

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 1
Место проведения: город Москва

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Ломоносов"

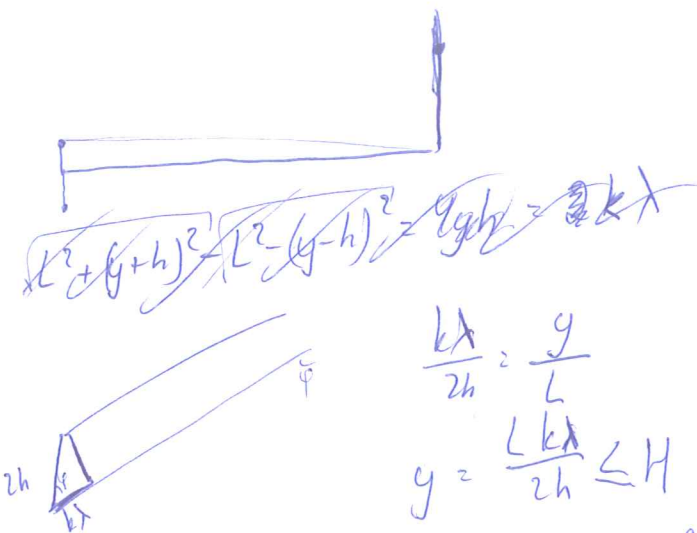
по физике

Чертовича Леонида Александровича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«14» февраля 2025 года

Подпись участника
Чит

Черновик



$$\frac{kx}{2h} = \frac{y}{L}$$

$$y = \frac{Lkx}{2h} \leq H$$

$$k \leq \frac{2Hh}{L\lambda} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 0,5 \cdot 10^{-1}} = \frac{10}{0,5} = 20$$

$$mgh = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

$$Q = mU = 2mU \Rightarrow U = \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{gh}{2}}$$

$$\frac{k\Delta x^2}{2} + \frac{2mU^2}{2} + mg\Delta x = \frac{kx^2}{2} + mgsh$$

$$k\Delta x = mg \Rightarrow \Delta x = \frac{mg}{k} = \frac{g}{2\omega^2}$$

$$\frac{k m^2 g^2}{2 k^2} + m \frac{gh}{2} = \frac{kx^2}{2} + mgsh$$

$$\frac{mg^2}{4\omega^2} + \frac{mg h}{2} = m\omega^2 x^2 + mgsh = m\omega^2 x^2 + mg(x + \Delta x)$$

$$\frac{g^2}{4\omega^2} + \frac{gh}{2} = \omega^2 x^2 + gx + \frac{g^2}{2\omega^2}$$

$$x^2 + \frac{g}{\omega^2} x + \left(\frac{g^2}{4\omega^4} - \frac{gh}{2\omega^2} \right) = 0$$

$$x = \frac{-\frac{g}{\omega^2} \pm \sqrt{\frac{g^2}{\omega^4} - \frac{g^2}{\omega^4} + \frac{2gh}{\omega^2}}}{2} = \frac{-\frac{g}{\omega^2} \pm \frac{\sqrt{2gh}}{\omega}}{2} = \frac{\sqrt{2gh}}{2\omega} - \frac{g}{2\omega^2}$$

$$\Delta sh = \Delta x + x = \frac{\sqrt{2gh}}{2\omega}$$

$$\varphi = \frac{\sqrt{2gh}}{2\omega} - \frac{g}{2\omega^2} = \frac{\sqrt{2gh}}{2\omega} - \frac{g}{2\omega^2}$$

$$mghx + \frac{kx^2}{2} + \frac{mx^2}{2} = \text{const}$$

$$mg\dot{x} + \frac{k}{2} \dot{x} \cdot 2x + \frac{m}{2} 2\dot{x} \cdot \dot{x} = 0$$

$$mg + kx + m\ddot{x} = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{2m}} \Rightarrow k = 2m\omega^2$$



$$\frac{x}{\Delta h}$$

$$\Delta x = (\Delta x + \Delta h) \sin(\varphi_0)$$

$$\sin \varphi_0 = \frac{\Delta x}{\Delta x + \Delta h} = \frac{\frac{g}{2\omega^2}}{\frac{g}{2\omega^2} + \frac{\sqrt{2gh}}{2\omega}}$$

74-90-52-51
(1.5)

Чистовик

Задача 2.2.1.

