



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант № 1

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Габдуллина Дениса Руслановича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)
вышел 13¹⁰ вернулся 13¹⁵
сдал задачу 19.38

Дата
«14» февраля 2025 года

Подпись участника
an

Черновик

$$S = \sqrt{L^2 + \Delta l^2 + 2L\Delta l} = \sqrt{\Delta l^2 + 2L\Delta l}$$

$$L + \Delta l = \sqrt{L^2 + S^2}$$

$$\Delta l = \sqrt{L^2 + S^2} - L$$

$\alpha = \frac{F \cos \alpha}{5m} = \frac{F \cdot S}{5m(L + \Delta l)}$
 $= \frac{F \cdot S}{5m \sqrt{L^2 + S^2}}$
 $= \frac{k \Delta l \cdot S}{5m \sqrt{L^2 + S^2}}$
 $= \frac{k(\sqrt{L^2 + S^2} - L) \cdot S}{5m \sqrt{L^2 + S^2}}$
 $= \frac{kS - \frac{kLS}{\sqrt{L^2 + S^2}}}{5m}$
 $= \frac{5m \sqrt{L^2 + S^2}}{5m \sqrt{L^2 + S^2}} = \frac{L}{L + \Delta l} = \frac{L}{\sqrt{L^2 + S^2}} = \sin \alpha$
 $F L = \sqrt{L^2 + S^2} \cdot 5mg \Rightarrow \sqrt{L^2 + S^2} = \frac{FL}{5mg}$
 $L^2 + S^2 = \frac{F^2 L^2}{25m^2 g^2}$
 $S^2 = \frac{F^2 L^2}{25m^2 g^2} - L^2 = \frac{F^2 L^2 - 25m^2 g^2 L^2}{25m^2 g^2}$
 $S = \frac{L \sqrt{F^2 - (5mg)^2}}{5mg}$
 $F^2 = k^2 \Delta l^2 = k^2 (\sqrt{L^2 + S^2} - L)^2 = k^2 (L^2 + S^2 + L^2 - 2L\sqrt{L^2 + S^2}) =$
 $= k^2 (2L^2 + S^2 - 2L\sqrt{L^2 + S^2})$
 $S = \frac{L \cdot \sqrt{k^2 (\sqrt{L^2 + S^2} - L)^2 - (5mg)^2}}{5mg}$
 $\frac{25m^2 g^2 S^2}{L^2} = k^2 (\sqrt{L^2 + S^2} - L)^2 - (5mg)^2$
 $25m^2 g^2 S^2 = k^2 L^2 (\sqrt{L^2 + S^2} - L)^2 - (5mg)^2 L^2$

49-02-60-56

(5.3)

1.1

Дано: $h = 114 \text{ мм}$; $H = 140 \text{ мм}$; $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3$; $\rho_2 = 1200 \text{ кг/м}^3$ | $a = ?$

Запишем условие равновесия жидкости (равенство давлений на дне сосуда 1 и сосуда 2):

$$\rho_2 g a + \rho_1 g (H - a) = \rho_2 g h$$

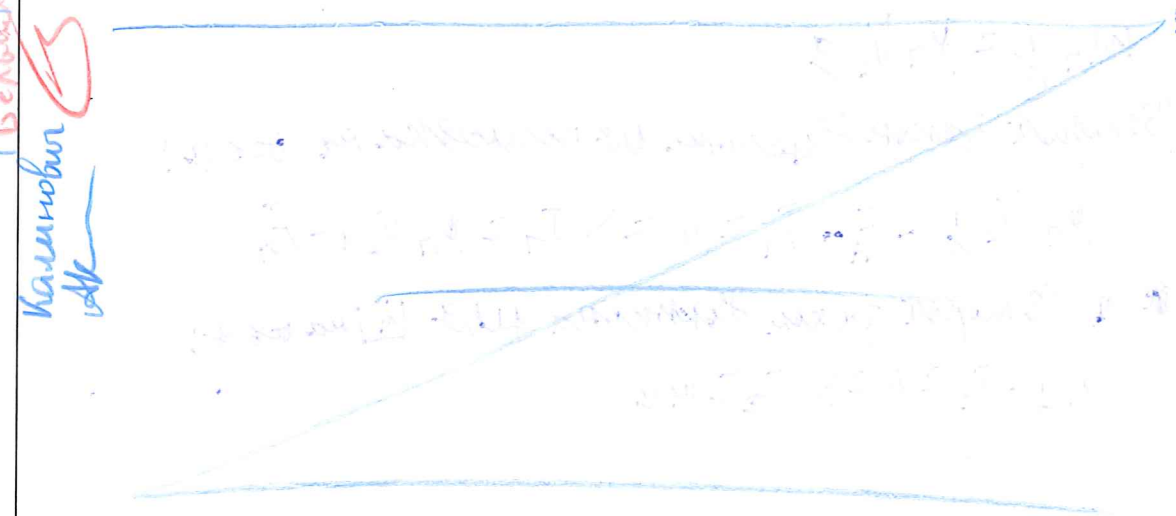
$$\rho_2 a + \rho_1 H - \rho_1 a = \rho_2 h$$

