



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 2

Место проведения Москва  
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов  
наименование олимпиады

по Физике  
профиль олимпиады

Гороховой Анастасии Олеговны  
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

« 14 » Февраля 2025 года

Подпись участника

Анастасия

Черновик  
Продолжение 1.1.2 Черновик

$$x_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,1 \cdot 10}{100} = 0,01 \text{ м}$$

$$x_0 = 1 \text{ см}$$

$$\frac{g(mg)^3}{k^2} = mgh^2 + kh^3 - \frac{2m^2g^2 \cdot h}{k} - 2h^2mg + \frac{(mg)^3}{k^2} + h \cdot \frac{(mg)^2}{k}$$

$$kh^3 + h^2(mg - 2mg) + h\left(\frac{m^2g^2}{k} - \frac{2m^2g^2}{k}\right) - \frac{8(mg)^3}{k^2} = 0$$

$$h^3 - h^2 \cdot \frac{mg}{k} - h \cdot \frac{m^2g^2}{k^2} - \frac{8(mg)^3}{k^2} = 0$$

$$h^3 - h^2 x_0 - h x_0^2 - 8x_0^3 = 0$$

$$x_0^3 \ll h$$

$$h^3 - h^2 x_0 - h x_0^2 = 0$$

$$h^2 - h x_0 - x_0^2 = 0$$

$$D = x_0^2 + 4x_0^2 = 5x_0^2$$

$$h = \left(\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}\right) x_0$$

$$h > 0 \Rightarrow h = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} x_0 = \frac{1 + 2,236}{2} \cdot 0,01 = 0,1678 \text{ м}$$

Ответ:  $h_{\max} \approx \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \text{ см} \approx 0,168 \text{ м}$

$$g(mg)^3 = (kh + mg)(kh - mg)^2 = (kh + mg)[(kh)^2 - (mg)^2]$$

$$g = \left(\frac{kh}{mg} + 1\right) \left[\left(\frac{kh}{mg}\right)^2 - 1\right] \text{ если } \frac{kh}{mg} = 2$$

Ответ:  $h = 2 \text{ см}$

13-32-01-27  
(2,9)

Черновик

2,2

$$\textcircled{1} \eta_1 = \frac{A_1}{Q_{H1}} = \frac{3p_0 \cdot 2V_0}{2 \cdot \frac{49}{2} p_0 V_0} = \frac{6}{49}$$

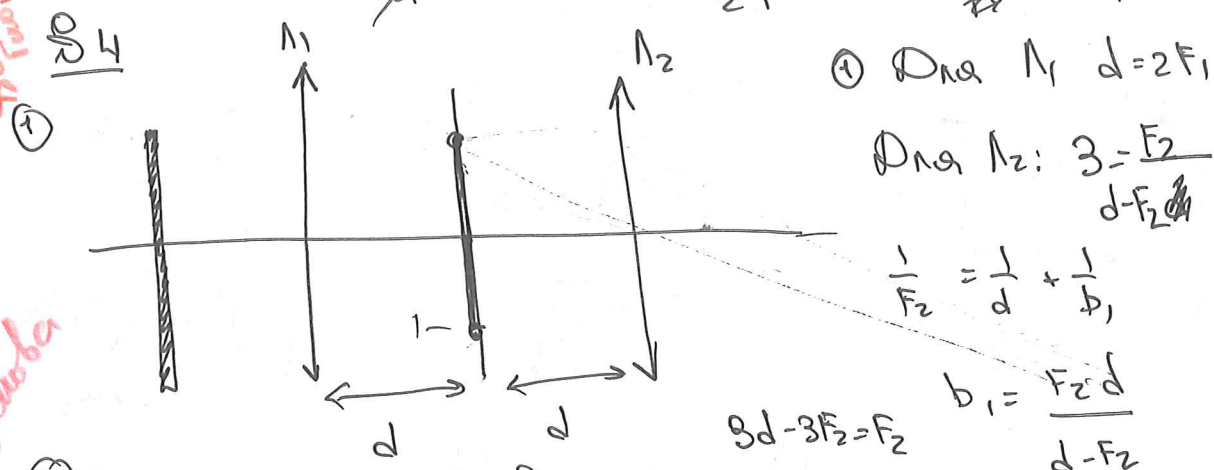
$$Q_{H1} = Q_{12} + Q_{23} = \frac{3}{2} (12p_0 V_0 - p_0 V_0) + 4p_0 \cdot 2V_0 =$$