205

Рассмотрим процесс 1-2-3-1. В нём энергия подводится в процессах 1-2 и 2-3 (в 3-1 она отводится), а работа совершается в процессах 2-3 и 3-1 (процесс 1-2 изохорный).

Для соответствующих процессов верны формулы:

$$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = 0 + \frac{3}{2} \nu R(T_2 - T_1)$$

$$Q_{23} = A_{23} + \Delta U_{23} = 3p_0(5V_0 - V_0) + \frac{3}{2} \nu R(T_3 - T_2) = 12p_0V_0 + \frac{3}{2} \nu R(T_3 - T_2)$$

$$Q_{31} = A_{31} + \Delta U_{31} = A_{31} + \frac{3}{2} \nu R(T_1 - T_3) = A_{31} - \frac{3}{2} \nu R(T_2 - T_1) - \frac{3}{2} \nu R(T_3 - T_2)$$

Также запишем ур-я состояния идеального газа:

$$\nu R T_1 = p_1 V_1 = p_0 V_0$$

$$\nu R T_2 = p_2 V_2 = 3p_0 V_0$$

$$\nu R T_3 = p_3 V_3 = 15p_0 V_0$$

Тогда: $\Delta U_{12} = \frac{3}{2} (\nu R T_2 - \nu R T_1) = \frac{3}{2} (3p_0 V_0 - p_0 V_0) = 3p_0 V_0$

$$\Delta U_{23} = \frac{3}{2} (\nu R T_3 - \nu R T_2) = \frac{3}{2} (15p_0 V_0 - 3p_0 V_0) = 18p_0 V_0$$

$$\Delta U_{31} = \frac{3}{2} (\nu R T_1 - \nu R T_3) = \frac{3}{2} (p_0 V_0 - 15p_0 V_0) = -21p_0 V_0$$

Тогда: $Q_{12} = \Delta U_{12} = 3p_0 V_0$

$$Q_{23} = 12p_0 V_0 + 18p_0 V_0 = 30p_0 V_0$$

$$Q_{31} = A_{31} - 21p_0 V_0$$

Из графика следует, что $A_{31} = \frac{p_3 + p_1}{2} (V_1 - V_3) = \frac{3p_0 + p_0}{2} (V_0 - 5V_0) = -8p_0 V_0$

$$\eta_1 = \frac{\sum A}{\sum Q_{\text{нагр}}} = \frac{12p_0 V_0 + 8p_0 V_0}{3p_0 V_0 + 30p_0 V_0} = \frac{4}{33}$$

Рассмотрим процесс 1-3-4-1. В нём тепло подводится на участках 1-3, а работа совершается на участках 1-3 и 4-1.

$$Q_{13} = -Q_{31} = 21p_0 V_0 - A_{31} = 21p_0 V_0 + 8p_0 V_0 = 29p_0 V_0$$

$$A_{13} = -A_{31} = 8p_0 V_0$$

Процесс 4-1 изобарный. Значит, $A_{41} = p_0(V_0 - 5V_0) = -4p_0 V_0$

$$\eta_2 = \frac{\sum A}{\sum Q_{\text{нагр}}} = \frac{8p_0 V_0 - 4p_0 V_0}{29p_0 V_0} = \frac{4}{29}$$

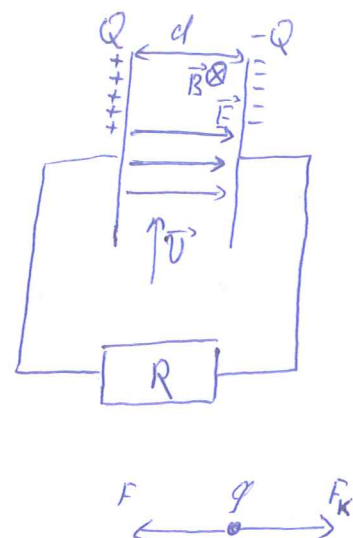
$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{4}{33} : \frac{4}{29} = \frac{29}{33} \approx 0,88$$

Ответ: $\frac{29}{33} \approx 0,88$

Чистовик

Задача 3.3.1

В проводящей жидкости есть свободные заряды. Они движутся вместе с жидкостью в магнитном поле, и значит, на них действует сила Лоренца: $|F| = qUB$. Под её воздействием положительный заряд образуется на левой пластинке, а на правой - отрицательный.



