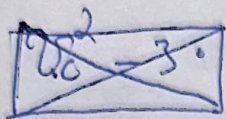
в первое уравнение, получим: $500 - \frac{v_B}{2} = v_c \cos \alpha =$

$$= v_c \sqrt{1 - \frac{3 v_B^2}{4 v_c^2}} = \sqrt{v_c^2 - \frac{3 v_B^2}{4}} = \boxed{500 - \frac{8 \frac{1}{2} \text{ км}}{2} = 500 - \frac{25 \text{ км}}{4} =}$$

$$= \boxed{\frac{3000 - 25 \text{ км}}{4} = \frac{2975 \text{ км}}{4} \Rightarrow v_c^2 - \frac{3 v_B^2}{4} = \frac{2975^2 \text{ км}^2}{36 \cdot 2^2}}$$

Задача 2 (продолжение)

Человек



$$\sqrt{v_c^2 - 3 \frac{v_B^2}{4}} = 500 - \frac{v_B}{2} = \frac{1000 - v_B}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_c^2 - \frac{3v_B^2}{4} = \frac{(1000 - v_B)^2}{4} \Rightarrow v_c^2 = \frac{(1000 - v_B)^2 + 3v_B^2}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_c = \frac{\sqrt{(1000 - v_B)^2 + 3v_B^2}}{2}; v_B = \frac{25}{3} \frac{M}{C} = \frac{25}{63} \cdot \frac{36}{10} \frac{KM}{2} =$$

$$= \frac{30}{15} \frac{KM}{2}, \text{ т.к. } 1 \frac{M}{C} = 3,6 \frac{KM}{2} \quad \text{Омента } v_c = \frac{\sqrt{(1000 - 15)^2 + 3 \cdot 15^2}}{4} =$$

$$= \frac{\sqrt{985^2 + 3 \cdot 225}}{4} = \frac{\sqrt{985^2 + 675}}{4} \frac{KM}{2} \approx \frac{\sqrt{970225 + 675}}{4} =$$

$$= \frac{\sqrt{970900}}{4} \frac{KM}{2} \approx \frac{985}{4} \frac{KM}{2} =$$

$$v_c = \frac{\sqrt{(1000 - 30)^2 + 3 \cdot 30^2}}{2} = \frac{\sqrt{943600}}{2} = \sqrt{235900} \frac{KM}{2} \approx$$

$$\approx \sqrt{236196} = 486 \frac{KM}{2} \quad (236196 \text{ ближе к } 235900 \text{ чем } 236196).$$

$$\text{Отв. } v_c = \sqrt{235900} \frac{KM}{2} \approx 486 \frac{KM}{2}.$$

Задача 3.

Честовен

Пусть ~~то~~ "ке" ролика - а МБ, скоростью
скачивания - $v \frac{\text{МБ}}{\text{с}}$. Когда скачалось 84 МБ

осталось скачивать 30 секунд, когда же осталось
скачивать 12 секунд, т.е. через $30 - 12 = 18$ секунд, скачалось

$$96 \text{ МБ} \Rightarrow v \cdot 18 = 96 \text{ МБ} - 84 \text{ МБ} = 12 \text{ МБ} \Rightarrow v = \frac{2}{3} \frac{\text{МБ}}{\text{с}}$$

При этом осталось загрузить с 96 МБ 12 секунд $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ ещё нужно загрузить $a_1 = v \cdot 12 \text{ сек} = 8 \text{ МБ}$. Тогда
"ке" всего ролика $a = 96 + 8 = 104 \text{ МБ}$, при этом

в этот момент времени часы деддера показывали
12:00:30. Время полной загрузки ролика $T = \frac{a}{v} =$

$$= \frac{104 \text{ МБ}}{\frac{2}{3} \frac{\text{МБ}}{\text{с}}} \cdot 3 \text{ к} = 52 \cdot 3 = 156 \text{ секунд. Значит, чтобы}$$

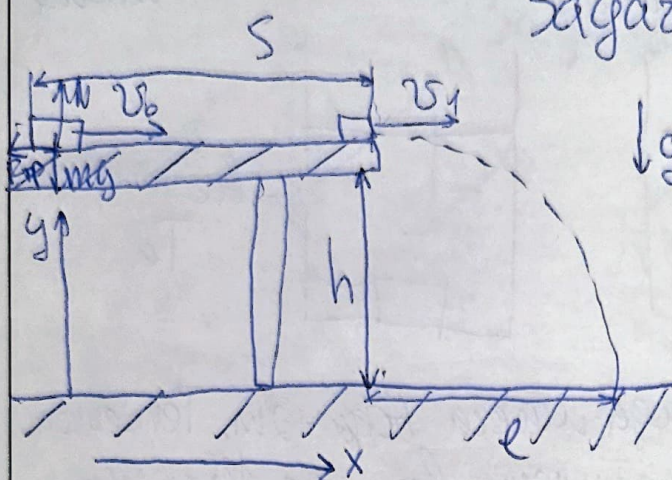
сказать ~~это~~ какое время показывали часы в момент
начала скачивания, нужно из 12:00:30 вычесть T .

