

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант № 1

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Василисина Александра Алексеевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Сдал 15 - 20 Фг -

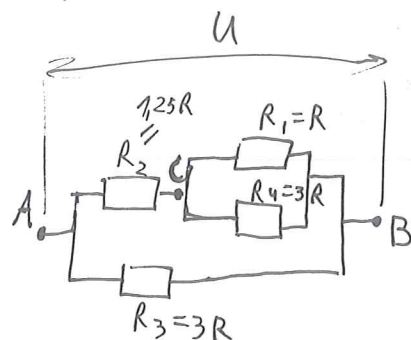
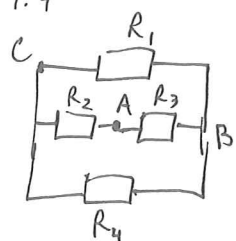
Дата
« 14 » февраля 2025 года

Подпись участника
Вас

ЧЕРНОВИК

Лист 1

№ 1.4



$$R_{14} = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_1 + R_4} = \frac{3R^2}{4R} = 0,75R$$

$$\frac{1}{R_{14}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{R} + \frac{1}{3R} = \frac{4}{3R}$$

 $U_2 = ?$

$$U_2 = I_2 R_2 = 1,25 R I_2$$

$$R_{124} = 2R$$

$$U_2 + U_{14} = U$$

$$I_2 = I_1 + I_4 = I_{14}$$

$$U_2 = U - U_{14} \quad (*)$$

$$U_{14} = I_{14} R_{14} = I_2 \cdot 0,75R$$

$$(*) \quad U - I_2 \cdot 0,75R = 2R I_2 - 0,75R I_2 = 1,25 R I_2$$

$$\begin{array}{r} 126 \\ \times 114 \\ \hline 1504 \\ 1260 \\ \hline 14364 \end{array}$$

$$\frac{364}{260} = \frac{364}{26 \cdot 1000}$$

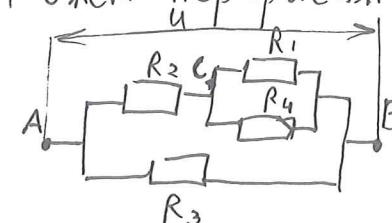
$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 26 \\ 14 \\ \hline 104 \\ 26 \\ \hline 364 \end{array}$$

ЧИСТОВИК

Стр. 1

№ 1.4

Можем перерисовать схему в следующем виде:



Пусть I_1, I_2, I_3, I_4 — сила тока в резисторах с сопротивлениями R_1, R_2, R_3, R_4 соответственно.

Пусть U_1, U_2, U_3, U_4 — напряжения на резисторах с сопротивлениями R_1, R_2, R_3, R_4 соответственно.

Необходимо найти U_2 (сопротивл. между кл. А и С) +
Общее сопротив. резисторов R_1 и R_4 равно $R_{14} = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_1 + R_4} = 0,75R$ (подкл. параллельно)

Общее сопротив. R_1, R_2 и R_4 равно $R_{124} = R_{14} + R_2 = 2R$ +
(R_2 и R_{14} — послед. подкл.)

Тогда можем выразить $U = R_{124} \cdot I_{124} = R_{124} \cdot I_2 = 2R I_2$ (*)
($U_{124} = U_3 = U$, т.к. по подкл. паралл.) (общий ток I_{124} равен току через R_2) $\rightarrow I_2 = I_{14} = I_{124}$
(и равен току через R_{14} (послед. подкл.)

т.е. резисторы R_2 и R_{14} подключены последов.: $U_2 + U_{14} = U$,
где U_{14} — напряжение на R_{14} . $U_{14} = R_{14} I_{14} = 0,75R \cdot I_2$

$$U_2 = U - U_{14} = 2R I_2 - 0,75R I_2 = 1,25 R I_2$$

$$\text{из } (*) \text{ выразим } R I_2 = \frac{U}{2} \text{ и подставим } U_2 = 1,25 \cdot \frac{U}{2} =$$

$$= 1,25 \cdot \frac{32 \text{ В}}{2} = 20 \text{ В}$$

Верно

Ответ: $U_2 = 20 \text{ В}$

(В решении я часто пользовался законом Ома, который в общем виде выглядит так: $I = \frac{U}{R}$)