$$(\rho_2 - \rho_1) a = \rho_2 h - \rho_1 H$$

$$a = \frac{\rho_2 h - \rho_1 H}{\rho_2 - \rho_1}$$

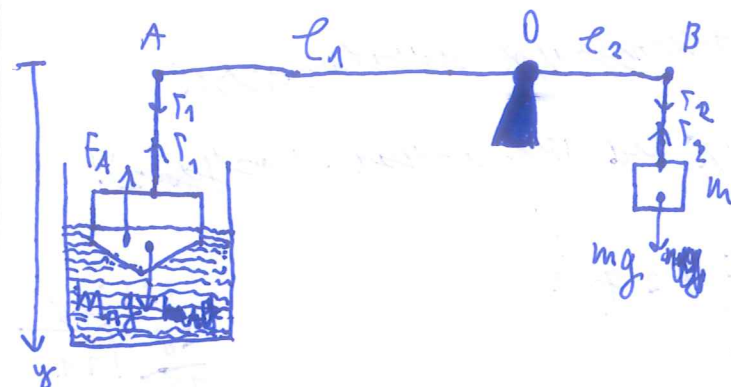
$$a = \frac{1200 \cdot 114 - 1000 \cdot 140}{1200 - 1000} = \frac{14364 - 14000}{200} = \frac{364}{20} = 18.2 \text{ мм}$$

Ответ: $a = \frac{\rho_2 h - \rho_1 H}{\rho_2 - \rho_1} = 14 \text{ мм}$



1.2

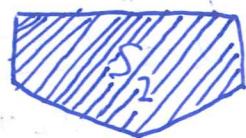
дано: $m = 700 \text{ г} = 0,7 \text{ кг}$; $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$; $a = 1 \text{ м}$; $\ell_1 = 50 \text{ см}$; $\ell_2 = 10 \text{ см}$ | $P_H = ?$



Площадь m погружающейся под водой части поршня $S_1 = 20 \text{ см}^2$



Вся площадь $S_2 = 40 \text{ см}^2$



Тогда объем погружающейся под водой $V_1 = S_1 \cdot 10 \text{ см} = 200 \text{ см}^3$

Объем $V_2 = 10 \text{ см} \cdot S_2 = 10 \text{ см} \cdot 40 \text{ см}^2 = 400 \text{ см}^3$

$F_A = \rho g V_1 = 1000 \text{ кг/м}^3 \cdot g \cdot 200 \text{ см}^3 = 200 \text{ г} \cdot g = 0,2 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2 = 2 \text{ Н}$

$m_H g = P_H V_2 g$

Второй закон Ньютона для поршня на ось y :

$$P_H V_2 g - F_A - \Gamma_1 = 0 \Rightarrow \Gamma_1 = P_H V_2 g - F_A$$

Второй закон Ньютона для m на ось y :

$$m g - \Gamma_2 = 0 \Rightarrow \Gamma_2 = m g$$

термовик

$$F_n = F \cos \alpha = k \cos \alpha = k \cdot \frac{L}{\sqrt{L^2 + s^2}} = \frac{kL}{\sqrt{L^2 + s^2}}$$

и $\downarrow$ отсюда

$$F_n \downarrow \text{ от } k \frac{L}{\sqrt{L^2 + s^2}} = \frac{s}{\sqrt{L^2 + s^2}} \cdot \frac{kL}{s} = \frac{kL}{\sqrt{L^2 + s^2}}$$

