0 174974 630003

17-49-74-63
(5.1)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 1

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Андросова Ильи Алексеевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Сдал работу 13.47

Дата

«14» февраля 2025 года

Подпись участника

Черновик. Страница 6

$$\frac{1260\cdot114-1000\cdot140}{260}\Big|:20=\frac{63\cdot114-50\cdot140}{13}=\frac{6840+342-7000}{13}=\frac{342-160}{13}=\frac{182}{13}=14\text{ мм}$$

$$\rho_0=\frac{\rho}{2}+\frac{\cancel{\alpha}ml_2}{400a^3l_1}=500\text{ кг/м}^3+\frac{0{,}7\cdot10}{400\cdot(0{,}01)^3\cdot50}\text{ кг/м}^3=500+\frac{0{,}7}{400\cdot10^{-6}\cdot5}=$$

$$=500+\frac{7}{2000\cdot10^{-5}}=500+\frac{7}{2\cdot10^{-2}}=500+\frac{700}{2}=500+350=850\text{ кг/м}^3$$

$$0{,}8\eta_2=0{,}8\cdot\frac{35}{4}\cdot\frac{4200\cdot2\cdot40+400\cdot600}{4200\cdot2\cdot40}=\frac{4}{5}\cdot\frac{7}{4}\cdot\frac{420\cdot2\cdot400+400\cdot600}{4200\cdot2\cdot40}=$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{400(840+600)}{4200\cdot2\cdot40}=\frac{5\cdot1440}{2\cdot4200}=\frac{5\cdot12\cdot12}{2\cdot7\cdot5\cdot7}=\frac{30}{35}=\frac{6}{7}$$

$1{,}0 : 7 = 0{,}14285\ldots$, $1-0{,}14285=0{,}8571428571428\ldots\approx85{,}7\%$

$6{,}0 : 7 = 0{,}8571428$

$$\frac{125}{32}\cdot\cancel{0{,}01\cdot10}\cdot\frac{10\cdot0{,}1^2}{(10\cdot0{,}1-5\cdot0{,}01\cdot10)^2}=\frac{125}{32}\cdot\frac{0{,}01}{(1-0{,}5)^2}=\frac{125\cdot0{,}01}{32\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}=\frac{1{,}25}{8}=0{,}15625$$

$$\Delta x=\frac{5\cdot0{,}01\cdot10\cdot0{,}1}{10\cdot0{,}1-5\cdot0{,}01\cdot10}=\frac{0{,}5\cdot0{,}1}{1-0{,}5}=0{,}1;\quad \cancel{5mg}\ 5mv^2=k\Delta x^2$$

$$\cancel{8}\cdot m\cdot\frac{16}{25}\cdot2gH_{min}=k\cdot\Delta x^2$$

$$\frac{32}{5}\cdot\cancel{0{,}01}\cdot10\cdot H_{min}=\cancel{10\cdot0{,}01\cdot0{,}01}\ 10\cdot0{,}1\cdot0{,}1\Rightarrow H_{min}=\frac{5}{32}\text{ м}=$$

$=0{,}15625$ м

$$850\cdot400\cdot(0{,}01)^3\cdot\cancel{10}-1000\cdot\cancel{10}\cdot200\cdot(0{,}01)^3=T_1=T_2\cdot\frac{l_2}{l_1}=mg\cdot\frac{l_2}{l_1}=0{,}7\cdot10\cdot\frac{1}{5}$$

$$(850\cdot400-1000\cdot200)\cdot0{,}01^3=0{,}7\cdot\frac{1}{5}\ \Big|\cdot10^3$$

$$(340000-200000)\cdot0{,}1^3=700\cdot\frac{1}{5}$$

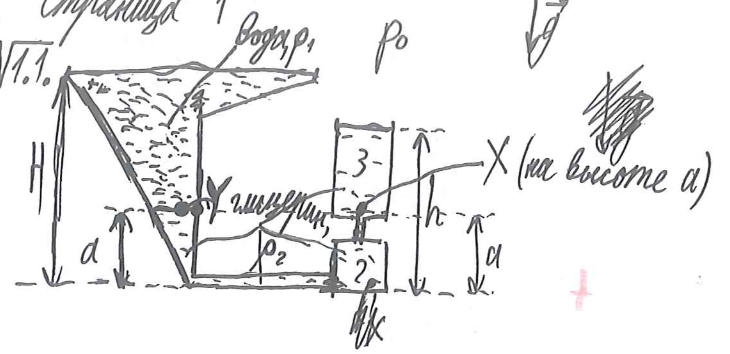
$140=140$

17-49-74-63 (5.1)

1	20
2	20
3	20
4	20
5	20
Σ	100

Чистовик. Страница 1

№1.1.



