



98-20-08-72
(92.2)



Время 12⁴¹ - 12⁴⁴

Сумма: 15 01

[Handwritten signature]

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант _____

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Ломоносов"
наименование олимпиады

по ИЗО
профиль олимпиады

Ковалева Данила Ильич
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«21» 03 2026 года

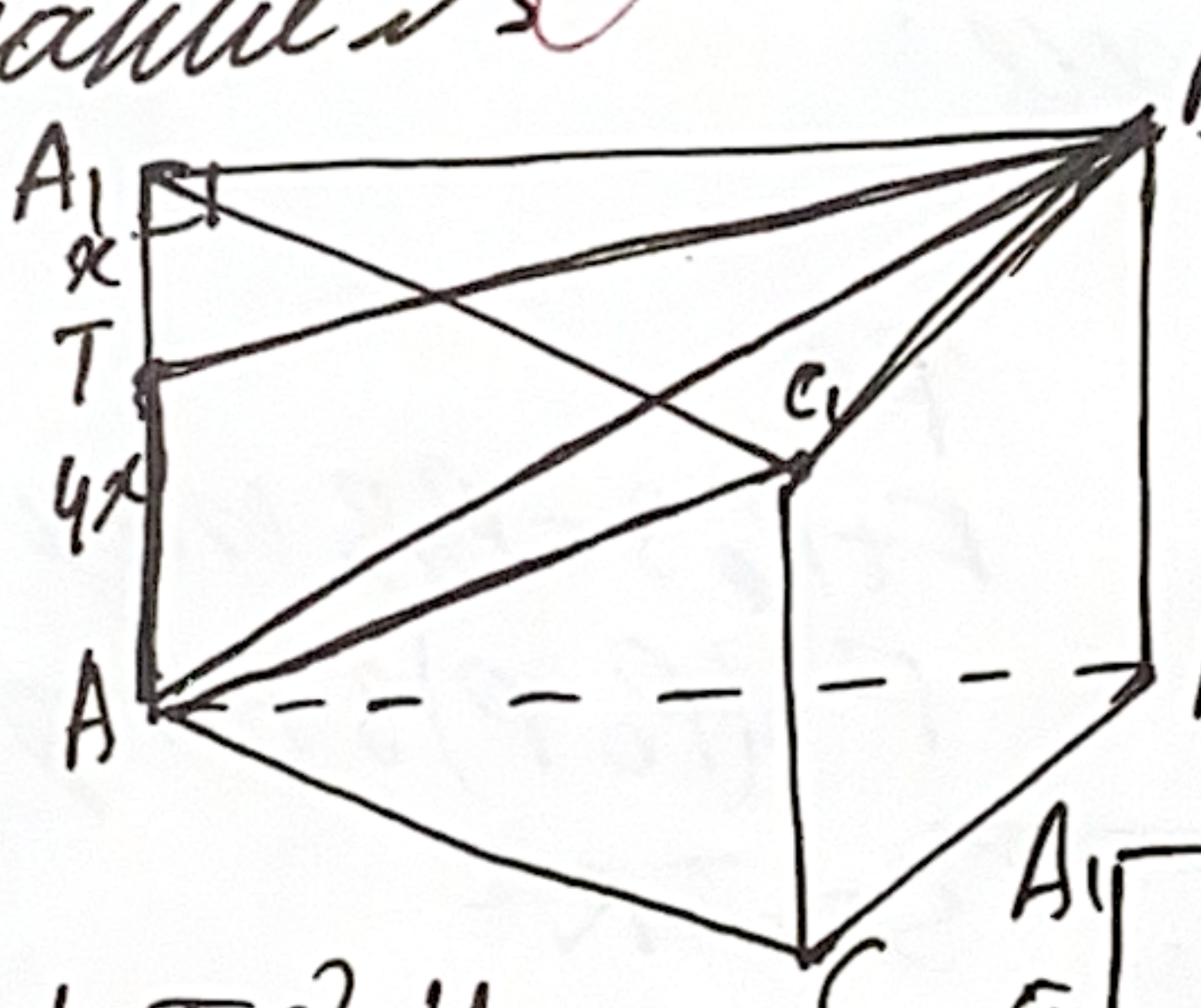
Подпись участника
[Handwritten signature]

98-20-08-72
(92.2)

Черновик:

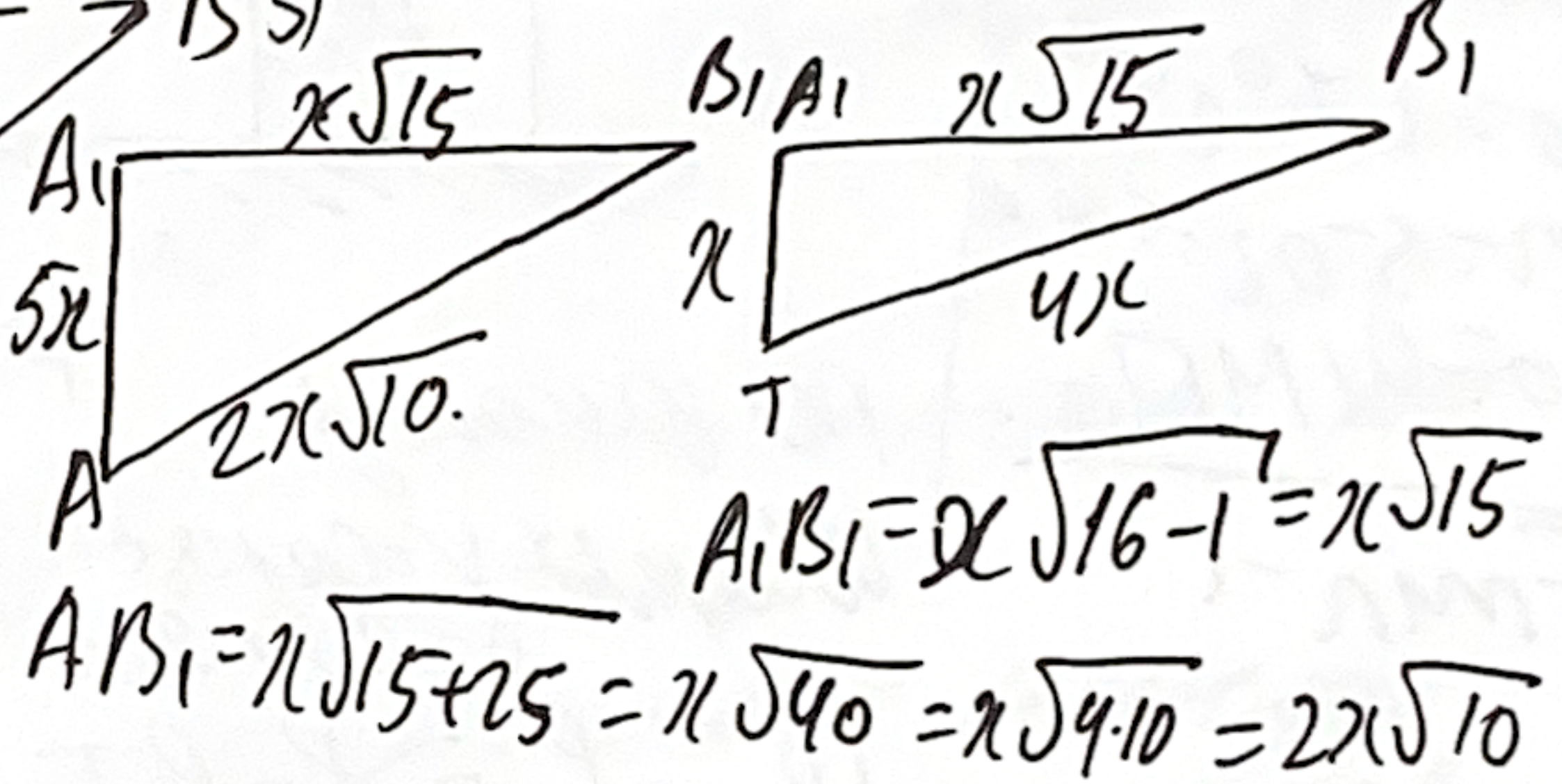
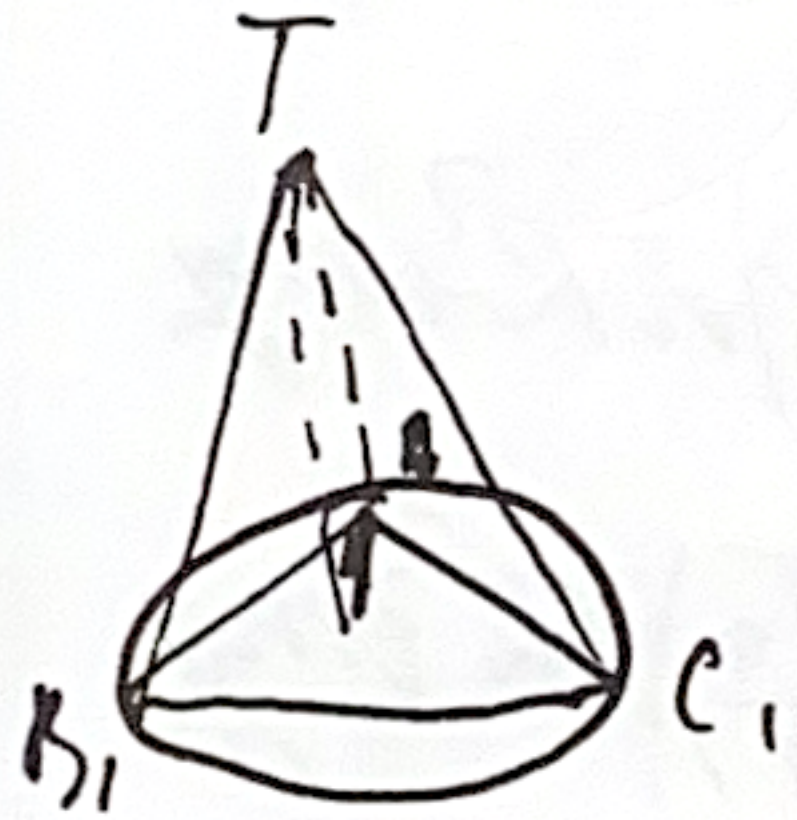
Реш по Беларус Лист №1
H=5 см.