$$\frac{\Delta m V^2}{2} = \sum F_{xi} \cdot x_i$$

$$\frac{\Delta m \cdot \frac{8}{5} g H}{2} = \sum F_{xi} \cdot x_i$$

$$\frac{\Delta m V^2}{2} = \frac{4 m g H}{2}$$

$$\frac{\Delta m g H}{2} = \sum F_{xi} \cdot x_i$$

$$\Delta V^2 = 8 g H$$

$$V^2 = \frac{8}{5} g H$$

$$V = \sqrt{\frac{8}{5} g H}$$



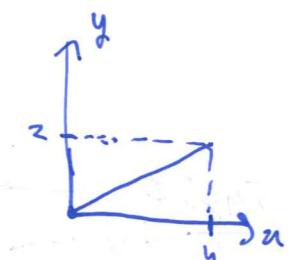
$$F = kV$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{kV}{m}$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{kV}{m}$$

$$dV = \frac{k V dt}{m}$$

$$V \downarrow \text{ от } V_0 \text{ до } 0$$



$$V_0 = \frac{k s}{m}$$

$$s = \frac{m V_0}{k}$$

$$\sum y_i \cdot x_i = 4$$

$$\sum y_i \cdot x_i = 4 \cdot 2 = 8$$

Условие

Уравнение моментов для рычага относительно

точки O: $l_1 \Gamma_1 = l_2 \Gamma_2 \Rightarrow l_1 (\rho_n V_2 g - F_A) = l_2 m g (\Rightarrow)$

$$\Leftrightarrow l_1 \rho_n V_2 g - l_1 F_A = l_2 m g \Leftrightarrow l_1 \rho_n V_2 g = l_2 m g + l_1 F_A (\Rightarrow)$$

$$\Leftrightarrow \rho_n = \frac{l_2 m g + l_1 F_A}{l_1 V_2 g} \Rightarrow \rho_n = \frac{l_2 m g + l_1 \rho_0 V_1 g}{l_1 V_2 g} = \frac{l_2 m + l_1 \rho_0 V_1}{l_1 V_2}$$

$$\rho_n = \frac{10 \cdot 900 + 50 \cdot 1 \cdot 200}{50 \cdot 400} = \frac{7000 + 10000}{20000} = \frac{17}{20} = \frac{85}{100} = 0,85 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho_n = \frac{10 \cdot 900 + 50 \cdot 1 \cdot 200}{50 \cdot 400} = \frac{7000 + 10000}{20000} = \frac{17}{20} = \frac{85}{100} = 0,85 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$= 850 \text{ кг/м}^3$$

Ответ: $\rho_n = 850 \text{ кг/м}^3$

1.3

Дано: $t_0 = 20^\circ\text{C}$; $m = 2 \text{ кг}$; $t_1 = 60^\circ\text{C}$; $\tau_1 = 2,5 \text{ мм}$; $\tau_2 = 10 \text{ мм}$; $\tau_3 = 22 \text{ мм}$; $q = 400 \text{ Дж/с}$; $\eta_2 = 80\% = 0,8$; $t_{100} = 100^\circ\text{C}$; $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$; ρ — плотность воды, τ — толщина чайника, 2ρ — толщина чайника. t_2 — температура воды в момент выключения чайника.

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_1 P \tau_1 = cm(t_1 - t_0) \\ \tau_2 q = cm(t_1 - t_2) \\ 2\eta_2 P \tau_3 = cm(t_{100} - t_2) \end{array} \right. \quad t_1 - t_2 = \frac{\tau_2 q}{cm} \Leftrightarrow t_2 = t_1 - \frac{\tau_2 q}{cm}$$

$$= 60^\circ\text{C} - \frac{10 \cdot 60 \cdot 400 \text{ Дж/с}}{4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 2 \text{ кг}} = 60^\circ\text{C} - \frac{240000 \text{ Дж}}{8400 \frac{\text{Дж}}{^\circ\text{C}}} = 60 - \frac{2400}{84} = 60 - \frac{200}{7} = 60 - 28,57 = 31,43^\circ\text{C}$$

$$= 60 - \frac{2400}{84} = 60 - 28,57 = 31,43^\circ\text{C}$$

$$= 60 - \frac{2400}{84} = 60 - 28,57 = 31,43^\circ\text{C}$$

$$= 60 - \frac{2400}{84} = 60 - 28,57 = 31,43^\circ\text{C}$$

$$t_{100} = 30 \frac{10}{4} = 31 \frac{3}{4} \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\frac{5}{2} \times 68$$

$$\frac{2h_2\tau_3}{h_1\tau_1} = \frac{t_{100} - t_2}{t_1 - t_0} \quad \text{или} \quad h_2 = \frac{t_{100} - t_2}{t_1 - t_0} \cdot \frac{h_1\tau_1}{2\tau_3} =$$