Дано: $\rho_1=1000$ кг/м^3 (вода)
$\rho_2=1260$ кг/м^3 (глицерин)
$h=114$ мм; $H=140$ мм

Найти: $a=?$

Решение: Пусть атмосферное давление равно p_0. ~~Посколь~~ Жидкость в равновесии, а значит, поскольку жидкость ~~тем~~ не прерывается, на одном уровне одной жидкости одно и то же давление. Запишем, чему равно давление ~~в~~ на границе воды и глицерина со стороны воды (p_1) и со стороны глицерина (p_2). Заметим, что поскольку ~~жидкость~~ жидкость в равновесии, $p_1=p_2$, иначе граница начала бы сдвигаться, и хотя бы одна из жидкостей вылилась бы.

$p_1=p_0+\rho_1g(H-a)$, где g — ускорение свободного падения.

$p_2=p_0+\rho_2g(h-a)$ (потому что $p_Y=p_X$ (на одном уровне), $p_X=p_0+\rho_2g(h-a)$)

$p_1=p_2\Rightarrow p_0+\rho_1g(H-a)=p_0+\rho_2g(h-a)\quad|:g$

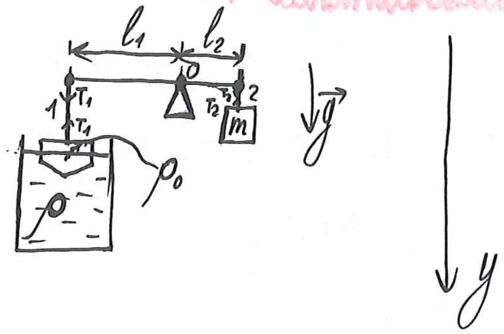
$\rho_1(H-a)=\rho_2(h-a)\Rightarrow\rho_1H-\rho_1a=\rho_2h-\rho_2a\Rightarrow(\rho_2-\rho_1)a=\rho_2h-\rho_1H$

$$a=\frac{\rho_2h-\rho_1H}{\rho_2-\rho_1}=\frac{1260\cdot114-1000\cdot140}{1260-1000}\text{ мм}=14\text{ мм}$$

Ответ: 14 мм

20 б задача решена
ВБП Балашинский

№1.2.



Дано: $m=700$ г $=0{,}7$ кг
$\rho=1000$ кг/м^3
$a=1$ см $=0{,}01$ м
$d=10a$
$l_1=50$ см $=0{,}5$ м
$l_2=10$ см $=0{,}1$ м

Найти: $\rho_0=?$

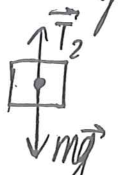
Решение: Рассмотрим равновесие рычага. Поскольку он в состоянии покоя, сумма моментов сил относительно точки O равна нулю. Примем за положительное направление против часовой стрелки. Пусть T_1 — сила натяжения нити 1, а T_2 — ~~со стороны~~ нити 2. На рычаг помимо силы реакции в точке O (которая имеет нулевой момент) действуют

Чистовик. Страница 2

№1.2. Продолжение

силы T_1 и T_2, направленные вниз. Тогда запишем сумму моментов сил: $0 = T_1 l_1 - T_2 l_2 \Rightarrow T_1 l_1 = T_2 l_2$ (1)

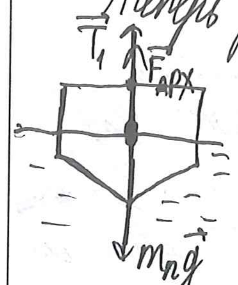
Теперь рассмотрим силы, действующие на груз:



Груз в равновесии, а значит, его ускорение равно нулю. Запишем второй закон Ньютона для груза в проекции на ось y (поскольку $a=0$, $a_y=0$ тоже):

$ma_y = mg - T_2 \Rightarrow 0 = mg - T_2 \Rightarrow T_2 = mg$ (2).