Получим 11:57:54.

Ответ: 11:57:54.

Задача 4.

Чистовик



Начальная
скорость бруса $v_0 = 5 \frac{м}{с}$.

Длина стола $S = 2 м$,
его высота $h = 0,8 м$.

Скорость бруса перед

отрывом v_1 , искомое расстояние l . Масса бруса m .

Запишем ЗСЭ для бруса, когда он скользит по

столу: $\Delta E_{кин} + \Delta E_{пот} = -A_{вн}$, где $\Delta E_{кин}$ — изменение кинетической энергии бруса, $\Delta E_{пот}$ — изменение потенциальной энергии бруса, $A_{вн}$ — работа внешних сил в кинематическом смысле (трения). $\Delta E_{пот} = 0$, т.к. брусок всё время движется в горизонтальной плоскости. $\Delta E_{кин} = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$;

$A_{вн} = F_{тр} S$, где $F_{тр}$ — сила трения, действующая на брусок; $F_{тр} = \mu N = \mu mg$, т.к. $N = mg$, ~~ведь $b \Rightarrow$~~

$$\Rightarrow -\mu mg S = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow -\mu g S = \frac{v_1^2}{2} - \frac{v_0^2}{2} \Rightarrow$$

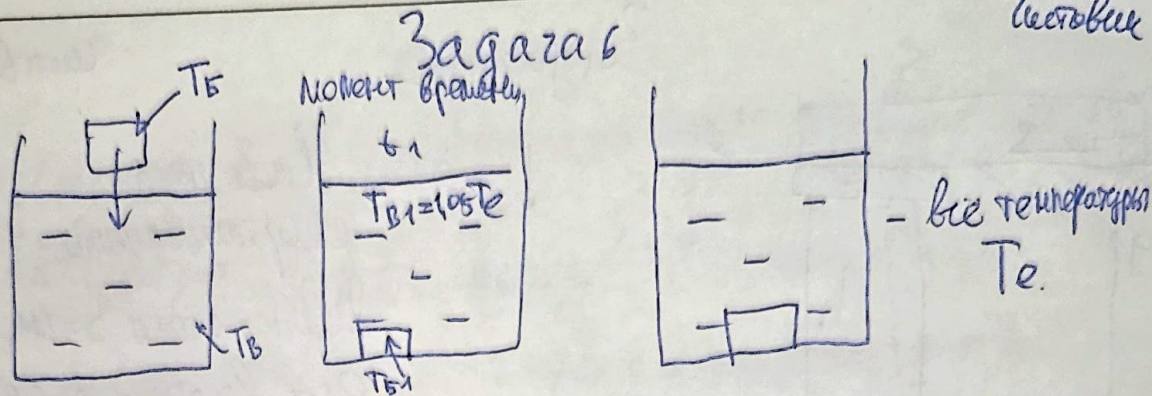
$$\Rightarrow v_1^2 = v_0^2 - 2\mu g S = 25 \frac{м^2}{с^2} - 2 \cdot 0,4 \cdot 10 \cdot 2 \frac{м^2}{с^2} = 9 \frac{м^2}{с^2} \Rightarrow v_1 = 3 \frac{м}{с}$$

Пусть время падения бруса t . Тогда $l = v_1 t$, т.к. $g \perp v_1$;

$$h = \frac{gt^2}{2}, \text{ т.к. } v_1 \perp \text{ оси } y \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow l = v_1 \sqrt{\frac{2h}{g}} =$$

$$= 3 \frac{м}{с} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 0,8 м}{10 \frac{м}{с^2}}} = 3 \frac{м}{с} \cdot \sqrt{0,16} с = 3 \cdot 0,4 м = 1,2 м.$$

Ответ: 1,2 м.



Масса бруска - m , тогда масса воды - $2m$. Теплоемкость металла - C , тогда теплоемкость воды - $4.5C$. Начальная температура бруска - T_B , воды - T_B . $T_B > T_e$.

~~$Q_B + Q_{B1} = 0$~~ ; $Q_{B1} + Q_{B1} = Q_{B2} + Q_{B2}$ - закон сохранения энергии.

Q_{B1} - энергия бруска в нач. момент времени

Q_{B2} - энергия бруска в кон. момент времени,

где Q_{B1} и Q_{B2} одинаковы. $Q_{B1} = C m T_B$; $Q_{B2} = C m T_e$;

$Q_{B1} = 4.5C \cdot 2m \cdot T_B$; $Q_{B2} = 4.5C \cdot 2m \cdot T_e$.