$$= \left(\frac{33}{2} + 8\right) p_0 V_0 = \frac{49}{2} p_0 V_0$$

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{49}{43}$$

$$\textcircled{2} \eta_2 = \frac{A_2}{Q_{H2}} = \frac{6p_0 V_0}{43 p_0 V_0} = \frac{6}{43}$$

$$Q_{H2} = Q_{13} = \frac{1}{2} \cdot 2V_0 \cdot 5p_0 + \frac{33}{2} p_0 V_0 = \frac{43}{2} V_0 p_0$$



② Пусть светим вправо:

$$\frac{1}{F_1} = \frac{1}{2F_1 - x} + \frac{1}{a} \rightarrow a = \frac{(2F_1 - x)F_1}{F_1 - x}$$

$$\frac{1}{F_2} = \frac{1}{d - x} + \frac{1}{b_2} \rightarrow b_2 = \frac{(d - x)d}{d - 2x}$$

$$\frac{4}{3d} = \frac{1}{d + x} + \frac{1}{b_2} \rightarrow b_2 = \frac{(d + x) \cdot 3d}{d + 4x}$$

$$\frac{(d - x)d}{(d - 2x)(d - x)} = \frac{(d + x)3d}{(d + 4x)(d + x)}$$

$$d(d + 4x) = 3d(d - 2x)$$

$$d^2 + 4xd = 3d^2 - 6dx$$

$$2d^2 - 6dx - 4d = 0$$

$$d^2 - 3dx - 2d = 0$$

$$d + 4x = 3d - 6x$$

$$2d = 10x \quad d = 5x$$

Черновик

Если вправо

$$\frac{2}{d} = \frac{1}{d+x} + \frac{1}{a} \rightarrow a = \frac{d(d+x)}{d+2x}$$

$$\frac{4}{3d} = \frac{1}{d+x} + \frac{1}{b_2} \rightarrow b_2 = \frac{3d(d-x)}{(d-4x)}$$

$$4d - 4x - 3d = d - 4x$$

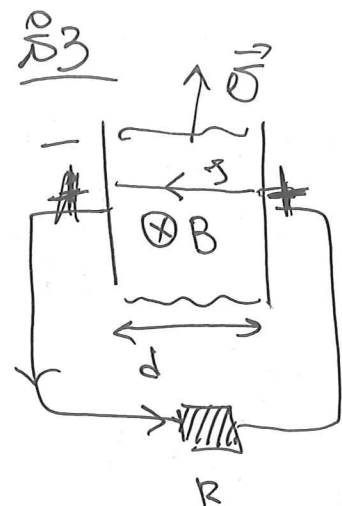
$$\frac{3d}{d-4x} = \frac{d}{d+2x}$$

$$3d + 6x = d - 4x$$

$$2d = -10x$$

$$d = -5x$$

~~Проверка~~



B?

$$\textcircled{1} U_c = IR = 0$$

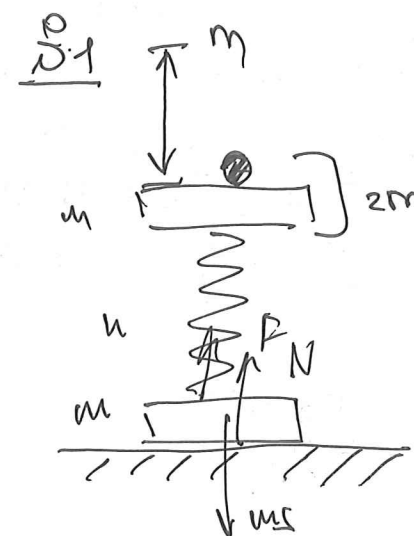
$$\mathcal{E} = \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\partial B}{\partial t} S = B \frac{\partial S}{\partial t} = -B \frac{\partial d}{\partial t}$$