Теперь рассмотрим силы, действующие на поплавок:



$m_п$ — масса поплавка, $F_{АРХ}$ — сила Архимеда. Поплавок в покое $\Rightarrow$ его проекция ускорения на y равна $a_{пy}=0$. Запишем второй закон Ньютона в проекции на ось y:

$m_п a_{пy} = m_п g - T_1 - F_{АРХ} \Rightarrow 0 = m_п g - T_1 - F_{АРХ}$ (3), определим $m_п$ и $F_{АРХ}$. Для определения $m_п$ нужно найти ~~об~~ полный объём поплавка V_0:

$V_0 = d\cdot(3a\cdot 10a + \frac{1}{2}\cdot 10a\cdot 2a) = d\cdot(30a^2 + 10a^2) = 40a^2 d = 40a^2\cdot 10a = 400a^3$

$m_п = \rho_0 V_0 = 400\rho_0 a^3$

Для определения $F_{АРХ}$ определим объём погруженного $V_{погр}$:

$V_{погр} = d\cdot(a\cdot 10a + \frac{1}{2}\cdot 10a\cdot 2a) = d\cdot 20a^2 = \cancel{20a^2 d}\ 20a^2\cdot 10a = 200a^3$

$F_{АРХ} = \rho g V_{погр} = 200\rho g a^3$

Подставим $m_п$ и $F_{АРХ}$ в уравнение (3):

$\cancel{0 = 400\rho_0 g a}$ $0 = 400\rho_0 a^3\cdot g - T_1 - 200\rho g a^3 \Rightarrow T_1 = 200(2\rho_0 - \rho)ga^3$ (4)

Подставим в уравнение (1) T_2 из (2) и T_1 из (4):

$200(2\rho_0 - \rho)ga^3\cdot l_1 = mg\cdot l_2$

$200(2\rho_0 - \rho)a^3 l_1 = ml_2 \Rightarrow 2\rho_0 - \rho = \frac{ml_2}{200a^3 l_1} \Rightarrow \rho_0 = \frac{\rho}{2} + \frac{ml_2}{400a^3 l_1} =$

$= 850$ кг/м^3

Ответ: 850 кг/м^3

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

17-49-74-63
(5.1)

Чистовик. Страница 3.

№1.3.

Дано: $m = 2$ кг

$t_0 = 20\,°C$

$t_1 = 60\,°C$; $\tau_1 = 2{,}5$ мин $= 150$ с

$\tau_2 = 10$ мин $= 600$ с; $P_2 = 2P_1$

$\tau_3 = 2$ мин $= 120$ с; $t_{100} = 100\,°C$

$q = 400$ Дж/с; $c = 4200\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot °C}$

$\eta_1 = 80\% = 0{,}8$

Найти: $\eta_2 = ?$

Решение: ~~Выра~~ Запишем уравнение нагрева с t_0 до температуры t_1:

$$\eta_1 P_1 \cdot \tau_1 = cm(t_1 - t_0) \quad (1)$$

Определим, до какой температуры t_2 охладилась вода, пока не начали греть воду во втором чайнике:

$$-q \cdot \tau_2 = cm(t_2 - t_1) \Rightarrow q\tau_2 = cm(t_1 - t_2),\ t_2 = t_1 - \frac{q\tau_2}{cm}$$

Запишем уравнение нагрева воды с t_2 до температуры t_{100}:

$$\eta_2 P_2 \cdot \tau_3 = cm(t_{100} - t_2) \Rightarrow 2\eta_2 P_1 \cdot \tau_3 = cm\left(t_{100} - t_1 + \frac{q\tau_2}{cm}\right) \quad (2)$$

Поделим уравнение (2) на (1)

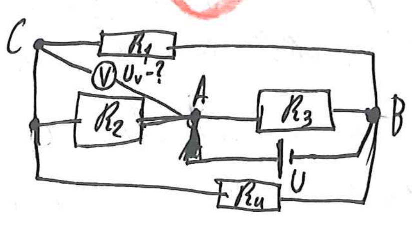
$$\frac{2\eta_2\tau_3}{\eta_1\tau_1} = \frac{t_{100} - t_1 + \frac{q\tau_2}{cm}}{t_1 - t_0} \Rightarrow \eta_2 = \eta_1 \cdot \frac{\tau_1}{2\tau_3} \cdot \frac{cm(t_{100} - t_1) + q\tau_2}{cm(t_1 - t_0)} = \frac{6}{7} \approx$$

$\approx 85{,}7\%$

Ответ: $\eta_2 = \frac{6}{7} \approx 85{,}7\%$

20

№1.4.