Две пластины, как конденсатор, будут создавать между собой однородное электрич. поле напряжённостью E . Данное поле также будет взаимодействовать со свободными зарядами в жидкости. Заметим, что заряд на пластинках перестанет увеличиваться, когда силы уравновесят друг друга, то есть $qE = qUB$. $qE = qUB \Rightarrow E = UB$

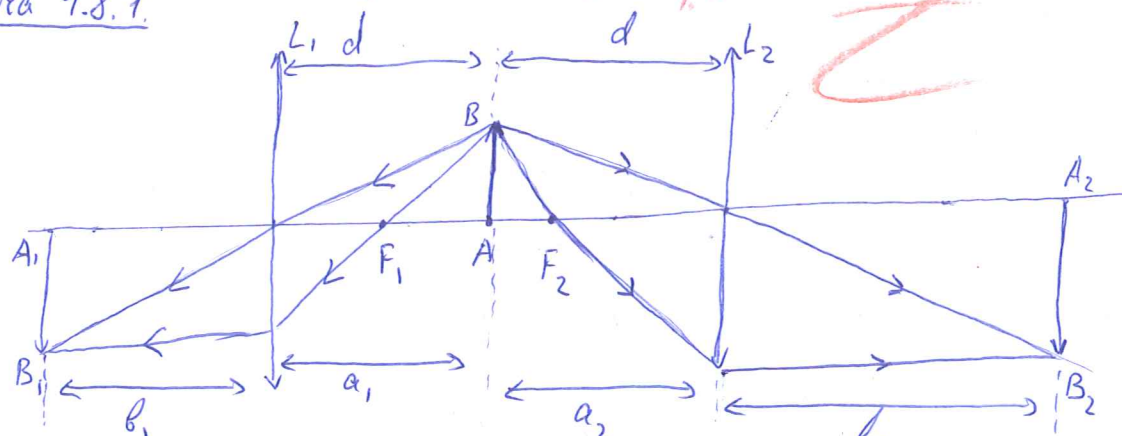
Так как поле однородно, разность потенциалов между пластинками U равна $E \cdot d$.

По закону Джоуля-Ленца: $P_m = \frac{U^2}{R} = \frac{E^2 d^2}{R} = \frac{U^2 B^2 d^2}{R}$

Тогда $d = \frac{\sqrt{P_m R}}{UB} = \frac{\sqrt{10^{-3} \cdot 0,4}}{0,1 \cdot 10^6 \cdot 10^{-2}} = \frac{\sqrt{4 \cdot 10^{-4}}}{10^{-1}} = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{10^{-1}} = 0,2(\text{м}) = 20(\text{см})$

Ответ: $d = \frac{\sqrt{P_m R}}{UB} = 0,2 \text{ м}$. *не учтено вычитр.*

Задача 4.8.1



По формуле тонкой линзы:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F} \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{ra} = \frac{1}{F} \Leftrightarrow \frac{r+1}{ra} = \frac{1}{F} \Rightarrow F = \frac{r}{r+1} a$$

$$r = \frac{b}{a} \Rightarrow b = ra$$

$$F = \frac{r}{r+1} a \Rightarrow F(r+1) = ra \Rightarrow r = \frac{F}{a-F} = \frac{1}{\frac{a}{F} - 1}$$

Черновик

$$mgh = \frac{mv^2}{2}$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$mv = 2mU \Rightarrow U = \frac{v}{2}$$

$$U = \sqrt{\frac{gh}{2}}$$

$$mg = k\Delta x$$

$$2mg = 2k\Delta x$$

$$\frac{2mU^2}{2} + \frac{k\Delta x^2}{2}$$

$$2m\ddot{x} + kx = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{2m}}$$

$$x(t) = X_{\max} \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$\dot{x} = X_{\max} \sin(\varphi_0)$$

$$X_{\max} = X_{\max} \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$\frac{2mU^2}{2} = \frac{kX_2^2}{2} - \frac{k\Delta x^2}{2}$$