$$-B \frac{\partial d}{\partial t} = IR = 0$$

$$B = \frac{IR}{\partial d / \partial t}$$

$$\frac{h}{2} + \frac{mg}{h} \leq \frac{mg}{h}$$

$$h = 2mg/h$$



$$\textcircled{1} 3m: m\ddot{x} = 2m\ddot{y}$$

$$u = \frac{\ddot{x}}{2}$$

$$\ddot{x} = \sqrt{2gh}$$

$$\textcircled{2} F_{\text{max}} \leq mg$$

Гарм. не оторвется  
нижней пружиной

$$2mg = k(x + x_0) + 2m\ddot{x}$$

$$x + x \cdot \frac{k}{2m} - \frac{2mg}{k} = 0$$

$$x(t) = A \cos \omega t + \frac{2mg}{k}$$

Черновик

Продолжение задачи 1.1.2

$$x(t) = \frac{mg}{k} (2 - 3 \cos \omega t) - \sqrt{\frac{mgh}{k}} \sin \omega t$$

когда  $F_{\text{норм}} = 0$  и  $x > 0$  / Направлена вверх

$$\dot{x}(t) = -A\omega \sin \omega t + B\omega \cos \omega t$$

$$\tan \omega t_1 = -\frac{B}{A} = -\sqrt{\frac{mgh}{k}} \cdot \frac{k}{mg} = -\sqrt{\frac{kh}{mg}}$$

$$\tan \omega t_1 = \frac{\sin \omega t_1}{\cos \omega t_1}$$

$$\sin \omega t_1 = \pm \frac{\sqrt{kh}}{\sqrt{mg+kh}}$$

$$\cos \omega t_1 = \pm \frac{\sqrt{mg}}{\sqrt{mg+kh}}$$

Проверим знак  $\cos \omega t_1 > 0$   
 $\sin \omega t_1 < 0$

$$x(t) = \frac{mg}{k} \left( 2 - 3 \sqrt{\frac{mg}{mg+kh}} \right) + \sqrt{\frac{mgh^2}{mg+kh}} = \frac{2mg}{k} + h - 3 \frac{(mg)^{3/2}}{\sqrt{mg+kh}}$$

$$\frac{2mg}{k} + h - 3 \frac{(mg)^{3/2}}{k \sqrt{mg+kh}} \leq \frac{mg}{k}$$

$$\frac{3(mg)^{3/2}}{k \sqrt{mg+kh}} = \frac{mg}{k} - h \quad (1)$$

Проверим знак  $\cos \omega t_1 \geq 0$   
 $\sin \omega t_1 \leq 0$

$$\frac{2mg}{k} + \frac{3(mg)^{3/2}}{k \sqrt{mg+kh}} - h = \frac{mg}{k}$$

$$\frac{3(mg)^{3/2}}{k \sqrt{mg+kh}} = h - \frac{mg}{k} \quad (2)$$

Подберем корни  
 $h = 2 \frac{mg}{k} = 2 \cdot \frac{0.1 \cdot 10}{100}$

$$= 2 \text{ см}$$

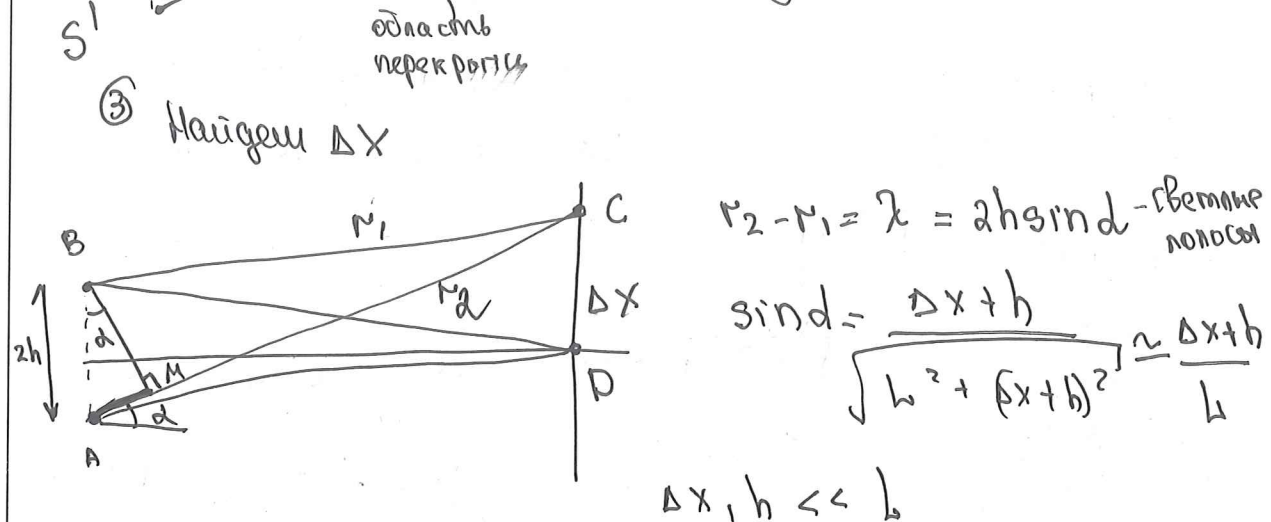
Ответ: 2 см.