Задача №3



- 1) $AT \perp BC$; $AT = r$
- 2) TA, B_1, C_1 - равноудалены от точки $T \Rightarrow TB_1 = 4r$.

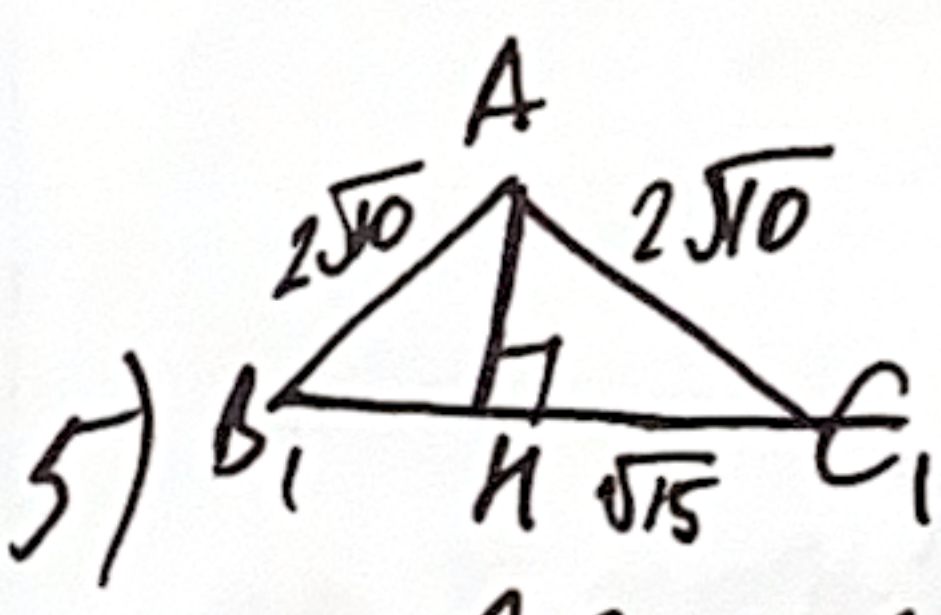
$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$



$$AB_1 = r\sqrt{15+25} = r\sqrt{40} = 2r\sqrt{10}$$

4) $AB_1 = 2\sqrt{15}$ $AA_1 = H = 5$ см.

$AA_1 = 5r$ $5r = 5 \Rightarrow r = 1$
 $AB_1 = 2r\sqrt{10}$ $AB_1 = \sqrt{15}$ см
 $B_1T_1 = 4r$ $AA_1 = 5$ см
 $AT = r$ $AB_1 = 2\sqrt{10}$ см
 $B_1T_1 = 4$ см
 $A_1T = 1$ см.



5) $AB_1 = AC_1 \Rightarrow \Delta AB_1C_1$ - равнобедренный. Проведем высоту AH .

$AB_1 = AC_1 \Rightarrow \Delta AB_1C_1$ - равнобедренный
 $B_1C_1 = AB_1 = \sqrt{15}$
 $B_1H = \frac{\sqrt{15}}{2}$ - по св-ву высоты, проведенной из вершины Δ пр-ка.

$$AH = \sqrt{40 - \frac{15}{4}} = \sqrt{\frac{160 - 15}{4}} = \sqrt{\frac{145}{4}} = \frac{\sqrt{145}}{2}$$

6) $S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{2\sqrt{10} \cdot 2\sqrt{10} \cdot \sqrt{15}}{4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{15} \cdot \frac{\sqrt{145}}{2}} = \frac{(2\sqrt{10})^2 \cdot 2\sqrt{15}}{4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{15} \cdot \frac{\sqrt{145}}{2}} = \frac{40 \cdot 2\sqrt{15}}{2 \cdot \sqrt{15} \cdot \sqrt{145}} = \frac{40}{\sqrt{145}} = \sqrt{\frac{320}{29}}$

7) Высота конуса: т.к. AT - образующая,

то $H = \sqrt{AT^2 - R^2} = \sqrt{16 - \frac{320}{29}} = \sqrt{\frac{464 - 320}{29}} = \sqrt{\frac{144}{29}} = \frac{12}{\sqrt{29}}$

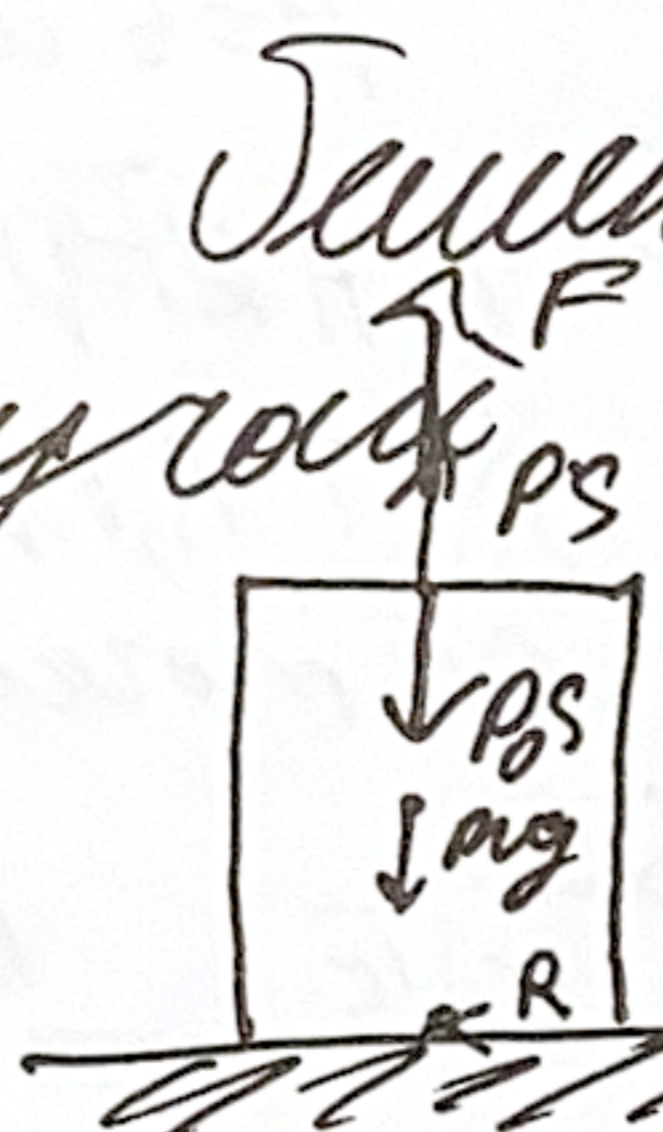
8) $V = \frac{\pi R^2 H}{3} = \frac{\pi \cdot \frac{320}{29} \cdot \frac{12}{\sqrt{29}}}{3} = \frac{320 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 12}{3 \cdot 29 \cdot \sqrt{29}} = \frac{12800\pi}{29\sqrt{29}} = \sqrt{\frac{144}{29}}$

1	2	3	4	5	6	7
5	20	15	20	15	5	80

Черновик:
Задача №2.

Дано:
 $H = 8 \text{ см} = 8 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
 $R = 3 \text{ см} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
 $t = 57^\circ \text{ С}$
 $t_0 = 27^\circ \text{ С}$
 $m = 50 \text{ г} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$
 $P_0 = 0,1 \text{ МПа}$

Ищем:



1 цилиндр

$$F + P_s = P_0 S + mg$$

$$F = (P_0 - P) S + mg$$

$$S = \pi R^2$$

по закону $F = (P_0 - P) \pi R^2 + mg$

Условие $v = \text{const}$
 $\rho = \text{const}$
 $\frac{P_0}{T} = \frac{P}{T_0} \Rightarrow P = \frac{P_0 T_0}{T}$

$$F = P_0 \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \pi R^2 + mg$$

$F_{\min} = ?$

2 цилиндра



$$F \sqrt{R^2 + H^2} + P_s R = P_0 S R + mg R$$

$$F = \frac{(P_0 - P) S R + mg R}{\sqrt{R^2 + H^2}}$$

$$F = \frac{P_0 \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \pi R^3 + mg R}{\sqrt{R^2 + H^2}}$$

$F'' = mg$

$F > F'$ $\frac{\sqrt{R^2 + H^2}}{R} \Rightarrow F_{\min} = \min[F', F'']$

т.к. $F' > F''$ $F_{\min} = \frac{P_0 \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \pi R^3 + mg R}{\sqrt{R^2 + H^2}}$

$$= 10^{-4} \left(1 - \frac{300}{330}\right) \pi 27 \cdot 10^{-8} + 50 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^{-2}$$

$$\frac{\sqrt{(3 \cdot 10^{-2})^2 + (8 \cdot 10^{-2})^2}}{3 \cdot 10^{-2}}$$

$$= 10^{-4} \frac{27}{11} \pi + 150 \cdot 10^{-4}$$

0,77

$$= 10^{-4} \frac{27}{11} \pi + 150 \cdot 10^{-4}$$

$$\frac{10^{-4} \sqrt{49 \cdot 10^{-4} + 84 \cdot 10^{-4}}}{11}$$

$$= 10^{-4} \sqrt{0,01} \approx 0,01$$

98-20-08-72
(92.2)

