0 654535 080008

65-45-35-08
(59.1)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 1

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов"
наменование олимпиады

по космонавтике
профиль олимпиады

Киселёвой Марии Семёновны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

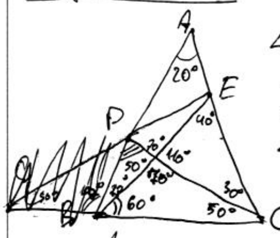
Дата

«14» марта 2026 года

Подпись участника

65-45-35-08
(59.1)

Задача 1.



Дано:
$\triangle ABC$ – р/б
$AB = AC$
$\angle BAC = 20°$
$\angle BDC = 50°$
$\angle CBE = 60°$
$\angle DEB$ – ?

Решение:

$\angle ABC = \angle ACB = \dfrac{180° - \overset{(20°)}{\angle BAC}}{2} = 80°$.
(в р/б $\triangle ABC$)

$\angle ABE + \angle EBC = \angle ABC$

$\angle ABE + 60° = 80° \Rightarrow \angle ABE = 20°$.

$\triangle ABE$ – р/б, $AE = EB$. $\angle BAE$

$\angle BCD = 180° - \angle BDC - \angle CBD = 50° = \angle BDC$

$\triangle BDC$ – р/б, $BD = BC$.

задача не решена, есть несущественные продвижения

Задача 2.

Для любого x, y, z:
$x^2 = \{x\}^2 + [x]^2 + 2\{x\}[x]$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2([z]^2+1)(\{z\}^2+1), \\ y^2 + z^2 = 2([x]^2+1)(\{x\}^2+1), \\ x^2 + z^2 = 2([y]^2+1)(\{y\}^2+1). \end{cases}$$

$2(x^2+y^2+z^2) = 2[z]^2\cdot\{z\}^2 + 2[z]^2 + 2\{z\}^2 + 2 + \dots$ аналогично (x и y)

$2[x]^2 + 2\{x\}^2 + 4[x]\{x\} + 2[y]^2 + 2\{y\}^2 + 4[y]\{y\} + 2[z]^2 + 2\{z\}^2 + 4[z]\cdot\{z\} =$
$= 2[z]^2\{z\}^2 + 2[z]^2 + 2\{z\}^2 + 2 + 2[x]^2\cdot\{x\}^2 + 2[x]^2 + 2\{x\}^2 + 2 +$
$+ 2[y]^2\{y\}^2 + 2[y]^2 + 2\{y\}^2 + 2 \quad |:2$

$2([x]\{x\} + [y]\{y\} + [z]\{z\}) = [x]^2\{x\}^2 + [y]^2\{y\}^2 +$
$+ [z]^2\{z\}^2 + 3.$

$\underbrace{([x]\{x\} - 1)^2}_{\geq 0} + \underbrace{([y]\{y\} - 1)^2}_{\geq 0} + \underbrace{([z]\{z\} - 1)^2}_{\geq 0} = 0.$

$\Downarrow$ $[x]\{x\} - 1 = 0$ $\quad$ $\Downarrow$ $[y]\{y\} - 1 = 0$ $\quad$ $\Downarrow$ $[z]\{z\} - 1 = 0$

$[x]\{x\} = 1.$ $\quad$ $[y]\{y\} = 1.$ $\quad$ $[z]\{z\} = 1.$

т.к. $|[x]|, |[y]|, |[z]| \geq 1$. $|\{x\}|, |\{y\}|, |\{z\}| < 1$; то
$[x]$ и $\{x\}$, $[y]$ и $\{y\}$, $[z]$ и $\{z\}$ – взаимно обратные числа.