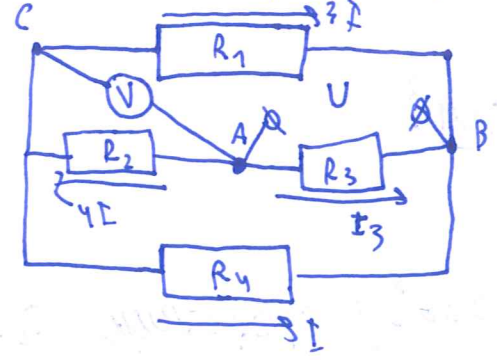
$$= \frac{100 - 31 \frac{3}{4}}{60 - 20} \cdot \frac{0,8 \cdot 35}{2 \cdot 2} = \frac{68 \frac{1}{4}}{40} \cdot \frac{0,4 \cdot 35}{2} = \frac{68 \frac{1}{4}}{40} \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{68 \frac{1}{4}}{40} \cdot \frac{1}{2} = \frac{68 \frac{1}{4}}{80} = \frac{480}{80} = \frac{480}{4 \cdot 20} = \frac{48}{56} = \frac{6 \cdot 8}{7 \cdot 8} = \frac{6}{7}$$

20

Ответ: $\eta_2 \approx \frac{6}{7}$.

7.4 Дано: $R_1 = R$; $R_2 = 1,25R$; $R_3 = R_4 = 3R$; $U = 32 \text{ В}$ | $U_{AC} = ?$



Решение
 $I_4 R_4 = I_1 R_1$

или
 $I_4 \cdot 3R = I_1 \cdot R$

$I_1 = 3I_4$

Таким образом $I_4 = I$, тогда $I_1 = 3I$.

Таким образом $I_2 = 4I$.

$$3IR + 4I \cdot 1,25R = 3IR + 5IR = 8IR = U$$

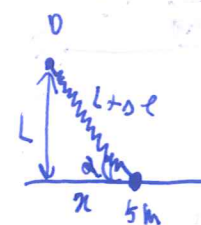
$$U_{AC} = 4I \cdot 1,25R = 5IR = \frac{5}{8} U = \frac{5}{8} \cdot 32 \text{ В} = 20 \text{ В}$$

Ответ: $U_{AC} = \frac{5}{8} U = 20 \text{ В}$.

1.5. Дано: $m = 0.1 \text{ кг}$; $k = 10 \text{ Н/м}$; $L = 0.1 \text{ м}$; $g = 10 \text{ м/с}^2$ / Н-?
Найти: скорость ~~аппарата~~ бусинки в момент соуда-
рения: 4 м/с / Н-?

$$\frac{4 \text{ м/с}}{3 \text{ с}} = \frac{5 \text{ м/с}^2}{2} \Rightarrow V_0^2 = \frac{4 \cdot 9 \text{ м}}{5} \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{4 \cdot 9 \text{ м}}{5}}$$

В момент бусинки минимальном Н бусинки
остановится в тот момент, когда
проекция $F_{\text{упр}}$ на вертикальную ось станет
равна $5mg$.



3 с 3: $4 \text{ м/с} = \sum F_{x_i} \Delta x_i$, где F_{x_i} - проекция

$F_{\text{упр}}$ на горизонтальную ось, Δx_i - изменение
длины бусинки (горизонтальное).

$$F_x(x) = k \Delta l \cdot \cos \alpha = k \cdot (\sqrt{L^2 + x^2} - L) \cdot \frac{x}{\sqrt{L^2 + x^2}}$$

$\Delta x_i \uparrow$ от 0 до s , где s - момент остановки

$$F_x \uparrow \text{ от } 0 \text{ до } k(\sqrt{L^2 + s^2} - L) \cdot \frac{s}{\sqrt{L^2 + s^2}}$$

$$F_{\text{спр}} = 5mg \Rightarrow k \Delta l \cdot \cos \alpha = 5mg \Rightarrow k(\sqrt{L^2 + s^2} - L) \cdot \frac{s}{\sqrt{L^2 + s^2}} = 5mg$$

$$kL = \frac{kL^2}{\sqrt{L^2 + s^2}} = 5mg \Rightarrow \sqrt{L^2 + s^2} = \frac{kL}{5mg} \Rightarrow \sqrt{L^2 + s^2} = \frac{kL}{5mg}$$

$$\sqrt{L^2 + s^2} = \frac{kL}{5mg} \Rightarrow \sqrt{L^2 + s^2} = \frac{kL}{5mg} \Rightarrow \sqrt{L^2 + s^2} = \frac{kL}{5mg}$$