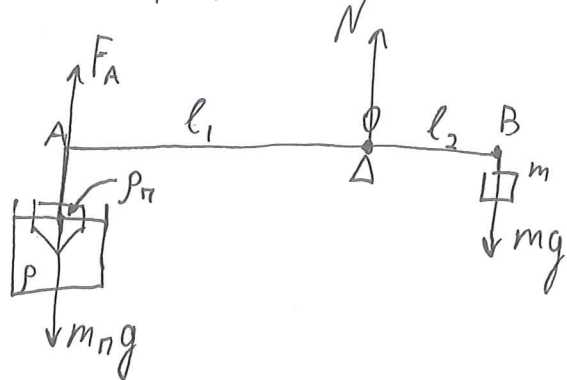
(**) Здесь и далее мы считаем, что два резистора R_1 и R_4 заменили на один резистор R_{14} с эквивалентным сопротивл.

Чистовик стр. 2

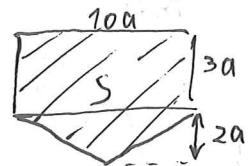
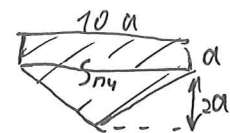
№ 1.2

$$\begin{aligned} \text{СИ: } l_1 &= 0,5 \text{ м} \\ l_2 &= 0,1 \text{ м} \\ a &= 0,01 \text{ м} \\ m &= 0,7 \text{ кг} \\ \rho &= 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \end{aligned}$$

Сделаем рисунок сил:



Пусть V — объём всего поплавка, $V_{\text{пч}}$ — объём погружённой части поплавка, $m_{\text{п}}$ — масса поплавка, $\rho_{\text{п}}$ — его плотность, которую просят найти, $h = 10a$ — длина поплавка в направлении, перпендикулярном плоскости рисунка, S — площадь всего профиля п., $S_{\text{пч}}$ — площадь профиля погружённой части ~~профиля~~ поплавка.

Найдём S :Найдём $S_{\text{пч}}$:

$$S_{\text{пч}} = 10a^2 + 10a^2 = 20a^2$$

$$\text{Тогда } V_{\text{пч}} = S_{\text{пч}} \cdot h = 200a^3$$

$$S = 30a^2 + 10a^2 = 40a^2$$

$$\text{Тогда } V = S \cdot h = 400a^3$$

Сила Архимеда, действующая на поплавок равна

$$F_A = V_{\text{пч}} \rho g = 200a^3 \rho g$$

Сила тяжести на поплавок $m_{\text{п}}g = V_{\text{пч}} \rho_{\text{п}}g = 400a^3 \rho_{\text{п}}g$

Запишем правило моментов относительно точки O для стержня AB.

$$mg l_2 + F_A l_1 = m_{\text{п}}g l_1$$

$$mg l_2 + 200a^3 \rho g l_1 = 400a^3 \rho_{\text{п}}g l_1$$

$$\rho_{\text{п}} = \frac{m l_2 + 200a^3 \rho l_1}{400a^3 l_1} = \frac{0,7 \text{ кг} \cdot 0,1 \text{ м} + 200 \cdot 0,000001 \text{ м}^3 \cdot 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0,5 \text{ м}}{400 \cdot 0,000001 \text{ м}^3 \cdot 0,5 \text{ м}} =$$