$$X_2^2 - \Delta x^2 = \frac{2mU^2}{k} = \frac{U^2}{\omega^2}$$

$$X_2 = \sqrt{\frac{U^2}{\omega^2} + \Delta x^2} = X_{\max}$$

$$\frac{4}{33}$$

$$\frac{2900}{18787}$$

$$\frac{\frac{4}{33}}{\frac{4}{29}} = \frac{29}{33}$$

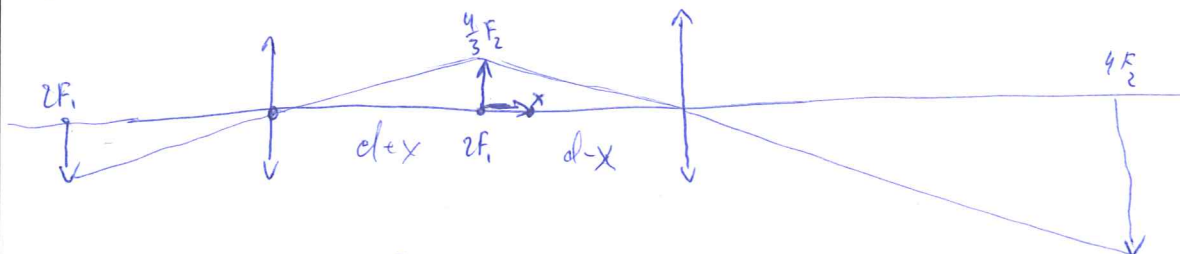
Q	A	ΔU
1-2	3 p0 V0	3 p0 V0
2-3	30 p0 V0	12 p0 V0
3-4	13 p0 V0	-4 p0 V0
Σ	49 p0 V0	21 p0 V0

Q	A	ΔU
1-3	29 p0 V0	8 p0 V0
3-4	-15 p0 V0	0
4-1	-4 p0 V0	-15 p0 V0
Σ	4	0

$$P_m = \frac{U^2}{R} = \frac{E^2 d^2}{R} = \frac{U^2 B^2 d^2}{R} \quad d = \frac{\sqrt{P_m R}}{UB}$$

$$qE = qUB$$

$$P = \frac{b}{a} \Rightarrow b = Pa$$



$$\frac{1}{a} + \frac{1}{ra} = \frac{1}{F_2} \Rightarrow \frac{r+1}{ra} = \frac{1}{F_2} \Rightarrow F_2 = \frac{r}{r+1} a$$

$$dF_2 + xF_2 = dF_1 - xF_1$$

$$x = \frac{d(F_1 - F_2)}{F_1 + F_2}$$

$$\frac{d+x}{F_1} = \frac{d-x}{F_2}$$

$$a = \frac{r+1}{r} F$$

74-90-52-51
(1.5)

Чистовик

Изображение первой линзы без увеличения, то есть $P_1 = 1$

$$F_1 = \frac{P_1}{P_1 + 1} a_1 = \frac{1}{2} a_1 = \frac{1}{2} d$$

$$P_2 = P = 3, \text{ то есть } F_2 = \frac{P}{P+1} d = \frac{3}{4} d$$

Сдвинем стержень на x влево (в сторону первой линзы).

$$\text{Тогда } a_1' = a_1 - x = d - x; a_2' = a_2 + x = d + x$$

$$\text{По выведенной ранее формуле: } P_1' = P_2' \Leftrightarrow \frac{1}{\frac{a_1'}{F_1} - 1} = \frac{1}{\frac{a_2'}{F_2} - 1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{a_1'}{F_1} = \frac{a_2'}{F_2} \Leftrightarrow \frac{d-x}{F_1} = \frac{d+x}{F_2} \Rightarrow (d-x)F_2 = (d+x)F_1 \Leftrightarrow dF_2 - xF_2 = dF_1 + xF_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{dF_2 - dF_1}{F_1 + F_2} = d \frac{F_2 - F_1}{F_1 + F_2} = d \frac{\frac{P}{P+1}d - \frac{1}{2}d}{\frac{1}{2}d + \frac{P}{P+1}d} = d \frac{(\frac{P}{P+1} - \frac{1}{2})}{(\frac{P}{P+1} + \frac{1}{2})} = d \frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{2}}{\frac{3}{4} + \frac{1}{2}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{4}d}{(\frac{5}{4})} = \frac{1}{5}d = \frac{1}{5} \cdot 25 \text{ см} = 5 \text{ см}$$

Ответ: 5 см.

Задача 5.8.1

Заметим, что все лучи отражённые от зеркала 3 эквивалентны лучам, исходящим из мнимого источника S' .

Он располагается симметрично цели на расстоянии h от зеркала.

Заметим, что $2h \ll L$. А значит, лучи от двух источников практически параллельны. Будем считать их таковыми.