Дано: $R_1 = R$, $R_2 = 1{,}25R = \frac{5}{4}R$

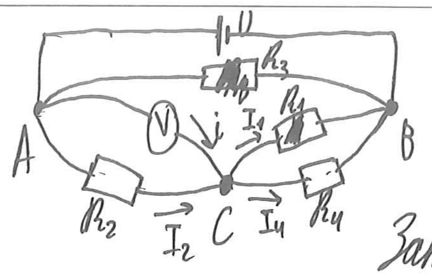
$R_3 = R_4 = 3R$

$U = 32$ В

Найти: $U_V = ?$

Решение: Нарисуем эквивалентную схему (но на следующей странице, здесь мало места):

Чистовик. страница 4.



Поскольку вольтметр идеальный, $i=0$.
Запишем первое правило Кирхгофа для узла C: $I_2+i=I_1+I_4 \Rightarrow I_2=I_1+I_4$ (1)

Запишем второе правило Кирхгофа для контура BC(B): $I_1R_1-I_4R_4=0 \Rightarrow I_1R_1=I_4R_4 \Rightarrow I_1R=I_4\cdot 3R \Rightarrow$
$\Rightarrow I_1=3I_4$ (2)

Подставим из (2) I_1 в уравнение (1):
$I_2=I_4+3I_4=4I_4$ (3), и запишем второе правило Кирхгофа для ~~контура~~ контура ACB(A): $U-I_2R_2-I_4R_4=0 \Rightarrow U=I_2R_2+I_4R_4=I_2\cdot\frac{5}{4}R+I_4\cdot 3R$, из (3) $I_2=4I_4 \Rightarrow U=4I_4\cdot\frac{5}{4}R+I_4\cdot 3R=$
$=8I_4R \Rightarrow I_4=\frac{U}{8R}$, $I_2=4I_4=\frac{U}{2R}$

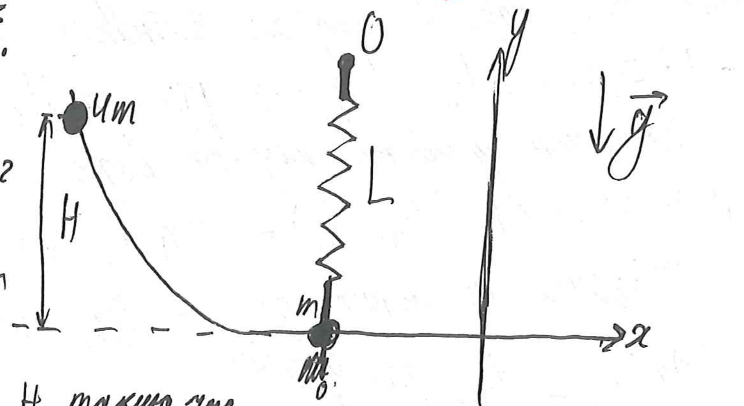
$U_V=I_2R_2=\frac{U}{2R}\cdot\frac{5}{4}R=\frac{5}{8}U=\frac{5}{8}\cdot 32\ В=20\ В$

Ответ: 20 В

№1.5.