Черновик:

Дано:

$R = 25 \text{ см}$

$r_1 = 21 \text{ см}$

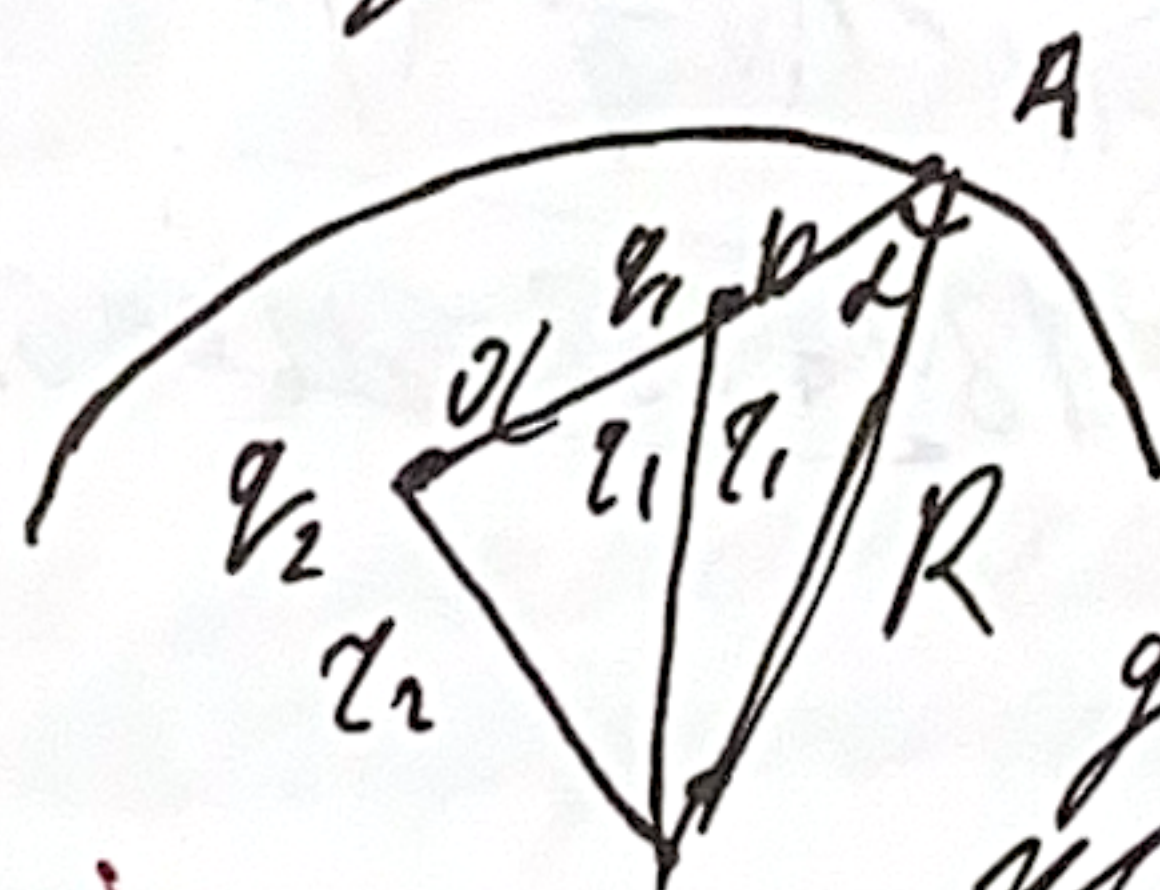
$r_2 = 19 \text{ см}$

$q_1 = q$

$q_2 = -4q$

$a = ?$

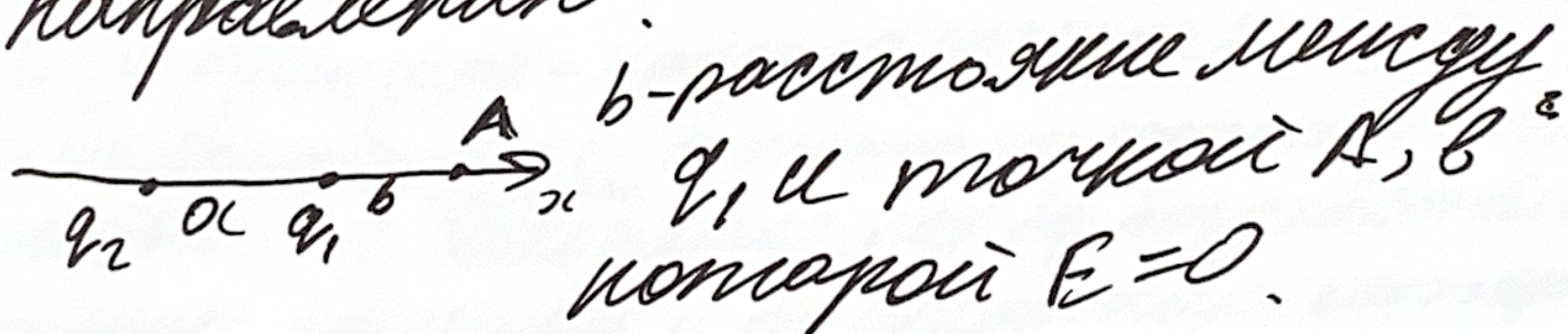
задача
мест №3
 α -расстояние между зарядами
 $\vec{E} = 0; \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$



$E_1 = E_2$

Корректность
двух зарядов даль-
ности быть равны

по модулю и противоположны по
направлению.



$\frac{|q_1|}{b^2} = \frac{|q_2|}{(a+b)^2}$ (1)

$\frac{a+b}{b} = \sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}} \Rightarrow \frac{a}{b} + 1 = \sqrt{\frac{4q}{q}} \Rightarrow \frac{a}{b} + 1 = 2 \Rightarrow \frac{a}{b} = 1 \Rightarrow a = b$

по теореме косинусов $r_1^2 = b^2 + R^2 - bR \cos \alpha$

$r_2^2 = (a+b)^2 + R^2 - (a+b)R \cos \alpha$

$\frac{b^2 + R^2 - r_1^2}{bR} = \frac{(a+b)^2 + R^2 - r_2^2}{(a+b)R} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{(a+b)^2 + R^2 - r_2^2}{(a+b)R}$

$\frac{b^2 + R^2 - r_1^2}{bR} = \frac{b^2 \frac{|q_2|}{|q_1|} + R^2 - r_2^2}{b \sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}} R}$

$b \sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}} + \sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}} (R^2 - r_2^2) = b \frac{|q_2|}{|q_1|} + R^2 - r_2^2$

$b^2 \left(\frac{\sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}}}{\sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}}} - \frac{\sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}}}{\sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}}} \right) = R^2 - r_2^2 + \frac{\sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}}}{\sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}}} (R^2 - r_2^2)$

$b^2 = R^2 - r_2^2 - \frac{\sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}}}{\sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}}} (R^2 - r_2^2) = \frac{R^2 - r_2^2 + \frac{\sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}}}{\sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}}} (R^2 - r_2^2)}{\left(\frac{\sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}}}{\sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}}} - 1 \right)}$

$a^2 = b^2 \left(\frac{\sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}}}{\sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}}} - 1 \right)^2 = \frac{R^2 - r_2^2 + \frac{\sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}}}{\sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}}} (R^2 - r_2^2)}{\left(\frac{\sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}}}{\sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}}} - 1 \right)^2} =$

Черныш

лист 14

$$a^2 = (R^2 - r_1^2) \cdot \frac{\sqrt{a_1}}{\sqrt{a_1}} \cdot \frac{(R^2 - r_1^2)}{\sqrt{a_1}} \cdot \left(\frac{\sqrt{a_1}}{\sqrt{a_1}} - 1 \right) =$$

$$= (25^2 - 21^2) \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} \cdot \frac{(25^2 - 21^2)}{\sqrt{a}} \cdot \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} - 1 \right) =$$

$$= (184 \cdot \frac{1}{2} \cdot 264) \cdot (2 - 1) = 184 \cdot 132 = 24288 \Rightarrow a = \sqrt{24288}$$

См

98-20-08-72
(92.2)

Чистовик:

лист №5

Задание №5

А) Порода покоуяется под давлением, воздействием ^{или} температуры, газов-шле-
ют метаморфические преобразования.
Слань, Гнейс, мрамор, Амфиболит являются
своими метаморфическими породами.

Особенности:

- 1) Текстура: Сланчатая (Слань), паучья
малая (Гнейс), массивная (мрамор).
- 2) Структура - кристаллическая.
- 3) Отсутствует биогенный отложения (скелета,
раковин), т.к. ^{порода} покоуется под вз воздействием
высоким давлением и температур, которые
разрушают отложения.
- 4) Высокая прочность.

Практическое значение:

- 1) Строительный камень
- 2) Облицовочный материал.
- 3) Искусство: строительство
памятников, скульптур.