$C m T_B + 9 C m T_B = C m T_e + 9 C m T_e \Rightarrow T_B + 9 T_B = 10 T_e$.

Температура бруска в момент времени t_1 - T_{B1} .

$Q_{B1} = 4.5C \cdot 2m \cdot 1.05 T_e$; $Q_{B1} = C m \cdot T_{B1}$, при этом

$Q_{B1} + Q_{B1} = Q_{B1} + Q_{B2}$

$1.05 T_e \cdot 9 C m + C m T_{B1} = C m T_e + 9 C m T_e \Rightarrow$

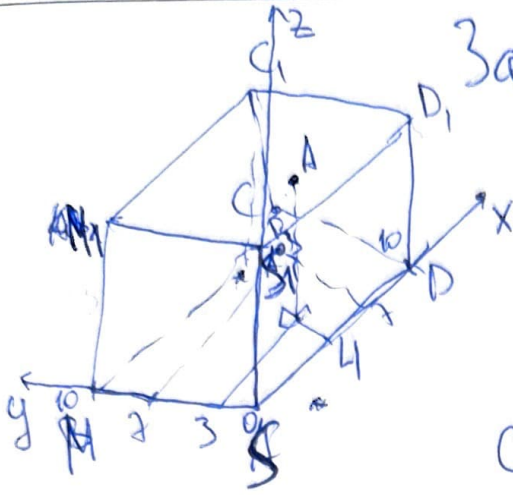
$\Rightarrow 1.05 T_e \cdot 9 + T_{B1} = 10 T_e \Rightarrow T_{B1} = 0.55 \cdot 10 T_e - 9 \cdot 1.05 T_e =$

$= 0.55 T_e \Rightarrow \Delta T = T_e - T_{B1} = 0.45 T_e \Rightarrow T_{B1}$ меньше T_e

на 45 процентов.

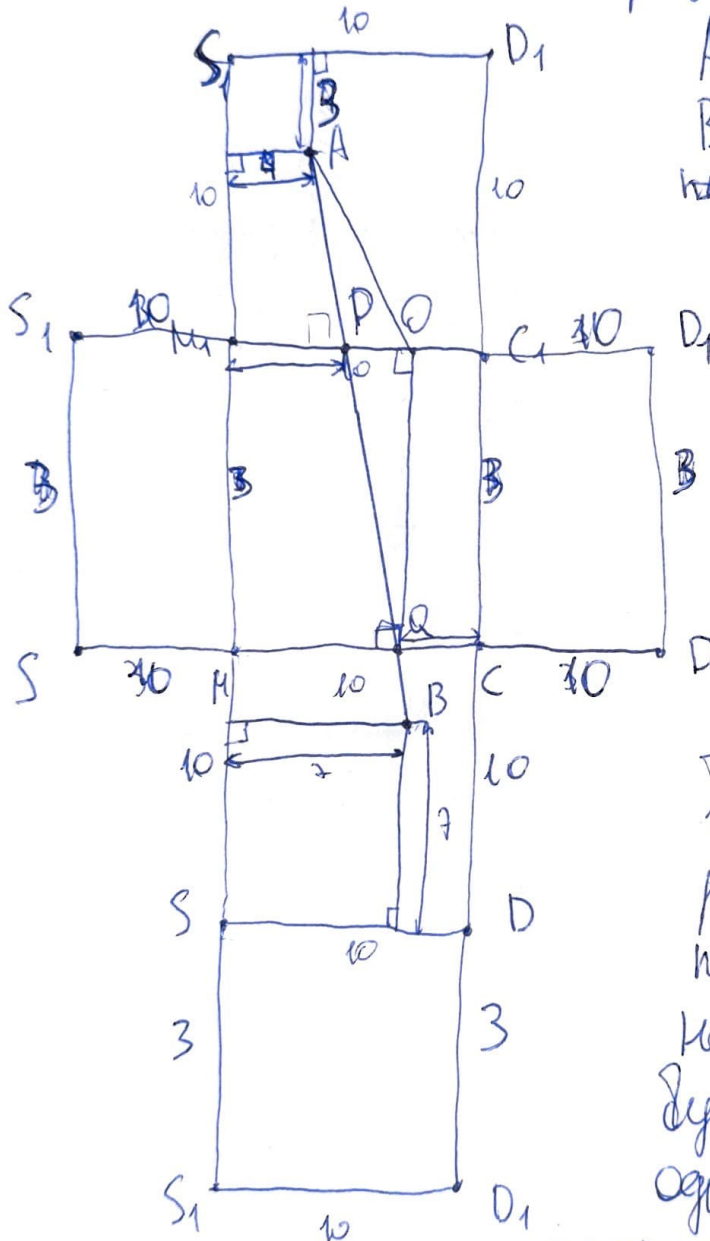
Ответ: на 45 процентов.