Дано:
$m_1=4m$, $m_2=m$
$m=0{,}01$ кг, $g=10$ м/с^2
$k=10$ Н/м, $L=0{,}1$ м

Найти: $H_{min}=?$



Решение: Пока рассмотрим ~~произвольную~~ H, такую, что $H\geq H_{min}$. Тогда скорость бусинки массой 4m сразу перед ударом равна v_0. Запишем ЗСЭ для тяжёлой бусинки до столкновения (трения нет, до столкновения энергия сохраняется): $4m\cdot gH=\frac{4mv_0^2}{2} \Rightarrow v_0^2=2gH \Rightarrow v_0=\sqrt{2gH}$. (1)
Теперь рассмотрим само столкновение. Внешние силы для системы "две бусинки" имеют нулевую проекцию на ось x, а значит, импульс в проекции на ось x сохраняется. Запишем ЗСИ в проекции на ось x: $4mv_0=(4m+m)v$, где v — скорость сразу после удара. $4mv_0=5mv \Rightarrow v=\frac{4}{5}v_0=\frac{4}{5}\sqrt{2gH}$. (2)

Теперь рассмотрим момент, когда сила давления на стержень равна нулю. Пусть это произошло при координате x, тогда удлине-

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

17-49-74-63 (5.1)

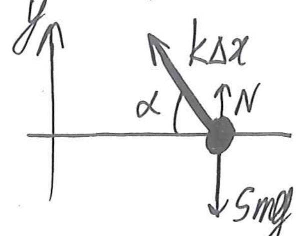
Чистовик Страница 5.

№1.5. Продолжение

ние пружины равно $\Delta x = \sqrt{L^2+x^2} - L$. Запишем ЗСЭ для движения после удара:

$$\frac{5mv^2}{2} = \frac{5m(v')^2}{2} + \frac{k\Delta x^2}{2} \quad (3)$$

v' - скорость в этот момент. ~~Заметим~~ Рассмотрим силы в этот момент времени:



$tg\alpha = \frac{L}{x}$, $N = 0$. Поскольку вдоль y движения нет, $a_y = 0$ (проекция на ось y ускорения). Запишем второй закон Ньютона в проекции на ось y: $5ma_y = k\Delta x\sin\alpha - 5mg + N$

$0 = k\Delta x\sin\alpha - 5mg \Rightarrow 5mg = k\Delta x\sin\alpha$, (4) ~~Δx зависит от x, sinα~~

Можно заметить, что Δx от H не зависит. Вернёмся к уравнению (3). $\frac{k\Delta x^2}{2}$ от H не зависит, но чем меньше H, тем меньше v => чем меньше H, тем меньше v'. Если $H = H_{min}$, то v' уменьшается до 0 => $\frac{5mv^2}{2} = \frac{k\Delta x^2}{2}$ при $H = H_{min}$,

$v^2 = \left(\frac{4}{5}\sqrt{2gH_{min}}\right)^2 = \frac{16}{25}\cdot 2gH_{min} = \frac{32}{25}gH_{min} \Rightarrow k\Delta x^2 = 5m\cdot\frac{32}{25}gH_{min} = \frac{32}{5}mgH_{min} \Rightarrow H_{min} = \frac{5k\Delta x^2}{32mg}$ (5). ~~Определим x и~~ Выразим Δx.

Но сначала определим $\sin\alpha$: $\sin\alpha = \frac{L}{\sqrt{L^2+x^2}}$

Из уравнения (4) $5mg = k\Delta x\cdot\sin\alpha \Rightarrow 5mg = k\cdot\left(\sqrt{L^2+x^2} - L\right)\cdot\frac{L}{\sqrt{L^2+x^2}} = kL\left(1 - \frac{L}{\sqrt{L^2+x^2}}\right) \Rightarrow 1 - \frac{L}{\sqrt{L^2+x^2}} = \frac{5mg}{kL} \Rightarrow \frac{L}{\sqrt{L^2+x^2}} = 1 - \frac{5mg}{kL} \Rightarrow \sqrt{L^2+x^2} = \frac{L}{1-\frac{5mg}{kL}} = \frac{kL^2}{kL-5mg}$

$\Delta x = \sqrt{L^2+x^2} - L = L\left(\frac{kL}{kL-5mg} - 1\right) = L\cdot\frac{kL-kL+5mg}{kL-5mg} = \frac{5mgL}{kL-5mg}$

$H_{min} = \frac{5k\Delta x^2}{32mg} = \frac{5k}{32mg}\cdot\frac{25(mg)^2L^2}{(kL-5mg)^2} = \frac{125}{32}mg\cdot\frac{kL^2}{(kL-5mg)^2} = 15,625$ см

Ответ: $H_{min} = 15,625$ см $= 0,15625$ м $\left(= \frac{5}{32}\text{ м}\right)$