ответ
достаточно
полный

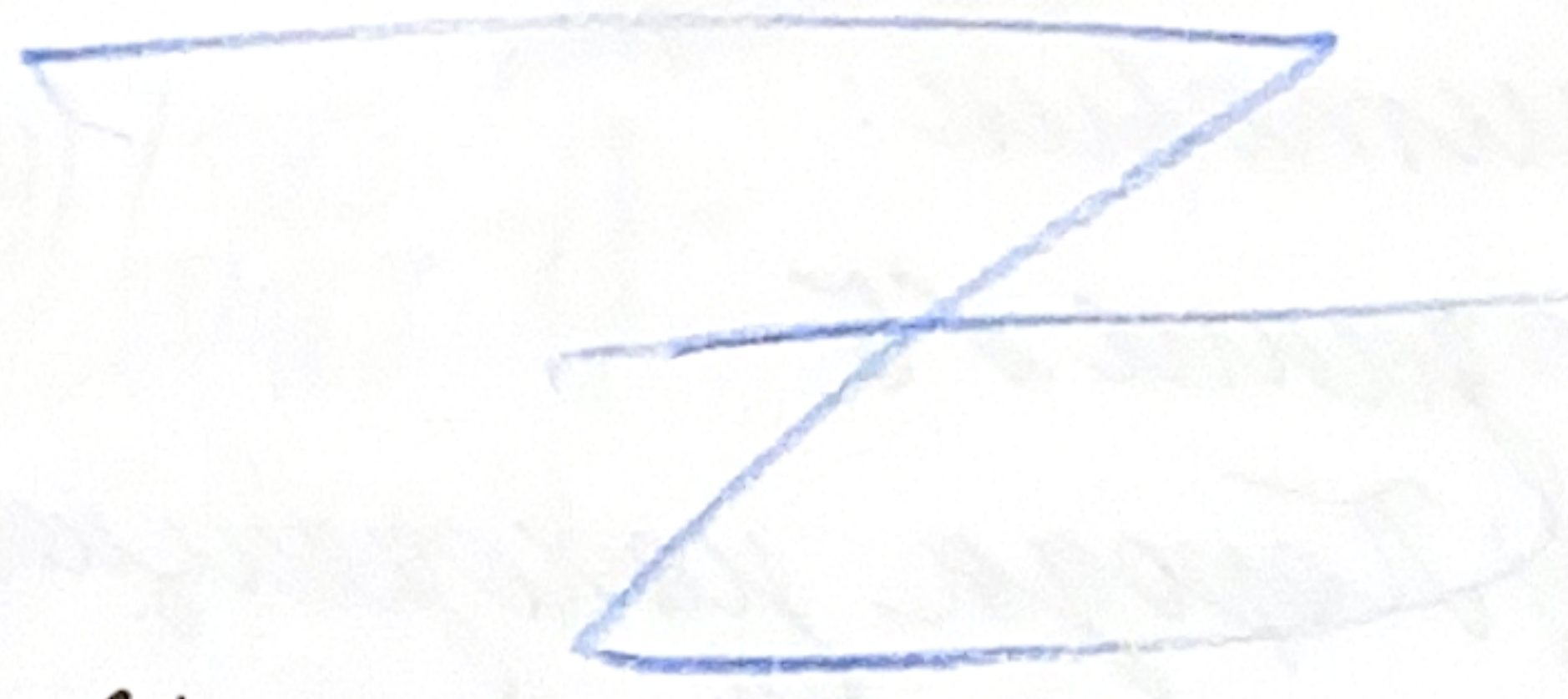
Задание №6

Четко выражены сигналы реки, из-за до-
новой эрозии. Прямая линия поймы, за-
тапливаемая при паводках. Происходит
оплывающая берега. Выветривание
освал высокого берега. Половые различные
террасы.

очень кратко

Лист № 6

Чистовик:



Задача № 4

Дано:

$R = 25 \text{ см}$

$r_1 = 21 \text{ см}$

$r_2 = 19 \text{ см}$

$q_1 = q$

$q_2 = -4q$

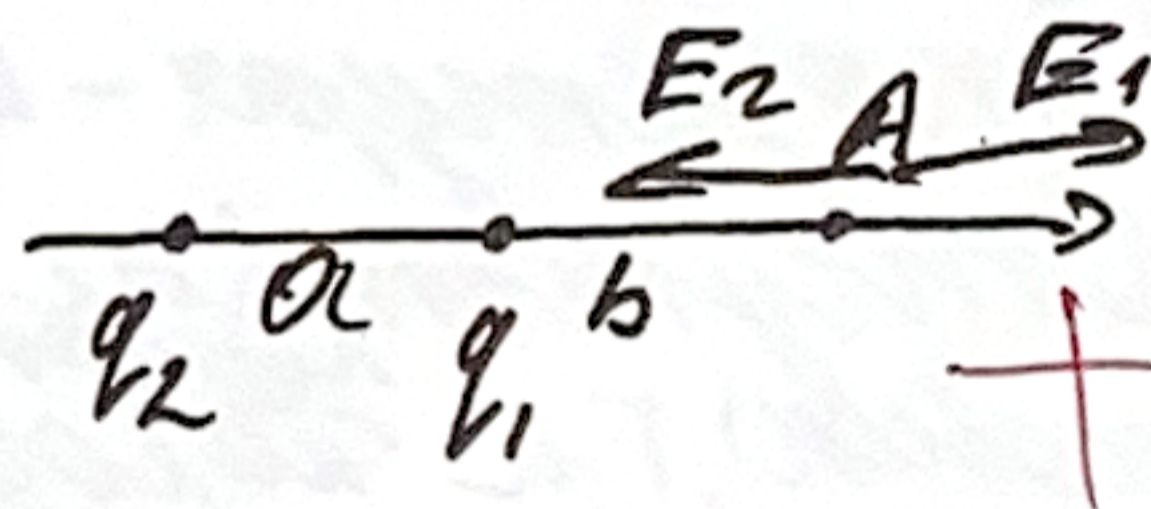
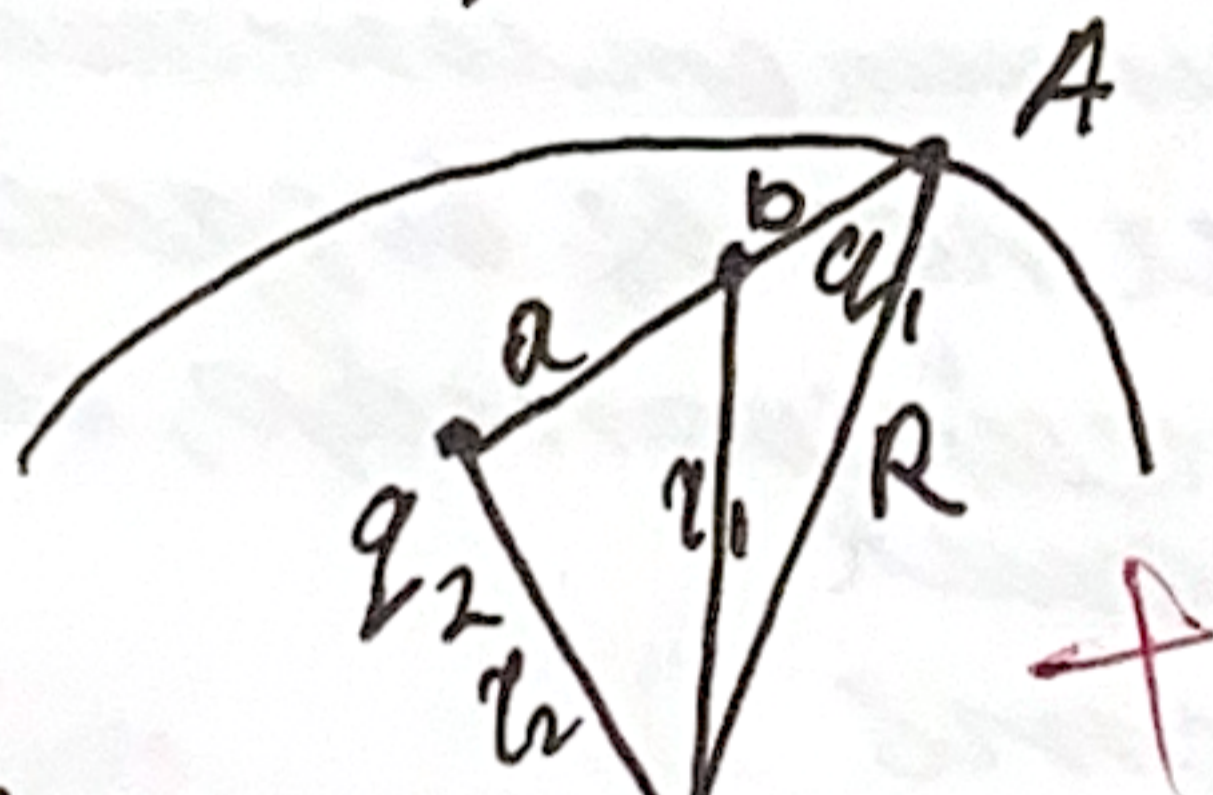
$\alpha = ?$

Решение:

Заряды q_1 и q_2 создают напря-
женность E_1 и E_2 соответственно.

Т.к. в точке А $\vec{E} = 0$
 $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

Значит, напряженности равны
по модулю и противоположны
по направлению.