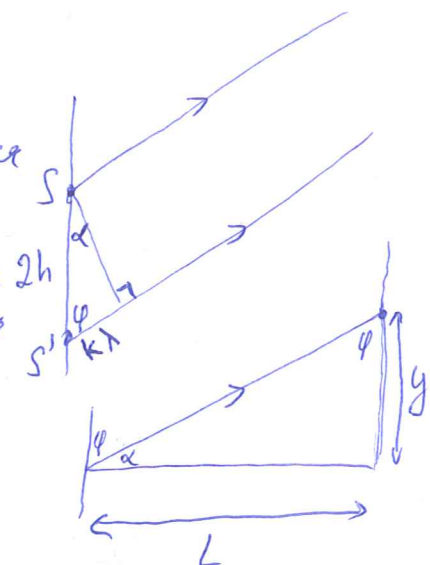
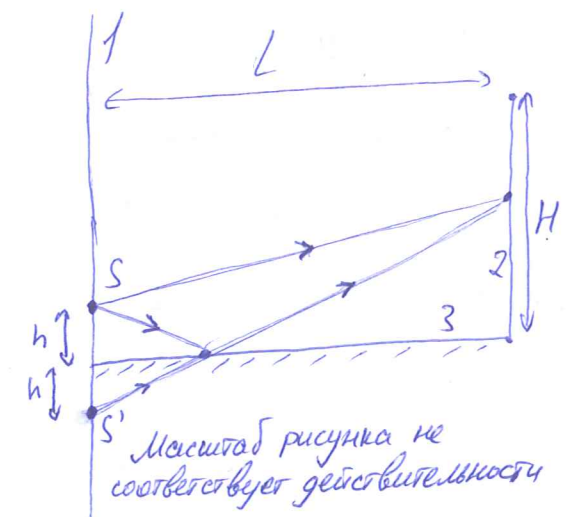
Пусть на расстоянии y от зеркала образовался интерференционный максимум. Лучи туда идут под углом α к зеркалу и $\varphi = 90^\circ - \alpha$ к вертикали. $2h$

Тогда разность хода лучей от двух источников будет равна $2h \cos \varphi = 2h \sin \alpha = k\lambda$, где $k \in \mathbb{Z}$

С другой стороны, $\tan \alpha = \frac{y}{L}$

$$y \leq H \ll L \Rightarrow \alpha \approx \sin \alpha \approx \tan \alpha \Rightarrow \frac{k\lambda}{2h} \approx \alpha \approx \frac{y}{L}$$

$$y = \frac{k\lambda L}{2h} \leq H \Rightarrow k \leq \frac{2hH}{\lambda L}$$



Чистовик

Заметим, что каждый интерференционный максимум задаётся соответствующим k . Значит, $N = k_{\max} = \left\lfloor \frac{2hH}{\lambda L} \right\rfloor$

$$N = \left\lfloor \frac{2hH}{\lambda L} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{2 \cdot (10^{-3} \text{ м}) \cdot (5 \cdot 10^{-2} \text{ м})}{(0,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}) \cdot 1 \text{ м}} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{10 \cdot 10^{-5}}{0,5 \cdot 10^{-6}} \right\rfloor = 200$$

Ответ: 200 полос.

Задача 1.1.1.

Найдём вертикальную скорость мячика перед столкновением с бруском. Из ЗСЭ следует, что $mgh = m \frac{v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$

По ЗСИ для системы шарик-брусок следует, что $2mv = mv + 0 \Rightarrow v = \frac{v}{2}$, где v — их скорость после соударения.

$$v = \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{gh}{2}}$$

До соударения брусок был неподвижен, то есть $F_{y1} = mg$ или $mg = kl$, где l — сжатие пружины от н.е. её полной длины (Н.В.).

После соударения положение равновесия изменилось

$$F_{y2} = 2mg \Rightarrow F_{y2} = 2kl \Rightarrow |OA| = 2l$$

Для гармонических колебаний пружины

$$\text{верна формула: } \omega = \sqrt{\frac{k_{\text{общ}}}{m_{\text{общ}}}} = \sqrt{\frac{k}{2m}} \Rightarrow k = 2m\omega^2 \Rightarrow l = \frac{g}{2\omega^2}$$

Запишем ЗСЭ для системы для положений В и С, где С — точка с макс. высотой, $x = |AC|$