$$L^2 + s^2 = \left(\frac{kL}{5mg} \right)^2 \Rightarrow s^2 = \left(\frac{kL}{5mg} \right)^2 - L^2 = \frac{k^2 L^2}{25 m^2 g^2} - L^2$$

$$S = \sqrt{\left(\frac{KL^2}{KL - 5mg}\right)^2 - L^2}$$

$$F_n \text{ в момент остановки} = \sqrt{k \left(\frac{KL^2}{KL - 5mg} - L\right) \left(\frac{\sqrt{\left(\frac{KL^2}{KL - 5mg}\right)^2 - L^2}}{KL - 5mg}}\right)}$$

$$= k \frac{KL^2 - KL^2 + 5mgL}{KL - 5mg} \cdot \frac{\sqrt{\left(\frac{KL^2}{KL - 5mg}\right)^2 - L^2} \cdot (KL - 5mg)}{KL^2} =$$

$$= k \frac{5mgL \cdot \sqrt{\left(\frac{KL^2}{KL - 5mg}\right)^2 - L^2}}{KL^2} = \frac{5mgL \cdot \sqrt{L^2 \left(\frac{KL}{KL - 5mg}\right)^2 - L^2}}{L^2}$$

$$= \frac{5mgL^2 \sqrt{\left(\frac{KL}{KL - 5mg}\right)^2 - 1}}{L^2} = 5mg \sqrt{\left(\frac{KL}{KL - 5mg}\right)^2 - 1}$$

Ускорение в этот момент: $g \sqrt{\left(\frac{KL}{KL - 5mg}\right)^2 - 1}$

анalogo $g \sqrt{\left(\frac{KL}{KL - 5mg}\right)^2 - 1}$

анalogo $S = \sqrt{\left(\frac{KL^2}{KL - 5mg}\right)^2 - L^2} = L \sqrt{\left(\frac{KL}{KL - 5mg}\right)^2 - 1}$

$$x = \frac{v^2 - v_0^2}{2ax}$$

$$v = 0$$

$$v_{max}$$

Подставляем это выражение: $S = \frac{0 - v_0^2}{-2g \sqrt{\left(\frac{KL}{KL - 5mg}\right)^2 - 1}}$

$$= \frac{\frac{8gH}{5}}{2g \sqrt{\left(\frac{KL}{KL - 5mg}\right)^2 - 1}} = \frac{\frac{8gH}{5}}{2g \sqrt{\left(\frac{KL}{KL - 5mg}\right)^2 - 1}} = \frac{4H}{5 \sqrt{\left(\frac{KL}{KL - 5mg}\right)^2 - 1}}$$

$$S = 5 \sqrt{\left(\frac{KL}{KL - 5mg}\right)^2 - 1} \approx 4H$$

$$\frac{1}{2} = 0,5$$

$$\frac{1}{4} = 0,25$$

$$\frac{3}{8} = 0,375$$

$$S = 5 \sqrt{\left(\frac{KL}{KL - 5mg}\right)^2 - 1} \approx 4H$$

$$L \sqrt{\left(\frac{KL}{KL - 5mg}\right)^2 - 1} \cdot 5 \sqrt{\left(\frac{KL}{KL - 5mg}\right)^2 - 1} \approx 4H$$

$$5L \left(\left(\frac{KL}{KL - 5mg}\right)^2 - 1\right) \approx 4H$$

$$H = \frac{5L \left(\left(\frac{KL}{KL - 5mg}\right)^2 - 1\right)}{4}$$

$$H = \frac{5 \cdot 0,7 \text{ м} \cdot \left(\left(\frac{70 \text{ Н/м} \cdot 0,7 \text{ м}}{70 \text{ Н/м} \cdot 0,7 \text{ м} - 5 \cdot 0,01 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}\right)^2 - 1\right)}{4} =$$

$$= \frac{5 \cdot 0,7 \text{ м} \cdot \left(\left(\frac{1H}{1H - 0,5H}\right)^2 - 1\right)}{4} =$$

$$= \frac{0,5 \text{ м} \cdot (4 - 1)}{4} = \frac{0,5 \text{ м} \cdot 3}{4} = \frac{1,5 \text{ м}}{4} =$$

$$= \frac{15}{40} \text{ м} = \frac{3}{8} \text{ м} = 0,375 \text{ м} = 37,5 \text{ см} \approx 37,5 \text{ мм}$$

Ответ: $H = 37,5 \text{ мм}$.