$E_1 = E_2$

$\frac{|q_1|}{b^2} = \frac{|q_2|}{(a+b)^2} \quad (1)$

$\frac{a+b}{b} = \sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}} \Rightarrow a+b = b \sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}} \quad (1')$

$a = b \left(\sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}} - 1 \right) \quad (1'')$

по теореме косинусов:

$r_1^2 = b^2 + R^2 - bR \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{b^2 + R^2 - r_1^2}{2bR}$

$r_2^2 = (b+a)^2 + R^2 - (a+b)R \cos \alpha$

$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{(b+a)^2 + R^2 - r_2^2}{(a+b)R}$

$\frac{b^2 + R^2 - r_1^2}{bR} = \frac{(b+a)^2 + R^2 - r_2^2}{(a+b)R}$

Используя (1'), найдем a

$\frac{b^2 + R^2 - r_1^2}{b} = \frac{(b+a)^2 + R^2 - r_2^2}{\frac{a+b}{b} \sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}}}$

$b^2 \sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}} + \sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}} (R^2 - r_1^2) = b^2 \frac{|q_2|}{|q_1|} + R^2 - r_2^2$

$b^2 \left(\sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}} - \frac{|q_2|}{|q_1|} \right) = R^2 - r_2^2 + \sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}} (r_1^2 - R^2)$

$b^2 = \frac{R^2 - r_2^2 + \sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}} (r_1^2 - R^2)}{\sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}} (1 - \sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}})} = \frac{r_2^2 - R^2 + \sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}} (R^2 - r_1^2)}{\sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}} (\sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}} - 1)}$

$$\alpha^2 = b^2 \left(\sqrt{\frac{R^2}{r_1^2}} - 1 \right)^2 = r_0^2 - R^2 + \sqrt{\frac{10r_1}{r_1}} (R^2 - r_1^2) \left(\sqrt{\frac{10r_1}{r_1}} - 1 \right) =$$

$$= r_0^2 - R^2 + \left(R^2 - r_1^2 \right) \left(\sqrt{\frac{10r_1}{r_1}} - 1 \right)$$

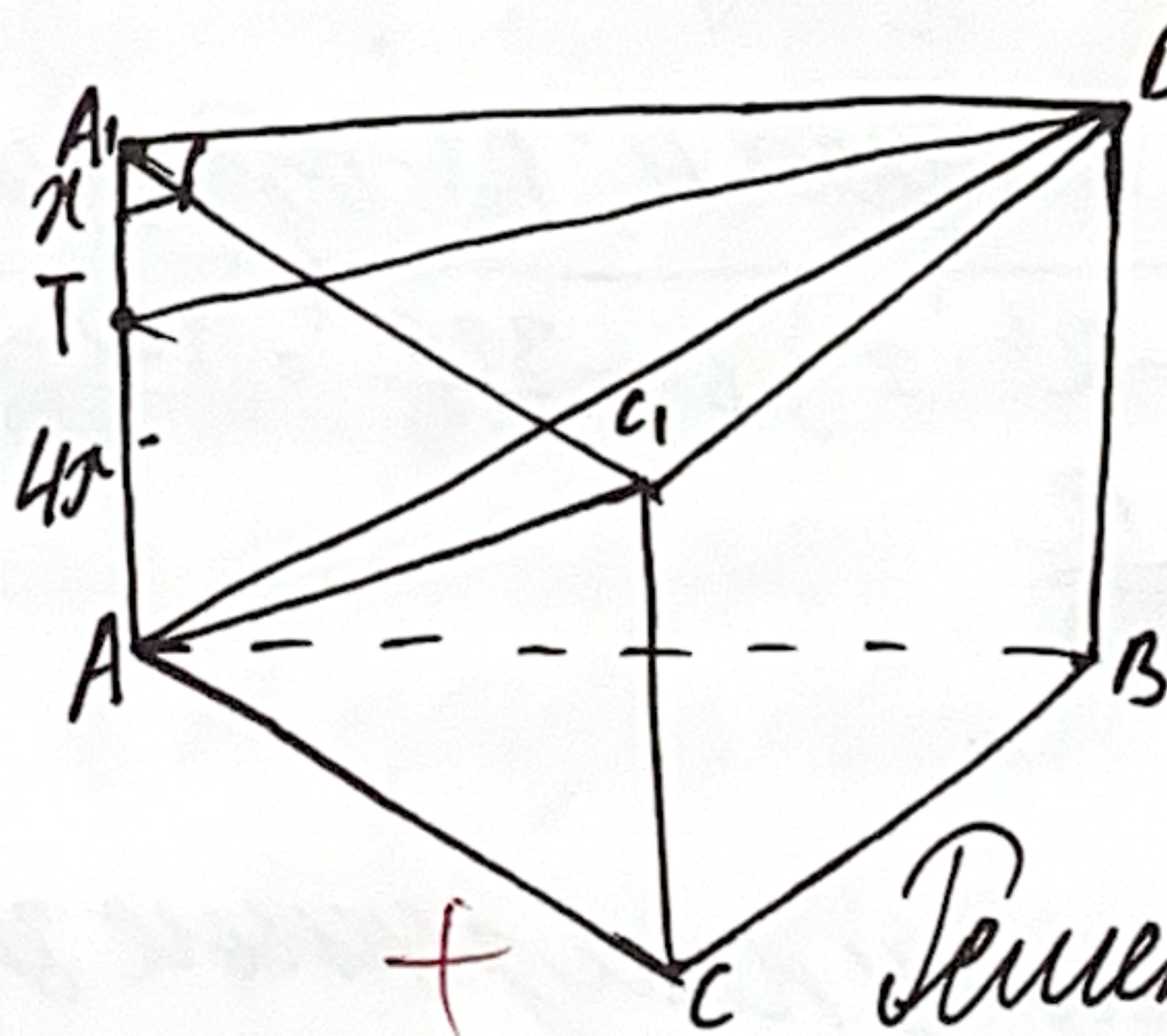
$$\alpha = \sqrt{\left(R^2 - r_1^2 + \sqrt{\frac{10r_1}{r_1}} (R^2 - r_1^2) \right) \left(\sqrt{\frac{10r_1}{r_1}} - 1 \right)}$$

$$\alpha = \sqrt{\left(-r_1^2 + R^2 + \sqrt{\frac{10r_1}{r_1}} (R^2 - r_1^2) \right) \left(\sqrt{\frac{10r_1}{r_1}} - 1 \right)} = \sqrt{264 + \frac{1}{2} \cdot 1086} = \sqrt{264 + 533} =$$

Ответ: $\alpha = \sqrt{-r_1^2 + R^2 + \sqrt{\frac{10r_1}{r_1}} (R^2 - r_1^2) \left(\sqrt{\frac{10r_1}{r_1}} - 1 \right)} = \sqrt{264} \cdot \sqrt{52} = 7,2 \text{ см}$

Задача №3

ответ 6,2 см



Дано: $h = 5 \text{ см}$

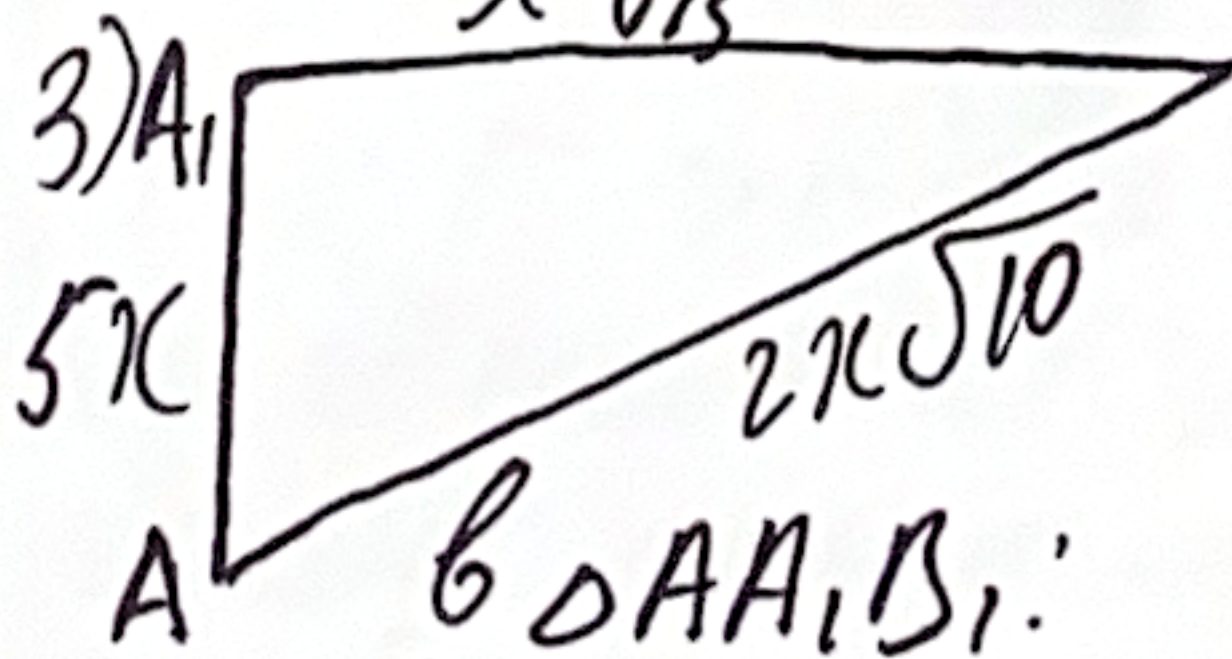
$$\frac{AT}{A_1T} = 4$$

Найти: $V_{\text{конуса}}$?