$$= 850 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

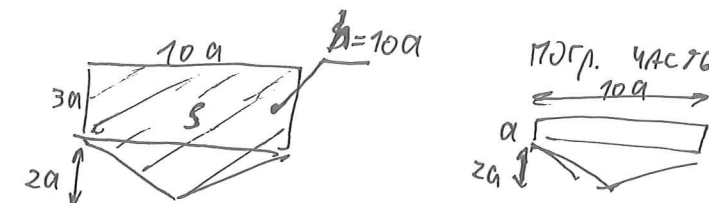
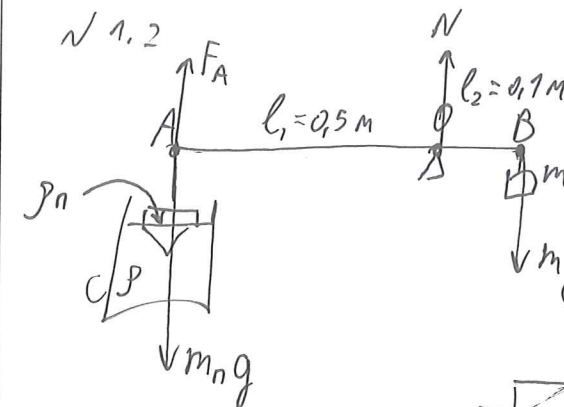
$$\text{Ответ: } \rho_{\text{п}} = 850 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Черновик

Лист 2

$$\begin{aligned} m &= 0,7 \text{ кг} \\ \rho &= 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \end{aligned}$$

$$a = 0,01 \text{ м}$$



$$S = 30a^2 + 10a^2 = 40a^2$$

$$V = S \cdot h = 400a^3$$

$$S_{\text{пч}} = 10a^2 + 10a^2 = 20a^2$$

$$V_{\text{пч}} = S_{\text{пч}} \cdot h = 200a^3$$

$$m_{\text{п}}g = V_{\text{пч}} \rho_{\text{п}}g = 400a^3 \rho_{\text{п}}g$$

$$F_A = \rho V_{\text{пч}} \cdot g = \rho \cdot 200a^3 g$$

Правило моментов. т. О.:

$$l_2 mg + 200 \rho a^3 g \cdot l_1 = 400 a^3 \rho_{\text{п}} g l_1$$

$$\frac{0,07 + 100 \cdot 0,001}{200 \cdot 0,000001} = \frac{0,17}{0,0002} = \frac{1700}{2} = 850$$

$$4200 \cdot 2 \cdot 40 + 600 \cdot 400 = 576000$$

$$\begin{array}{r} 4200 \\ \times 80 \\ \hline 336000 \end{array}$$

$$150 \cdot 0,8 = 120$$

$$\frac{576}{2 \cdot 42 \cdot 2 \cdot 4} = \frac{288}{42 \cdot 2 \cdot 4} = \frac{144}{42 \cdot 4} =$$

$$= \frac{36}{42} = \frac{6}{7}$$

$$\frac{120 \cdot 576000}{2 \cdot 4200 \cdot 120 \cdot 2 \cdot 4} =$$

$$2 \cdot 42 \cdot 2 \cdot 4 = 42 \cdot 16$$

$$\begin{array}{r} 6,0 \overline{) 56} \quad 1,7 \\ 56 \quad 10,857 \\ \hline 40 \\ 35 \\ \hline 49 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6,0 \overline{) 56} \\ 56 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \overline{) 4} \\ 124 \quad 136 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 42 \\ \hline 32 \\ 64 \\ \hline 672 \end{array}$$

ЧЕРНОВИК

Лист 3

ВОДА $m=2\text{ кг}$
 $t_0=20^\circ\text{C}$
 $\tau_1=2,5\text{ мин}$
 $t_1=60^\circ\text{C}$
 $\tau_2=10\text{ мин}$
 $q=400\frac{\text{Дж}}{\text{с}}$
 $\tau_3=2\text{ мин}$
 $t_2=100^\circ\text{C}$
 $\tau_3=2\text{ мин}=120\text{ с}$

$$\tau_1=2,5\text{ мин}=150\text{ с}$$

$$Q_1 = c_m m \Delta t = c_m m (t_1 - t_0)$$

$$\eta_1=0,8$$

$$N_2=2N_1$$

$$Q_1 = \eta_1 Q_{31} \quad Q_{31} = \frac{Q_1}{\eta_1}$$

$$N_1 = \frac{Q_{31}}{\tau_1} = \frac{Q_1}{\eta_1 \tau_1} = \frac{c_m m (t_1 - t_0)}{\eta_1 \tau_1}$$