(1) и (2) равносильны при возведении в квадрат.

Решим ур-ие:  $h^3 - h^2 \frac{mg}{k} - h \left( \frac{mg}{k} \right)^2 - \frac{(mg)^3}{k^2} = 0$

Источники  
Продолжение задачи 5.8.2

② область перекрытия охватывает весь экран  $\Rightarrow$  полосы будут по всей экрану



$$\frac{2h \cdot (\Delta x + h)}{L} = 2\lambda \rightarrow \Delta x = \frac{L\lambda}{2h} +$$

④ Из пункта 1:  $\frac{L\lambda}{2h} = \frac{H}{N} \rightarrow L = \frac{2h \cdot H}{N\lambda}$

$$L = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-2}}{200 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-1}} = \frac{2}{5 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 100} = \frac{1}{5} \text{ м} \neq 1/10 = 0,2 \text{ м}$$

Ответ: 0,2 м

Продолжение задачи 5.1.2

$$x(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t + \frac{2mg}{k}$$

$$x(0) = A + \frac{2mg}{k} \rightarrow A = -\frac{3mg}{k}$$

$$\dot{x}(0) = B\omega = -\sqrt{\frac{gh}{2}} \Rightarrow B = -\sqrt{\frac{mgh}{k}}$$

$$\dot{x}(0) = -\sqrt{\frac{gh}{2}}$$

$$x(0) = -\frac{mg}{k}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{2m}}$$

13-32-01-27  
(2.9)

Черновик

$$\ddot{x} + x \cdot \frac{k}{2m} - 2g = 0 \quad \text{или} \quad \ddot{x} + x \cdot \frac{k}{2m} - \frac{3g}{2} = 0$$

$$x(t) = A \cos \omega t + \frac{3mg}{k}$$

$$\ddot{x} + x \cdot \frac{k}{2m} - 2g = 0 \quad x(0) = \frac{mg}{k}$$

$$x(t) = A \cos \omega t + \frac{4mg}{k} + B \sin \omega t$$

$$x(0) = \cos \omega t \quad A + \frac{4mg}{k} = \frac{mg}{k}$$

$$x(t) = \frac{mg}{k} (4 - 3 \cos \omega t)$$

$$x_{\max} = \frac{7mg}{k} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{2m}}$$

$$\dot{x}(t) = -A\omega \sin \omega t + B\omega \cos \omega t \quad x(0) = \frac{mg}{2} = B\omega$$

$$x(t) = \frac{mg}{k} (4 - 3 \cos \omega t) + \frac{mg}{2} \sqrt{\frac{2m}{k}} \sin \omega t$$

$$x_{\max} \quad \dot{x}(t) = 0 \quad B\omega \cos \omega t - A\omega \sin \omega t = 0$$

$$\tan \omega t = \frac{B}{A} = \frac{k \cdot \frac{mg}{2} \sqrt{\frac{2m}{k}}}{-3mg} = -\frac{\sqrt{2k}}{6g} \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

$$\tan \omega t = -\frac{\sqrt{2gh}}{6g} \sqrt{\frac{2k}{m}} = -\sqrt{\frac{4hk}{gm \cdot g}} = -\sqrt{\frac{hk}{gm}}$$

$$\frac{\sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{hk}{gm} \quad \sin^2 \alpha = \frac{hk}{hk + gm} \quad \cos^2 \alpha = \frac{gm}{hk + gm}$$

$$x(t) = \frac{mg}{k} (4 - 3 \cos \omega t) + \sqrt{\frac{mgh}{k}} \sin \omega t$$