1) Пусть $AT = x$

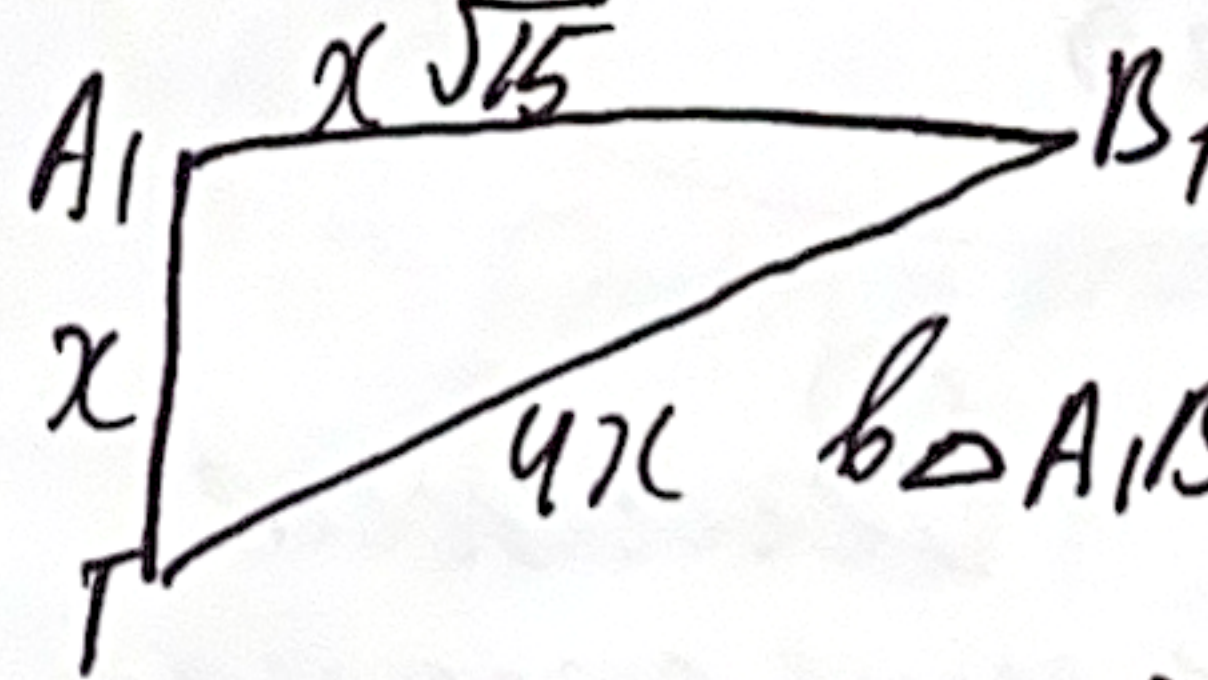
Плоскости A, C_1, B_1 - равноудалены от точки $T \Rightarrow$
 \Rightarrow через них пройдет основание конуса.

2) Пусть $A_1T = 4x, AT = x \Rightarrow B_1T = 4x$



$$AA_1 = 5x$$

$$AB_1 = x\sqrt{15+25} = 2x\sqrt{10} - \text{по т. Пифагора.}$$



$$\text{в } \triangle A_1B_1T: A_1T = x, B_1T = 4x$$

$$A_1B_1 = \sqrt{16-1} = x\sqrt{15} - \text{по т. Пифагора}$$

4) $AA_1 = 5x, AA_1 = 5x$

$$5 = 5x \Rightarrow x = 1$$

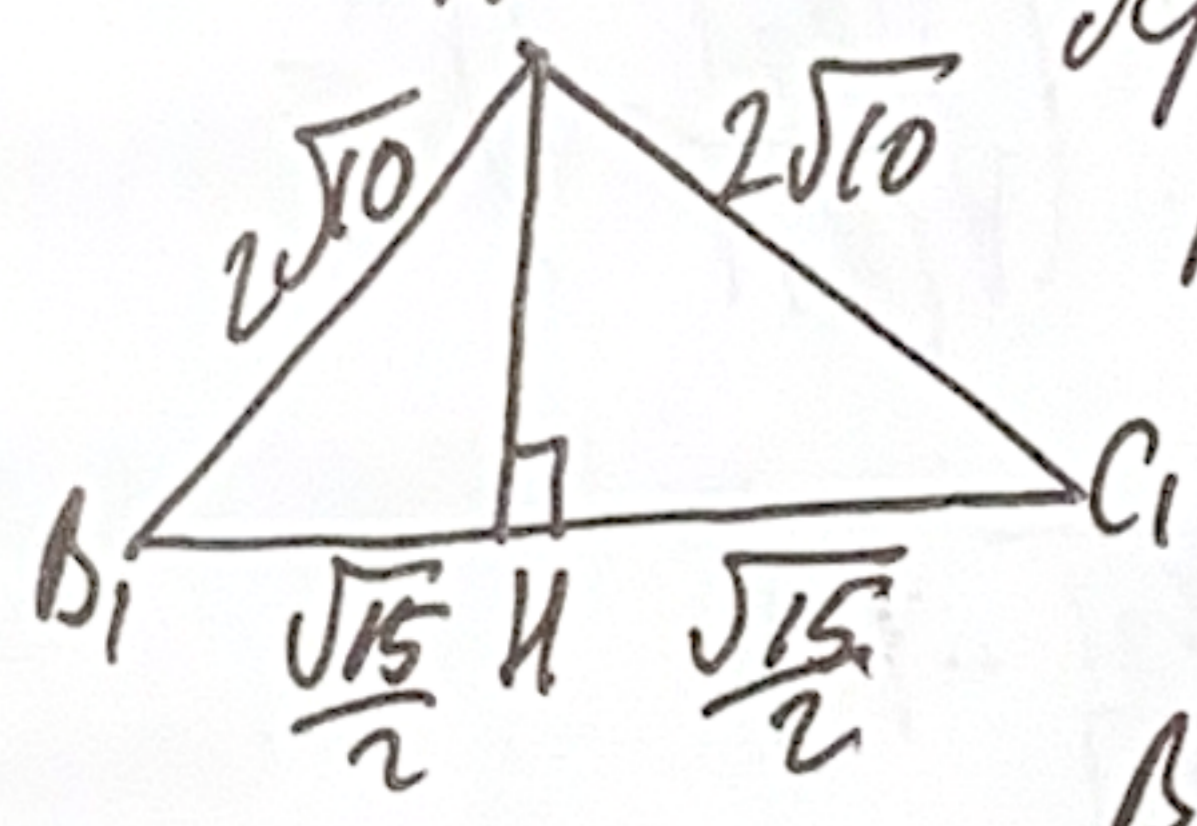
5) Значит $AA_1 = 5, A_1T = 1$

$$AB_1 = 2\sqrt{10}, B_1T = 4$$

$$A_1T = 1, A_1B_1 = \sqrt{15}$$

6) штабик

лист № 3

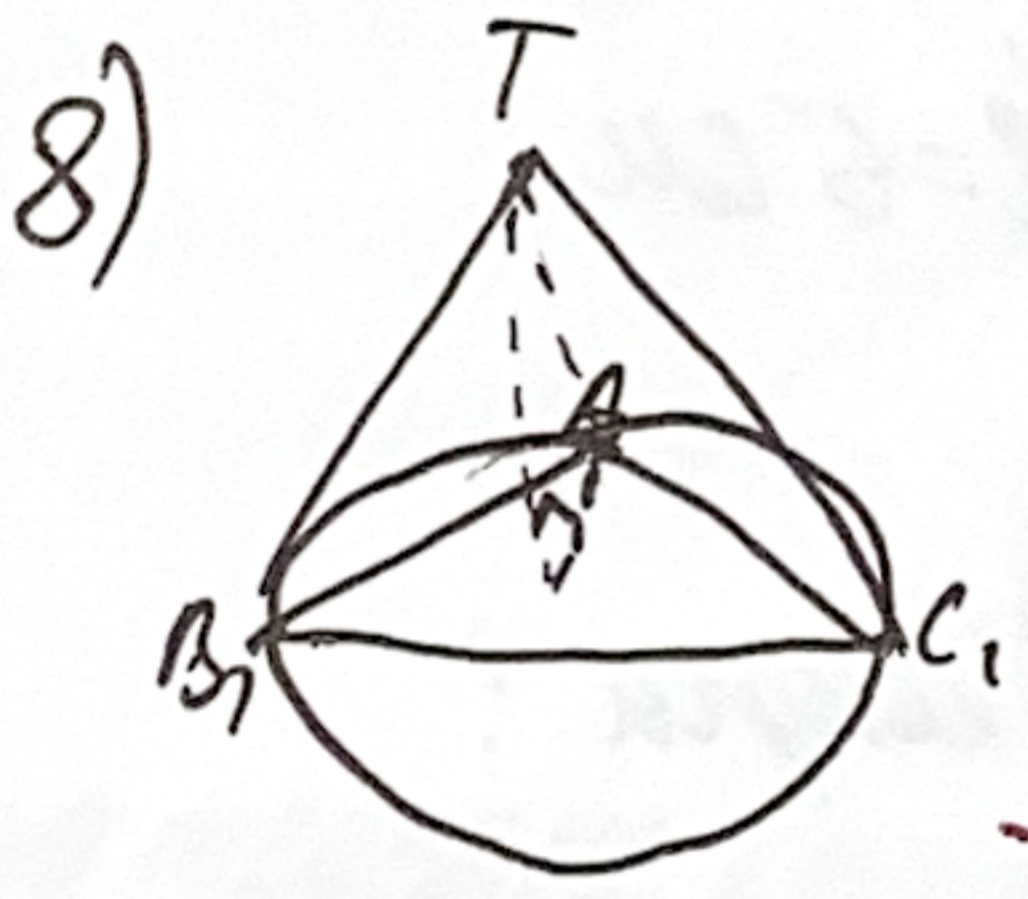


Проведём высоту AH
 $AB_1 = AC_1$ - как диагонали \Rightarrow
 $\Rightarrow \triangle B_1AC_1$ - равнобедренный
 $\Rightarrow AB_1 = AC_1 = 2\sqrt{10}$
 $B_1C_1 = A_1B_1 = \sqrt{15}$