6ч (исследовал тетрадь) ~~Вл~~ Вильтман В.С. Садовничая И.В.

$$\begin{cases} x^2+y^2 = 2\cdot\left(\{z\}^2[z]^2+\{z\}^2+[z]^2+1\right) = 2\cdot\left(2+\{z\}^2+[z]^2\right) = 2\cdot z^2 + \\ y^2+z^2 \text{ — аналогично} \\ x^2+z^2 \text{ — аналогично} \end{cases}$$

$$2(x^2+y^2+z^2) = \cancel{2}\cdot\left(2+\{z\}^2+[z]^2\right)+\cancel{2}\cdot\left(2+\{x\}^2+[x]^2\right)+\cancel{2}\cdot\left(2+\{y\}^2+[y]^2\right)$$

$x^2 = \{x\}^2+[x]^2+2[x]\{x\} = \{x\}^2+[x]^2+2$; y^2 — аналогично, z^2 — аналогично

$\cancel{\{x\}^2+[x]^2+2+}$ $\cancel{\Rightarrow y^2 = 2z^2-x^2}$

$$\begin{cases} x^2+y^2=2z^2, \\ y^2+z^2=2x^2, \\ x^2+z^2=2y^2. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2-z^2 = 2z^2-2y^2, \\ y^2+z^2 = 2x^2 \end{cases} \Rightarrow 2y^2 = 2z^2+2x^2-2y^2$$

$y^2 = z^2+x^2-y^2$

$2y^2 = z^2+x^2.$

$z^2 = \dfrac{x^2+y^2}{2} \Rightarrow y^2+\dfrac{x^2+y^2}{2} = 2x^2$

$\dfrac{3}{2}y^2+\dfrac{1}{2}x^2 = 2x^2$

$\dfrac{3}{2}y^2 = \dfrac{3}{2}x^2$

$y^2 = x^2.$

$z^2 = \dfrac{y^2+y^2}{2} = y^2.$

$\cancel{3y^2+2y^2=2y^2}$

$y^2+y^2 = 2y^2$

$x^2=y^2=z^2$; $[x]\{x\}=1$; $[y]\{y\}=1$; $[z]\{z\}=1$.

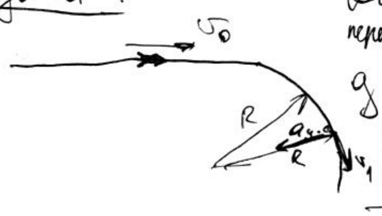
Решением системы являются такие числа x, y, z, что $x^2=y^2=z^2$ $(|x|=|y|=|z|)$ и $[x]\{x\}=1$, $[y]\{y\}=1$, $[z]\{z\}=1$, где $[\omega]$ — целая часть, $\{\omega\}$ — дробная.

Например: $x = 2\frac{1}{2}$, $y = -2\frac{1}{2}$, $z = -2\frac{1}{2}$!

$$\begin{cases} \left(2\frac{1}{2}\right)^2+\left(-2\frac{1}{2}\right)^2 = 2\left(-2\frac{1}{2}\right)^2 \\ \left(-2\frac{1}{2}\right)^2+\left(-2\frac{1}{2}\right)^2 = 2\cdot\left(2\frac{1}{2}\right)^2 \\ \left(2\frac{1}{2}\right)^2+\left(-2\frac{1}{2}\right)^2 = 2\cdot\left(-2\frac{1}{2}\right)^2. \end{cases}$$

ТК $\{x\}>0$ то при $x<0$ не выполнено равенство $[x]\cdot\{x\}=1$.

Задача 3.



Дано:
перегрузка $4g$
$g = 10$ м/с²
$c = 3\cdot10^8$ м/с
$t = 10$ мин $= 600$ с
$\alpha(v_0 \wedge v_1)$ — ?

Решение:

$v\cdot 1\text{ сек} = c\cdot 1\text{ сек}\cdot 10^{-3}$

$v = c\cdot10^{-3} = 3\cdot10^5$ м/с.