$$N_2 = 2 \frac{c_m m (t_1 - t_0)}{\eta_1 \tau_1}$$

$$Q_{32} = N_2 \tau_2$$

$$Q_2 = \eta_2 Q_{32} = \eta_2 N_2 \tau_2 =$$

$$Q_n = \tau_2 q$$

$$p = \rho h g$$

$$1260 \cdot 0,114$$

$$126 \cdot 1,14$$

$$\begin{array}{r} 126 \\ \times 1,14 \\ \hline 504 \\ 126 \\ \hline 143,64 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 576 \\ \times 1,14 \\ \hline 634,56 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 576 \\ \times 1,14 \\ \hline 634,56 \end{array}$$

$$\frac{143,64 - 140}{260} = \frac{3,64}{260} =$$

$$= \frac{364}{26} \cdot 10^{-3}$$

$$\begin{array}{r} 364 \\ \times 1,14 \\ \hline 404 \\ \hline 404 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6,0 \\ \times 1,14 \\ \hline 6,84 \end{array}$$

24-27-72-24
(5.8)

ЧИСТОВИК (стр. 3)

№1.3

См: $\eta_1=0,8$
 $\tau_1=150\text{ с}$
 $t_0=20^\circ\text{C}$
 $\tau_2=600\text{ с}$
 $t_1=60^\circ\text{C}$
 $\tau_3=120\text{ с}$
 $t_2=100^\circ\text{C}$
 $m=2\text{ кг}$
 $q=400\frac{\text{Дж}}{\text{с}}$
 $q=400\frac{\text{Дж}}{\text{с}} \eta_2=?$

Пусть N_1 - мощность 1-ого чайника (старого),
 $N_2=2N_1$ - мощность 2-ого чайника (нового)

От первого чайника вода получила кол-во теплоты

$$Q_1 = c_m \Delta t = c_m (t_1 - t_0) \quad (\text{пока работал первый ч.})$$

$$A \text{ затрачено было кол-во теплоты } Q_{31} = \frac{Q_1}{\eta_1} = \frac{c_m (t_1 - t_0)}{\eta_1}$$

Тогда $N_1 = \frac{Q_{31}}{\tau_1} = \frac{c_m (t_1 - t_0)}{\tau_1 \eta_1}$, $N_2 = \frac{2c_m (t_1 - t_0)}{\tau_1 \eta_1}$

$$Q_{32} = N_2 \tau_2 = \frac{2c_m \tau_2 (t_1 - t_0)}{\tau_1 \eta_1}$$

А вода получила от второго чайника кол-во теплоты

$$Q_2 = \eta_2 Q_{32} = \frac{2\eta_2 c_m \tau_2 (t_1 - t_0)}{\tau_1 \eta_1}$$

Пусть t_6 - температура воды в момент, когда баба Зина прибежала с новым чайником.

Пока баба Зина бегала, вода потеряла кол-во теплоты

$$Q_n = \tau_2 q = c_m (t_1 - t_6)$$

Суммарно за всё время наблюдения вода получила кол-во

$$\text{теплоты } Q_0 = Q_1 + Q_2 - Q_n = c_m (t_{100} - t_0)$$

$$c_m (t_1 - t_0) + \frac{2\eta_2 c_m \tau_2 (t_1 - t_0)}{\tau_1 \eta_1} - \tau_2 q = c_m (t_{100} - t_0)$$

$$\frac{2\eta_2 c_m \tau_2 (t_1 - t_0)}{\tau_1 \eta_1} = c_m (t_{100} - t_0) + \tau_2 q - c_m (t_1 - t_0)$$

$$\eta_2 = \frac{\tau_1 \eta_1 (c_m (t_{100} - t_0) + \tau_2 q - c_m (t_1 - t_0))}{2c_m \tau_2 (t_1 - t_0)} =$$

$$= \frac{150\text{ с} \cdot 0,8 (4200\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{C}} \cdot 2\text{ кг} \cdot 80^\circ\text{C} + 600\text{ с} \cdot 400\frac{\text{Дж}}{\text{с}} - 4200\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{C}} \cdot 2\text{ кг} \cdot 40^\circ\text{C})}{2 \cdot 4200\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{C}} \cdot 120\text{ с} \cdot 2\text{ кг} \cdot 40^\circ\text{C}}$$