+ $B_1H = \frac{\sqrt{15}}{2}$ - по св-ву высоты, являющейся медианой, проведённой из вершины р/б тр-шника.

$$AH = \sqrt{40 - \frac{15}{4}} = \frac{\sqrt{145}}{2}$$

$$7) S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{AB_1 \cdot AC_1 \cdot B_1C_1}{4 \cdot \frac{1}{2} B_1C_1 \cdot AH} = \frac{(2\sqrt{10})^2 \cdot \sqrt{15}}{4 \cdot \sqrt{15}} = \sqrt{\frac{320}{29}}$$



Высота конуса H; AT - образующая

$$H = \sqrt{AT^2 - R^2} = \sqrt{16 - \frac{320}{29}} = \sqrt{\frac{464 - 320}{29}} = \sqrt{\frac{144}{29}} = \frac{12}{\sqrt{29}}$$

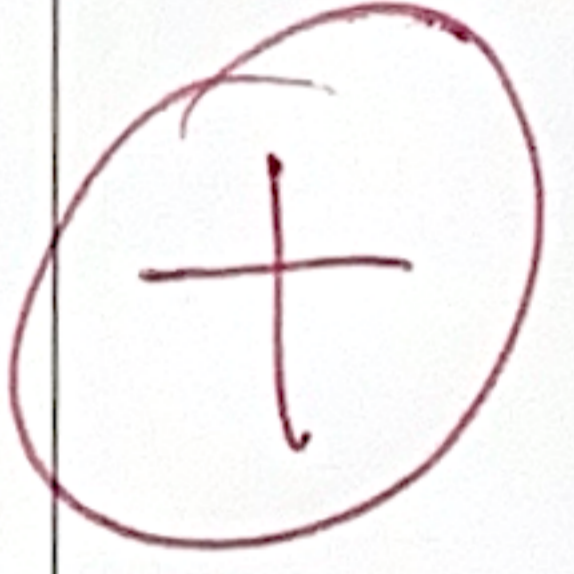
$$9) V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

Подставляем в формулу найденные значения

$$V = \frac{\pi \cdot 320 \cdot 12}{3 \cdot 29 \cdot \sqrt{29}} = \frac{1280\pi}{29\sqrt{29}} \text{ см}^3$$

Ответ: $\frac{1280\pi}{29\sqrt{29}} \text{ см}^3$

задача решена верно



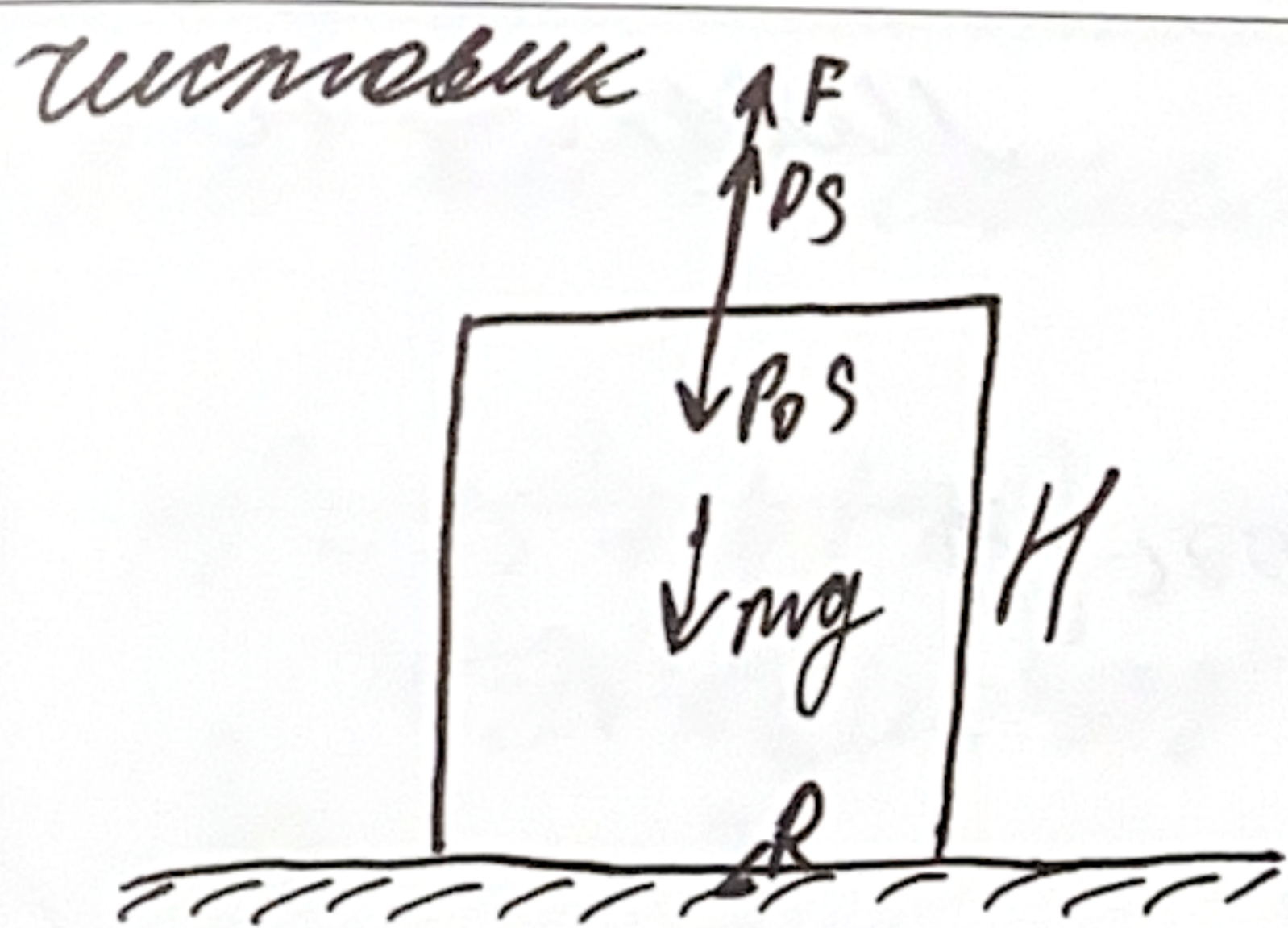
Задача № 2

Решение:

Дано:
 $H = 8 \text{ см}$
 $R = 3 \text{ см}$
 $t = 57^\circ \text{C}$
 $t_0 = 27^\circ \text{C}$
 $m = 50 \text{ г}$
 $\rho_0 = 31 \text{ МПа}$

Поднять стакан
 Оторвать стакан от поверхности можно 2-мя способами. 1-й способ - приложить силу \vec{F} к дну, преодолевая силу тяжести как показано на рисунке:

$F_{\text{min}} = ?$



по 2 закону Ньютона ^{лист 19}

$$F + P S = P_0 S + mg$$

$$F = (P_0 - P) S + mg; S = \pi R^2$$

по закону Шарля $v = c \cos \theta$
 $\lambda = c \cos \theta$

$$\frac{P_0}{T} = \frac{P}{T_0} \Rightarrow P = \frac{P_0 T_0}{T}$$

$$F = P_0 \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \pi R^2 + mg$$

2-й способ - если приложить силу пер к
вершине угла стержня, создав вращатель-
ный момент вокруг т.о. $F' \sqrt{R^2 + H^2}$. Углом
суммарный момент давлений на дно ста-
ержня $(P_0 - P) S R$ и момент $mg R$. Не учиты-
ваем суммарный момент давлений на
стенки цилиндра, т.к. они образуются
в 0, а в предполагаем силе тяжести, чтобы
поднять стержень (F'')

$$F \geq \frac{(P_0 - P) S R + mg R}{\sqrt{R^2 + H^2}}$$

применим закон Шарля

$$F' \geq \frac{P_0 \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \pi R^3 + mg R}{\sqrt{R^2 + H^2}}; F'' = mg$$

т.к. $F > F'$ во $\frac{\sqrt{R^2 + H^2}}{\sqrt{R^2 + H^2}} \Rightarrow F_{min} = \max\{F', F''\}$
из 2-х сил F' и F'' для того чтобы стержень поднял
нужно выбрать наим. из 2-х сил. т.к. $F' > F''$, то

$$F_{min} = \frac{P_0 \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \pi R^3 + mg R}{\sqrt{R^2 + H^2}}$$

Ответ: $F_{min} = \frac{P_0 \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \pi R^3 + mg R}{\sqrt{R^2 + H^2}} \approx 7,9 \text{ Н}$