$a_{ц.с.}$ = перегрузка $= 4g$

$a_{ц.с.} = \dfrac{v^2}{R} \Rightarrow R = \dfrac{v^2}{a}$

$\omega = \dfrac{v}{R} = \dfrac{v}{v^2/a} = \dfrac{va}{v^2} = \dfrac{a}{v}$

решение верное, ответ верный

$\alpha(v_0 \wedge v_1) = (\omega\cdot t)\ \%\ 2\pi$ (остаток)

$\alpha(v_0 \wedge v_1) = \dfrac{a}{v}\cdot t = \dfrac{4\cdot10\text{ м/с}^2}{3\cdot10^5\text{ м/с}}\cdot600\text{ с} = \dfrac{24}{3}\cdot\dfrac{10^3}{10^5} = 8\cdot10^{-2}$ рад $= 0{,}08$ радиан

65-45-35-08 (59.1)

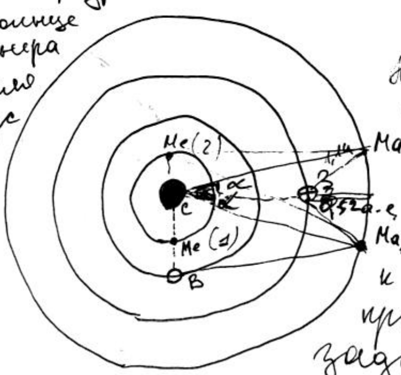
$\alpha = 0{,}08$ рад $= x^\circ$ $\Rightarrow$ $\frac{0{,}08}{2\pi} = \frac{x}{360} \Rightarrow x = \frac{360 \cdot 0{,}08}{2\pi} \approx 4{,}58^\circ$.

2π рад $= 360^\circ$

Ответ: 0,08 радиан или $4{,}58^\circ$.

Задача № 5.

Ме – Меркурий
С – Солнце
В – Венера
З – Земля
Ма – Марс



Расстояние между Меркурием и Венерой:
0,72 а.е. – 0,42 а.е. = 0,3 а.е.
Наименьшее расстояние между Марсом и Землёй: $1{,}52 - 1 = 0{,}52$ а.е.
0,52 а.е. > 0,3 а.е.

Ситуации, когда Меркурий (1) ближе к Венере, чем Солнце, не могло произойти в соответствии с условием задачи.

Если же Меркурий находился ~~по~~ другую сторону Солнца от Венеры (2), то наблюдатель не мог увидеть Меркурий и Солнце в одной точке. Но, допустим, реализовалась именно эта ситуация (мы знаем, что Меркурий и Венера располагались так).

Расстояние между Меркурием и Венерой: $0{,}42 + 0{,}72 = 1{,}14$ а.е.

~~Тогда~~ есть 2 возмож. полож-я Марса: Ma_1 и Ma_2.

~~Пусть угол~~ Угол α – угол между направлением ~~напр-ем~~ на Марс и направлением ~~напр.~~ на Землю.

Для Ma_1: $R_{Ma}^2 + R_{Me}^2 - 2 \cdot R_{Ma} \cdot R_{Me} \cdot \underbrace{\cos(90^\circ + \alpha)}_{= -\sin\alpha} = a_{Me-Ma_1}^2$

$R_{Ma}^2 + R_B^2 - 2 \cdot R_{Ma} \cdot R_B \cdot \underbrace{\cos(90^\circ - \alpha)}_{= \sin\alpha} = (a_{B-Ma_1})^2$

Для Ma_2: $R_{Ma}^2 + R_{Me}^2 - 2 \cdot R_{Ma} \cdot R_{Me} \cdot \underbrace{\cos(90^\circ - \alpha)}_{= \sin\alpha} = (a_{Me-Ma_2})^2$

$R_{Ma}^2 + R_B^2 - 2 \cdot R_{Ma} \cdot R_B \cdot \underbrace{\cos(90^\circ + \alpha)}_{= -\sin\alpha} = (a_{B-Ma_2})^2$.

Находим α из теор. косинусов: $R_{Ma}^2 + R_З^2 - 2 \cdot R_{Ma} \cdot R_З \cdot \cos\alpha = (1{,}14)^2$.

$\cos\alpha \approx 0{,}275$. $\sin\alpha \approx 0{,}961$.

$a_{(Me-Ma_1)} \approx 1{,}93$ а.е.