Черновик

$$x(t) = \frac{mg}{k} (1 - \cos \omega t) + \sqrt{\frac{mgh}{k}} \sin \omega t$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{gmk}{gmk + hk}$$

$$= \frac{mg}{k} \left( 1 - \sqrt{\frac{gmk}{gmk + hk}} \right) + \sqrt{\frac{mgh}{k}} \cdot \sqrt{\frac{hk}{gmk + hk}} =$$

$$= \frac{4mg}{k} + \frac{15mg}{k} \sqrt{\frac{gmk}{gmk - k}} + h \sqrt{\frac{mg}{gmk + hk}} = \frac{mg}{k}$$

$$\frac{h \sqrt{mg}}{\sqrt{gmk + hk}} = \frac{15mg}{k} \cdot \sqrt{mg} = -\frac{3mg}{k}$$

$$h - \frac{15mg}{k} = -\sqrt{gmk + hk} \cdot \frac{3\sqrt{mg}}{k} = -\frac{3}{k} \sqrt{gm^2g^2 + hkmg}$$

$$h^2 - \frac{30mgh}{k} + \left( \frac{15mg}{k} \right)^2 = \frac{9}{k^2} (gm^2g^2 + hkmg)$$

$$h^2 - h \left( \frac{30mg}{k} - \frac{9mg}{k} \right) + \frac{m^2g^2}{k^2} (15^2 - 9^2) = 0$$

$$D = 27^2 - 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 = 27^2 - 24^2 = 3 \cdot 51 = 3 \cdot 3 \cdot 7$$

$$h = \frac{27 \pm 3\sqrt{7}}{2} = h_1 = \frac{27 - 3\sqrt{7}}{2} \quad \frac{\sin^2 \omega t = \frac{gmk}{gmk + hk}}{1 - \sin^2 \omega t}$$

$$h_2 = \frac{3(9 + \sqrt{7})}{2}$$

$$\sin^2 \omega t = \frac{gmk}{gmk + hk}$$

$$4^3 - 4^2 - 4 - 8 = 64 - 16 - 4 - 8 = 16$$

$$\frac{6 \cdot 33}{2}$$

Если сдвинуть вправо: то <sup>число циклов</sup> увеличение  $\Delta$  <sup>продолжение ч. 8.2</sup> уменьшится, а  $\Delta$  <sup>увеличение</sup>  $\Delta$  <sup>уменьшится</sup>  $\Delta$ , значит такой случай невозможен. Такие приведем формулы:

$$\frac{2}{d} = \frac{1}{d+x} = \frac{1}{a}$$

$$a = \frac{d(d+x)}{d+x}$$

$$\frac{1}{3d} = \frac{1}{d-x} + \frac{1}{b_2}$$

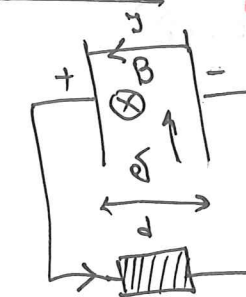
$$b_2 = \frac{3d(d-x)}{d-4x}$$

$$\frac{3d}{d-4x} = \frac{d}{d+2x}$$

Получим:  $d = -5x$ , но линзы собирающие, то есть  $f_1, f_2 > 0 \Rightarrow$  невозможен этот случай.

Ответ: 25 см  $\oplus$  *нет буквенного ответа*

3.3.2



①  $P = I^2 R \rightarrow I_{\max}$ , Для индукции

$$\epsilon_{\text{ин}} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\partial B}{\partial t} \cdot S = B \frac{dS}{dt} = -B\epsilon d$$