решение
верное

Числовые

лист №10

задачи №1.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 96 = -\alpha(2y + \alpha) - 20x & (1) \\ x = -|y + b| + \frac{7b}{b} & (2) \end{cases}$$

$$(1) \quad x^2 + y^2 + 96 + \alpha(2y + \alpha) + 20x = 0.$$

$$x^2 + 20x + y^2 + 2\alpha y + 2\alpha^2 + 96 = 0.$$

$$(x^2 + 10)^2 - 100 + (y + \alpha)^2 - \alpha^2 + 20x^2 + 96 = 0.$$

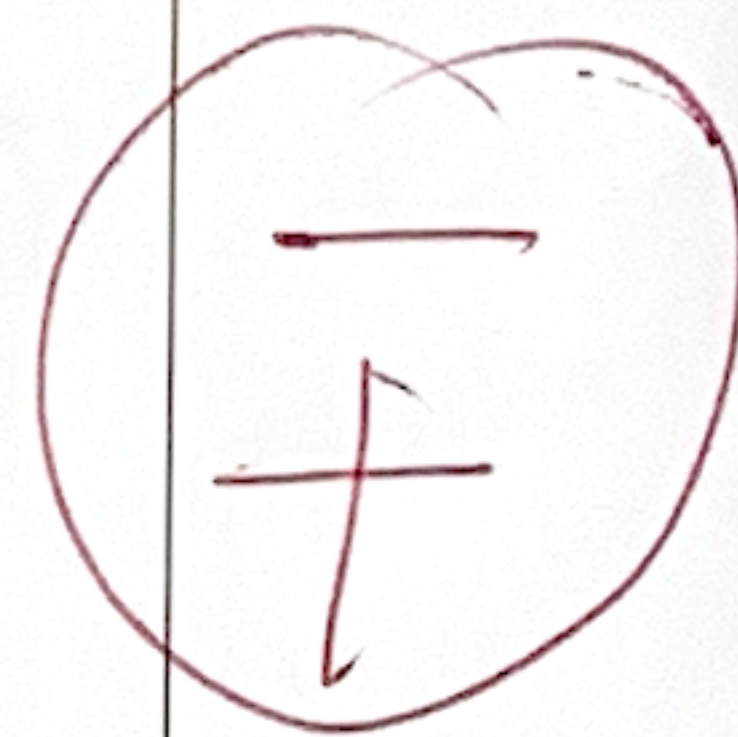
$$(x + 10)^2 + (y + \alpha)^2 = -96\alpha^2 + 4.$$

Координаты центра: $(10; \alpha)$

$$R^2 = \frac{a^2 + 4}{2}$$

$$(2) \quad x = -|y + b| + \frac{7b}{b}$$

и неясно
какая
решается
задача,
но не
далее того.



Для вычисления:

$$19^2 - 25^2 + \frac{1}{2}(25^2 - 21^2) = 361 - 625 + \frac{1}{2} \cdot 264 + 92$$

~~$$25^2 - 21^2 + \frac{1}{2}(25^2 - 19^2) = 625 - 441 + \frac{1}{2} \cdot 264 + 92$$~~

$$25^2 - 21^2 - \frac{1}{2}(25^2 - 19^2)$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ 19 \\ \hline 38 \\ 19 \\ \hline 381 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 25 \\ \times 25 \\ \hline 125 \\ 50 \\ \hline 625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 625 \\ - 361 \\ \hline 264 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 21 \\ \hline 42 \\ 21 \\ \hline 441 \end{array}$$

$$\frac{625 - 441}{2} = \frac{184}{2} = 92$$

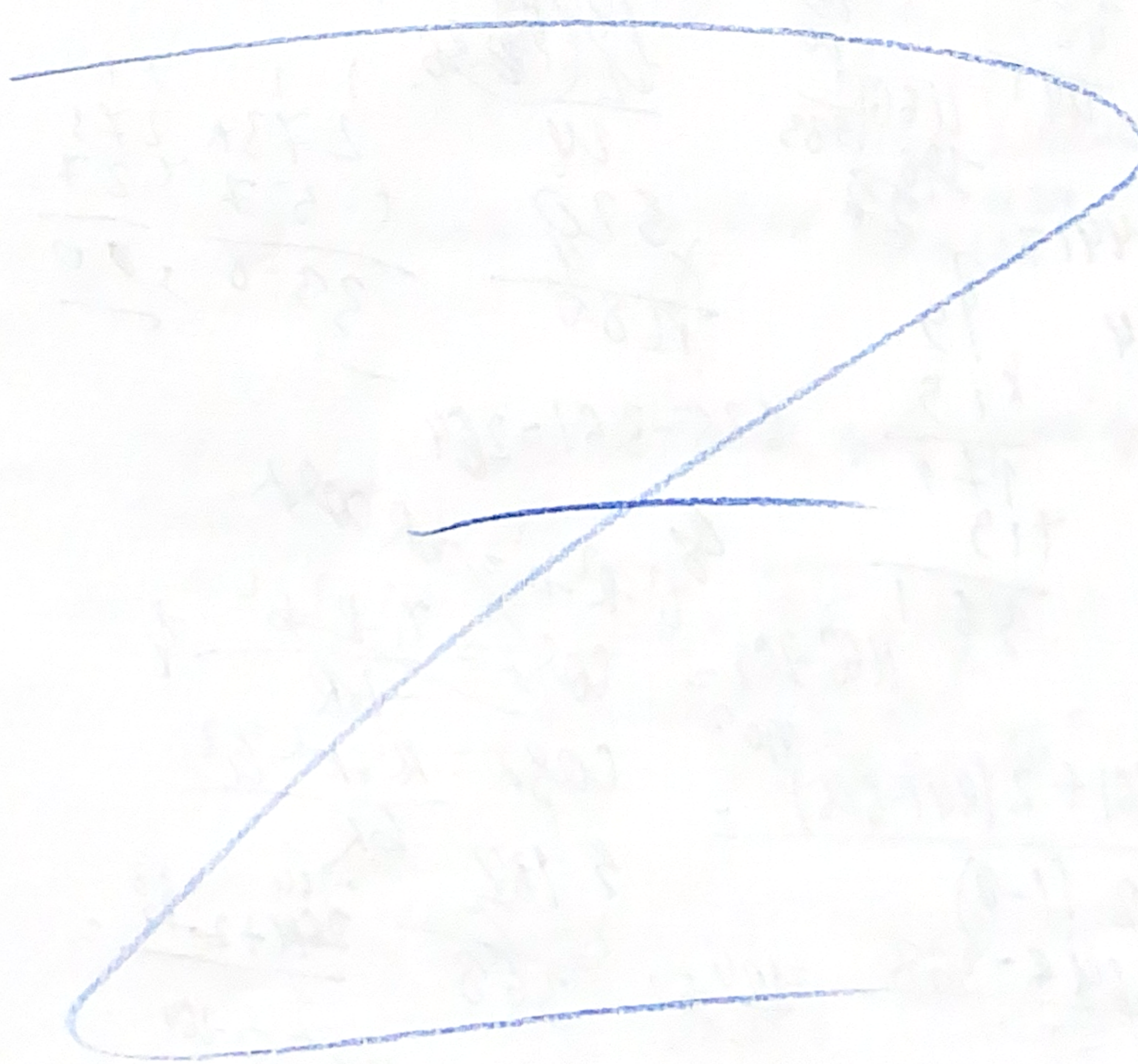
$$\begin{array}{r} 3,14 \\ \times 27 \\ \hline 2198 \\ 828 \\ \hline 8498 \end{array}$$

$$533 - 264 = 269$$

$$\frac{(1 - \frac{300}{330}) \cdot 100 + 500,3693}{\sqrt{9+64}}$$

$$\sqrt{9+64}$$

Car.



Для вычисления

$$\sqrt{\frac{1600}{145}} = \sqrt{\frac{320}{29}} = \frac{16}{\sqrt{29}}$$

$$\begin{array}{r} 320 \\ \times 4 \\ \hline 1280 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 145 \overline{) 5} \\ \underline{70} \\ 45 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1600 \overline{) 5} \\ \underline{15} \\ 15 \end{array}$$

$$320 = 160 \cdot 2$$

$$\begin{array}{r} 320 \overline{) 4} \\ \underline{32} \\ 80 \end{array} = 16 \cdot 10 \cdot 2 =$$

$$= 16 \cdot 4 \cdot 5 =$$

$$= 64 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r} 583 \\ \underline{264} \\ 319 \end{array}$$

$$464 - 329 = 135$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ \underline{32} \\ 464 \end{array}$$

$$1600$$

$$320 = 160 \cdot 2 = 48$$

$$r^2 = 144$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 25 \\ \hline 125 \\ \underline{50} \\ 625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 21 \\ \hline 42 \\ \underline{21} \\ 441 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1600 \overline{) 5} \\ \underline{15} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \overline{) 4} \\ \underline{12} \\ 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ 273 + 27 \\ \hline 330 \end{array}$$

$$625 - 441 =$$

$$= 184$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 19 \\ \hline 171 \\ \underline{19} \\ 361 \end{array}$$

$$625 - 361 = 264$$

$$r^2 - R^2 - b^2 = -bR \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{r^2 - R^2 - b^2}{-bR}$$

$$\cos \alpha = \frac{R^2 + b^2 - r^2}{bR}$$

$$\begin{array}{r} 184 \\ \times 2 \\ \hline 368 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 264 \\ \underline{568} \\ 368 \end{array}$$

$$2 = -264$$

$$= \frac{104}{7}$$

$$625 - 361 + 2(441 - 625) =$$

$$= \frac{2(1-2)}{2} = \frac{264 - 368}{2} = \frac{-104}{2} = -52$$

$$625 - 441 + \frac{1}{2}(625 - 441)$$

$$361 - 625 + \frac{1}{2}(625 - 441) = -264 + \frac{1}{2} \cdot 184 = -264 + 92 = -172$$