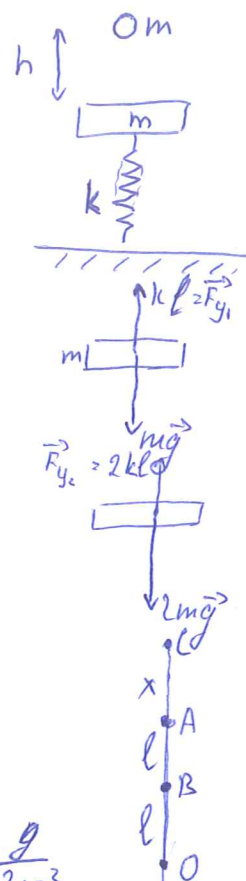
$$\frac{2mv^2}{2} + \frac{kl^2}{2} = \frac{kx^2}{2} + mg(x+l), \text{ т.к. скорость в верхней точке нулевая}$$

$$m \cdot \frac{gh}{2} + 2m\omega^2 \cdot \frac{g^2}{4\omega^4} \cdot \frac{1}{2} = m\omega^2 x^2 + mgx + \frac{mg^2}{2\omega^2} \quad | : m\omega^2$$

$$\frac{gh}{2\omega^2} + \frac{g^2}{4\omega^4} = x^2 + \frac{g}{\omega^2} x + \frac{g^2}{2\omega^4}$$

$$x^2 + \frac{g}{\omega^2} x + \left(\frac{g^2}{4\omega^4} - \frac{gh}{2\omega^2} \right) = 0$$

$$x = \frac{-\frac{g}{\omega^2} \pm \sqrt{\frac{g^2}{\omega^4} - \left(\frac{g^2}{\omega^4} - \frac{2gh}{\omega^2} \right)}}{2} = -\frac{g}{2\omega^2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2gh}{\omega^2}}$$



Чистовик

Данные 2 решения являются верхним и нижним максимумами.
Мы ищем верхний $\Rightarrow$ нужен знак "+"

$$x = \frac{\sqrt{2gh}}{2\omega} - \frac{g}{2\omega^2}$$

Заметим, что $|OC| = x + 2l$ - амплитуда гармонических колебаний

$$A = x + 2l = \frac{\sqrt{2gh}}{2\omega} + \frac{g}{2\omega^2} + \frac{g}{\omega^2} = \frac{\sqrt{2gh}}{2\omega} + \frac{g}{\omega^2}$$

$$\text{Тогда } x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$\text{Для } t=0: l = A \sin \varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = \arcsin\left(\frac{l}{A}\right) \Rightarrow \sin \varphi_0 = \frac{l}{A}$$

$$v(t) = \omega A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$\text{Для } t=0: -u = \omega A \cos \varphi_0 \Rightarrow \cos \varphi_0 < 0 \Rightarrow \varphi_0 = \pi - \arcsin\left(\frac{l}{A}\right)$$

Максимальная высота будет при $\sin(\omega t + \varphi_0) = 1 \Rightarrow \omega t + \varphi_0 = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$
 $\varphi_0 > \frac{\pi}{2} \Rightarrow$ следующий максимум будет при $k=1 \Rightarrow \tau = \frac{\frac{\pi}{2} - \varphi_0}{\omega} = \frac{\frac{3}{2}\pi + \arcsin\frac{l}{A}}{\omega}$

$$\tau = \frac{\frac{3}{2}\pi + \arcsin\left(\frac{\frac{g}{2\omega^2}}{\frac{g}{2\omega^2} + \frac{\sqrt{2gh}}{2\omega}}\right)}{\omega} = \frac{\frac{3}{2}\pi + \arcsin\left(\frac{\frac{10\omega/c^2}{2 \cdot 5^2 c^{-2}}}{\frac{10\omega/c^2}{2 \cdot 5^2 c^{-2}} + \frac{\sqrt{2 \cdot 10\omega/c^2 \cdot 0,2m}}{2 \cdot 5 c^{-1}}}\right)}{5 c^{-1}}$$

$$= \frac{\frac{3}{2}\pi + \arcsin\left(\frac{\frac{10}{50}}{\frac{10}{50} + \frac{2}{10}}\right)}{5} = \frac{\frac{3}{2}\pi + \arcsin\frac{1}{2}}{5} = \frac{\frac{3}{2}\pi + \frac{\pi}{6}}{5} = \frac{2}{6}\pi = \frac{\pi}{3} (c)$$

$$\tau \approx 1,03 c \quad \tau \approx \frac{3,14}{3} c \approx 1 c$$

Ответ: $\frac{\pi}{3} \approx 1,03 c$, $\frac{\pi}{3} \approx 1 c$.