② Ур-ие Кирхгофа:

$$\epsilon_{\text{ин}} + IR = 0 \quad I = \frac{B\epsilon d}{R}$$

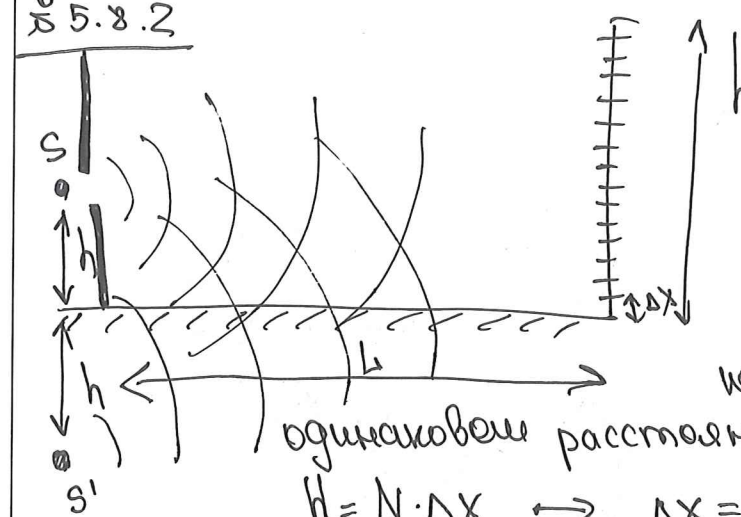
*в.с.с.р.*

$$P = \frac{B^2 \epsilon^2 d^2}{R}$$

$$= \frac{10^{-2} \cdot 2}{10^{-2} \cdot 4} = \frac{1}{2} \text{ Тл}$$

Ответ: 0,5 Тл

5.8.2



①  $S'$  - изображение  $S$  в зеркале

$S$  и  $S'$  - источники с одинаковой  $\omega$  и  $\lambda$  частотой. В результате возникают интерференц. полосы

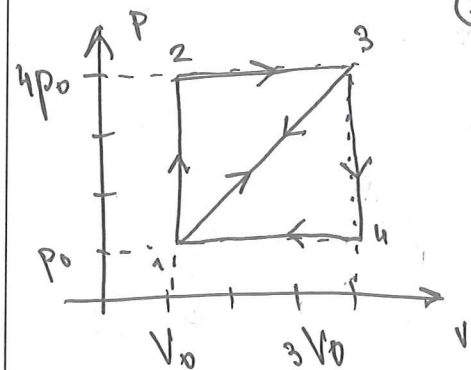
которые расположены на одинаковом расстоянии  $\Delta x$  друг от друга

$$H = N \cdot \Delta x \rightarrow \Delta x = \frac{H}{N} \oplus$$



Источник

§ 2.2.2



① Процесс 1-2-3-1

$$\text{КПД цикла: } \eta_1 = \frac{A_1}{Q_{H1}} = \frac{3p_0V_0}{\frac{49}{2}p_0V_0} = \frac{6}{49}$$

$A_1$  - работа газа, площадь трапец. 1-2-3-1

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot 3p_0 \cdot 2V_0 = 3p_0V_0 +$$

$Q_{H1}$  - нагрев. теплота 1-2-3-1

$$Q_{H1} = Q_{12} + Q_{23} = A_{12} + \Delta U_{12} = 3p_0 \cdot 2V_0 + \frac{3}{2}(2p_0V_0 - p_0V_0)$$

$$Q_{H1} = p_0V_0 \left( 6 + \frac{3}{2} \right) = \frac{49}{2} p_0V_0 +$$

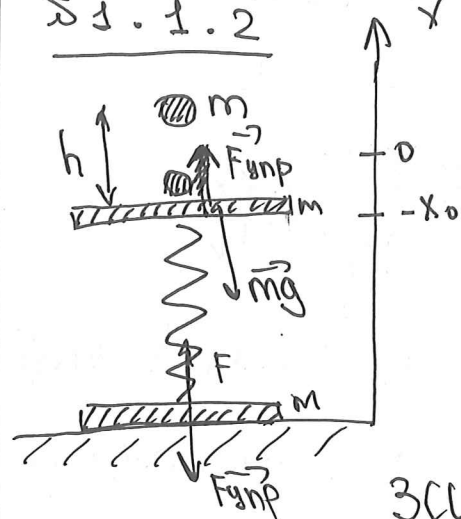
② Процесс 1-3-4-1: КПД цикла:  $\eta_2 = \frac{A_2}{Q_{H2}} = \frac{6}{43}$

Аналогично  $A_2 = 3p_0V_0$

$$Q_{H2} = Q_{13} = A_{13} + \Delta U_{13} = \frac{1}{2} \cdot 2V_0 \cdot 5p_0 + \frac{3}{2}(2p_0V_0 - p_0V_0) = \frac{43}{2} p_0V_0$$

$$\text{③ } \frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{6}{43} \cdot \frac{49}{6} = \frac{49}{43} \quad \text{Ответ: } \frac{49}{43}$$