$$= \frac{6}{7} \approx 0,86$$

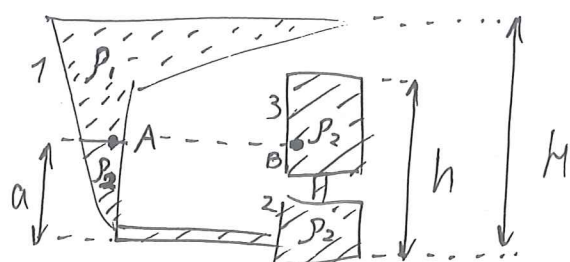
Ответ: $\eta_2 = 86\%$

Чистовик стр. 4 / 1.1

Пусть плотность воды — $\rho_1 = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$,плотность глицерина — $\rho_2 = 1260 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

$$h = 114 \text{ мм} = 0,114 \text{ м}$$

$$H = 140 \text{ мм} = 0,14 \text{ м}$$



Отметим точку А на границе воды и глицерина в сосуде 1 и точку В в глицерине на такой же высоте (точка В может оказаться в сосуде 2 или 3 или в соединит. трубке. Это не имеет значения)

Давление в точке А равно $p_A = \rho_1 g (H - a)$

Давление в точке В равно $p_B = \rho_2 g (h - a)$

$p_A = p_B$, т.к. точки А и В на одном уровне и ниже них только глицерин

$$\rho_1 g (H - a) = \rho_2 g (h - a)$$

$$\rho_1 H - \rho_1 a = \rho_2 h - \rho_2 a$$

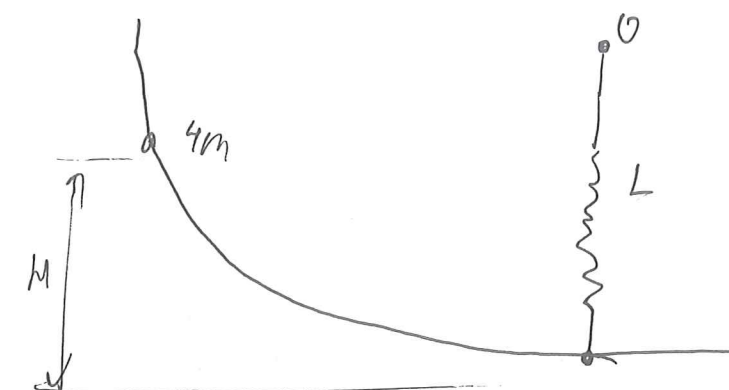
$$(\rho_2 - \rho_1) a = \rho_2 h - \rho_1 H$$

$$a = \frac{\rho_2 h - \rho_1 H}{\rho_2 - \rho_1} = \frac{1260 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0,114 \text{ м} - 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0,14 \text{ м}}{260 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} = 14 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 14 \text{ мм}$$

Ответ: $a = 14 \text{ мм}$

Черновик

Лист 4



$$m = 0,01 \text{ кг}$$

$$L = 0,1 \text{ м}$$

$$k = 10 \frac{\text{Н}}{\text{м}} \quad \frac{m v^2}{2}$$

$$\frac{1}{2} m g H = \frac{1}{2} m v^2$$

$$v = \sqrt{2 g H}$$

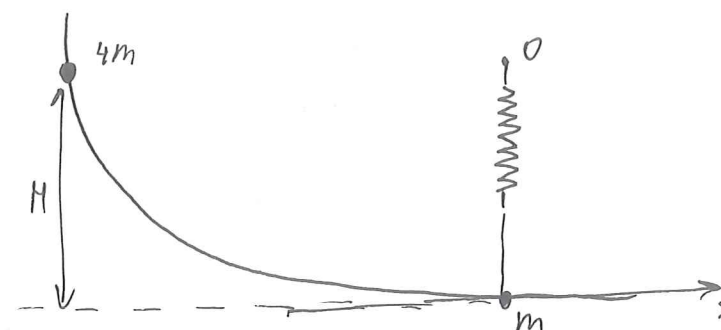
$$\frac{k^2 L^2 - k^2 L^2 + 10 k L m g - 25 m^2 g^2}{k^2 L^2 - 10 k L m g + 25 m^2 g^2} =$$

$$= \frac{5 m g (2 k L - 5 m g)}{(k L - 5 m g)^2}$$

24-27-72-24
(5.8)