Задача 5.



Заметим, что ось x и y лотко поменялись местами, однако колесика будет точно такой же.

Сделаем развёртку колесика.



$A \in (S_1 M_1 C D)$

$B \in (S M C D)$

~~находим~~

Длины рёбер

подпишем около их самих.

Добавим из точки A в точку

B лотко 2 мм

вершинами:

так, как показано на чертеже, и пересечём рёбра $S_1 D_1$ (почти вверх) и почти придем в B ,

но время на них будет затрачено одинаково, т.к. будут

преддены одинаковые

расстояния по колесу или по стеклу и по стеклу.

Отрезки AD и QB чашка преодолеет со скоростью 1 м/мин, т.к. это поменяли на соответствующее, отрезки DQ ось преодолеет со скоростью 2 м/мин, т.к. это стек по стеклу.

Задача 5 (продолжение)

Частовик

Заявление по горизонтали между А и В - 4 метра,
по вертикали - 10 метров. Значит условия коэф - $\frac{4}{10}$.

Заявление может перемещаться по стене только
вертикально $\Rightarrow$ ОQ - её путь по вертикальной стене,
при этом всё вышесказанное остаётся верным; (про
2 маршрута. $T_{OQ} = \frac{OQ}{\frac{2M}{мин}} = \frac{3M}{\frac{2M}{мин}} = 1,5$ мин. При этом

Умнее всего нужно преодолеть 3 метра по горизонтали
и 10 метров по вертикали между точками А и В.

$$\text{Значит её путь } S_1 = \sqrt{4^2 + 10^2} = \sqrt{16 + 100} = \sqrt{116} =$$

$$= \sqrt{3^2 + 10^2} = \sqrt{109} \text{ м} \Rightarrow T_1 = \frac{S_1}{\frac{1M}{мин}} = \sqrt{109} \text{ мин} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{общее время } T = T_1 + T_{OQ} = \sqrt{109} + 1,5 \text{ мин} \approx 10,4 + 1,5 =$$

$$= 11,9 \text{ мин} (10,4^2 \text{ ближе к } 10,5^2)$$

Ответ: $T = \sqrt{109} + 1,5 \text{ мин} \approx 11,9 \text{ мин}$.

P.S. Я начал решать до того, как одевались, что прыжки
скакалки по стене вертикально.

Черковен

$$\frac{25}{6} \cdot \frac{36}{10} = 2,5 \cdot 6 = 15 \frac{1}{2}$$

$$(1000-15)^2 = 1000000 - 2 \cdot 15 \cdot 1000 + 225 = 1000000 - 30000 + 225 = 970000 + 225 = 970225$$

$$225 \cdot 4 = 900$$

$$\begin{array}{r} 225 \\ + 675 \\ \hline 900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 225 \\ \times 4 \\ \hline 900 \end{array}$$

$$970900$$

$$985 \frac{1}{2}$$

$$(1000-30)^2 = 1000000 - 60000 + 900 = 940900 + 3 \cdot 900 =$$

$$= 940900 + 2700 = 943600$$

$$970 : 2 =$$

$$= 485 + 35 = 485$$

$$\begin{array}{r} 943600 \overline{) 4} \\ \underline{8} \\ 14 \\ \underline{12} \\ 23 \\ \underline{20} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 20 \end{array}$$

$$(500-15)^2 = 250000 - 15000 +$$

$$+ 225 = 235225$$

$$(500-14)^2 = 250000 - 14000 + 196 =$$

$$= 236000 + 196 = 236196$$

$$30 - 156 =$$

$$= -126$$

$$235900 \nearrow + 225$$

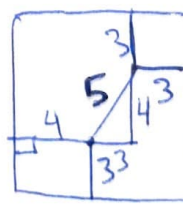
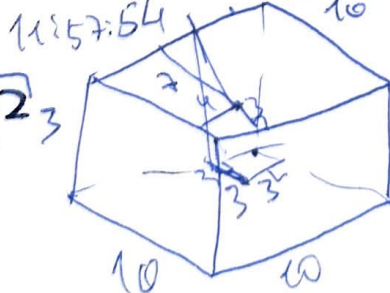
$$\begin{array}{r} 943600 \overline{) 4} \\ \underline{8} \\ 14 \\ \underline{12} \\ 23 \\ \underline{20} \\ 36 \\ \underline{36} \\ 0 \end{array}$$

$$11:58:00 \rightarrow 12:00:30$$

$$2 \cdot 0,4 \cdot 10 \cdot 2 = 16$$

$$150000$$

$$\frac{2 \cdot 0,8}{10} = \frac{1,6}{10} = 0,16$$



$$10,5^2 = 110,25$$

$$10,4$$

$$(100+4)^2 = 10000 + 800 + 16 = 10816$$