§ 1.1.2



① колебания будут гармоническими если нижний брусок не будет отрываться от стола.

$$F_{упр} \leq mg$$

② Момент падения бруска:

$$\text{ЗСЭ: } mgh = \frac{mv^2}{2} \rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

$$\text{ЗСИ: } mv = 2m\omega \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{gh}{2}}$$

③ II Закон Ньютона для "шарика + верхний брусок":

$$2m\ddot{x} = -kx + 2mg \quad \ddot{x} + x \cdot \frac{k}{2m} - g = 0 - \text{уравнение гармонических колебаний}$$

$$x(t) = x_1 + \frac{2mg}{k} \quad \ddot{x}_1 + x_1 \cdot \frac{k}{2m} = 0 \quad \dot{x}(t) = \dot{x}_1(t) \quad \ddot{x}(t) = \ddot{x}_1(t)$$

смотреть продолжение на другом листе

Продолжение задачи 1.1.2

Источник

$$x(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t, \text{ где } \omega = \sqrt{\frac{k}{2m}} \quad x(0) = -x_0 = -\frac{mg}{k}$$

$$\dot{x}(t) = -A \omega \sin \omega t + B \omega \cos \omega t + \frac{2mg}{k}$$

$$x(0) = A + \frac{2mg}{k} = -\frac{mg}{k} \rightarrow A = -\frac{3mg}{k}$$

$$\dot{x}(t) = -A \omega \sin \omega t + B \omega \cos \omega t; \quad \dot{x}(0) = B \omega = \sqrt{\frac{gh}{2}}$$

$$x(t) = \frac{mg}{k} (2 - 3 \cos \omega t) + \sqrt{\frac{mgh}{k}} \sin \omega t \quad B = \sqrt{\frac{gh}{2}} \cdot \sqrt{\frac{2m}{k}} = \sqrt{\frac{mgh}{k}}$$

③ Найдем  $|F_{упр}|_{\max}$ ,  $|F_{упр}| = |k \cdot x| \Rightarrow \dot{x} = 0$  при  $x_{\max}$

$$\dot{x}(t_1) = 0 \quad \frac{3mg}{k} \cdot \omega \cdot \sin \omega t_1 + B \omega \cos \omega t_1 = 0$$

$$\tan \omega t_1 = -\frac{A}{B} = -\frac{3mg}{k} \cdot \sqrt{\frac{k}{mgh}} = -3 \sqrt{\frac{mg}{kh}}$$

$$\tan \omega t_1 = \frac{\sin \omega t_1}{\cos \omega t_1}; \text{ так как } x \geq 0, \text{ то } \sin \omega t_1 \geq 0$$

$$\sin \omega t_1 = \frac{3 \sqrt{mg}}{\sqrt{9mg + kh}} \quad \cos \omega t_1 = \sqrt{\frac{kh}{9mg + kh}}$$

$$x(t_1) = \frac{mg}{k} \left( 2 - 3 \sqrt{\frac{kh}{9mg + kh}} \right) + \frac{3 \cdot mg \cdot \sqrt{h}}{\sqrt{9mg + kh} \cdot \sqrt{k}} = \frac{2mg}{k} - 3mg \sqrt{\frac{h}{k}} \cdot \frac{1}{\sqrt{9mg + kh}} + \frac{3mg}{\sqrt{9mg + kh}} \sqrt{\frac{h}{k}}$$

Из пункта 1.

$$\left| \frac{2mg}{k} - 3mg \sqrt{\frac{h}{k}} \cdot \frac{1}{\sqrt{9mg + kh}} \right| \leq \frac{mg}{k}$$

$$\frac{2 \cdot 6mg}{\sqrt{k}} \sqrt{\frac{h}{9mg + kh}} = \frac{3mg}{k}$$

$$\frac{kh}{9mg + kh} = \frac{1}{4} \quad 4kh = 9mg + kh$$

$$\text{Ответ: } \frac{3mg}{k} = h_{\max} \quad h = \frac{9mg}{3k} = \frac{3mg}{k}$$