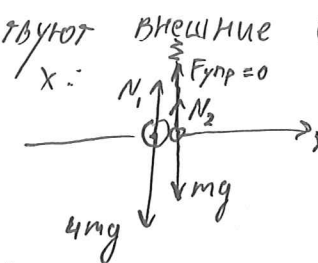
Чистовик стр. 5 / 1.5

$$\begin{aligned} m &= 0,01 \text{ кг} \\ k &= 10 \frac{\text{Н}}{\text{м}} \\ L &= 0,1 \text{ м} \\ g &= 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \\ M &= ? \end{aligned}$$



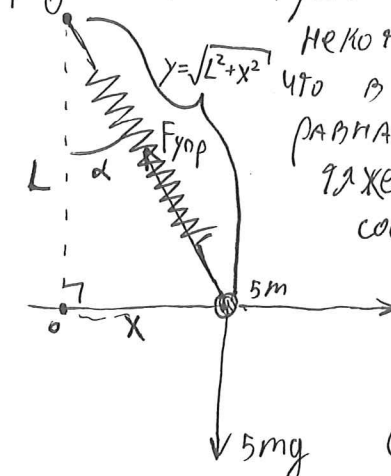
По ЗСЭ для бусинки с массой $4m$: $4mgH = 2mv^2$
 $v = \sqrt{2gH}$, где v — скорость большой бусинки перед соударением с малой.

В момент удара на бусинки не действуют внешние силы в проекции на горизонтальную ось x .
 Поэтому можем воспользоваться законом сохр. импульса для нахождения скорости u бусинок после соударения.



$$0x: 4mv = 5mu; \quad u = 0,8v = 0,8\sqrt{2gH}$$

г. Пифагор: $L^2 + x^2 = y^2$. Пусть бусинки проехали вместе некоторое расстояние x и оказалось, что в данный момент сила давления равна нулю. Это означает, что сила тяжести бусинок равна вертикальной составляющей силы упругости. (х)
 Пусть α — угол между вертикалью и направлением прямой, на которой лежит сила упругости.



$$\begin{aligned} (x): 5mg &= F_{упр} \cdot \cos \alpha \\ 5mg &= \Delta l \cdot k \cdot \frac{L}{\sqrt{L^2 + x^2}} \\ 5mg &= (\sqrt{L^2 + x^2} - L) k \frac{L}{\sqrt{L^2 + x^2}} \\ 5mg &= kL - k \frac{L^2}{\sqrt{L^2 + x^2}} \\ k \frac{L^2}{\sqrt{L^2 + x^2}} &= kL - 5mg; \quad \frac{k^2 L^4}{L^2 + x^2} = (kL - 5mg)^2 \end{aligned}$$

см. продолжение на след. стр.

Чистовик стр. 6

№ 1.5 продолжение

0,01-10-5

$$\frac{L^2 + x^2}{k^2 L^4} = \frac{1}{(kL - 5mg)^2} ; \quad L^2 + x^2 = \frac{k^2 L^4}{(kL - 5mg)^2}$$

~~$$\frac{x^2}{k^2 L^4} + \frac{1}{k^2 L^2} = (kL - 5mg)^2$$~~

$$x = \sqrt{\frac{k^2 L^4}{(kL - 5mg)^2} - L^2} =$$

$$= L \sqrt{\frac{k^2 L^2}{(kL - 5mg)^2} - 1} = (0,1 \sqrt{\frac{1}{1-0,5}} - 1) L = 0,1 \text{ м}$$

Нам подходят такие H , при которых бусинки развивают достаточную скорость, чтобы проехать расстояние x по стержню.

Рассмотрим случай, когда в точке x скорость бусинки равна нулю...