$a_{(B-Ma_1)} \approx 1{,}85$ а.е.

$a_{(Me-Ma_2)} \approx 1{,}12$ а.е.

$a_{(B-Ma_2)} \approx$ ~~2,07 а.е.~~ 2,22 а.е.

Угловой размер Венеры с Марса и Меркурия с Марса:

~~случае~~ Ma_1 $\qquad$ Ma_2

$$\alpha_{B1} = \frac{6052 (км)}{a_{B}-Ma_1 (км)} (рад) \cdot \frac{180}{\pi} \cdot 3600 ('') \qquad \alpha_{B2} = \frac{6052 (км)}{a_{B}-Ma_2 (км)} (рад) \cdot \frac{180^{\circ}}{\pi} \cdot 3600 ('')$$

$$\alpha_{Me1} = \frac{2400 (км)}{a_{Me}-Ma_1 (км)} (рад) \cdot \frac{180}{\pi} \cdot 3600 ('') \qquad \alpha_{Me2} = \frac{2400 (км)}{a_{Me}-Ma_1 (км)} (рад) \cdot \frac{180^{\circ}}{\pi} \cdot 3600 ('')$$

$\alpha_{B1} =$ $\qquad$ $\alpha_{B2} =$

$\alpha_{Me1} =$ $\qquad$ $\alpha_{Me2} =$

(калькулятор не осилил сложное

ответ неверн, ход решения верен

Задача 6.

а) T_0 – период вращ.-я Луны вокруг своей оси

1 сут = 86400 с.

$$v_{спутника} = \sqrt{\frac{GM}{R_{орб}}} \qquad \omega_{луны} = \frac{2\pi}{T}$$

$$\omega_{луны} = \omega_{спутника} = \sqrt{\frac{GM}{R_{орб}}} / R_{орб} = \frac{2\pi}{T}$$

$$\sqrt{\frac{GM}{R_{орб}^3}} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow R_{орб} = \sqrt[3]{\frac{T^2 \cdot GM}{4\pi^2}} \approx 14,28 \cdot 10^6 м$$

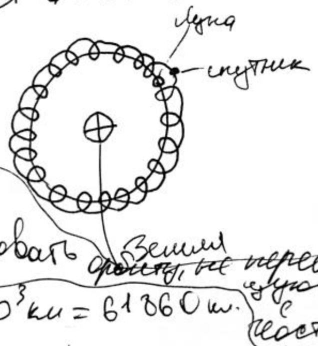
$$\frac{GM}{R_{орб}^3} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{4\pi^2}{T^2}$$

Ответ: $R_{орб} \approx 14,28 \cdot 10^3$ км.

14 280 км

б) Он будет двигаться с той же угловой скоростью вокруг Луны, с какой и она сама вращ.-ся вокруг своего центра.

Относительно Земли он будет двигаться примерно по такой траектории:



в) Для наблюдения за лунной поверхностью лучше всего использовать орбиту, не пересекающуюся с геостационарной.

$$R_{геостац. орб} = \sqrt[3]{\frac{T^2 \cdot GM_{\oplus}}{4\pi^2}} \approx 61,86 \cdot 10^6 м \approx 61,86 \cdot 10^3 км = 61860 км.$$

$61860 + 14280 = 76140$ км $<$ 384000 км

можно использовать селеностационарную орбиту, т. к. она не пересекается с геостационарной.

Ответ: селеностационарную.

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Задача 4. (Python)

```
n, k = map(int, input().split())
l = [ ]*n ; sum = 0
for i in range(n):
    l[i] = int(input())
    sum += l[i]
if k > sum:
    print(0)
else:
    sort(l)
    if k <= n:
        print(l[n-k])
    else:
        ans = 0
        for i in range(sum//k, 0, -1):
            sum_2 = 0
            for c in l:
                sum_2 += c%i
            if sum_2 >= k:
                ans = i
                break
        print(ans)
```

Черновик $l_1, l_2, \dots l_n - [$

~~[illegible]~~ l_1 ~~[illegible]~~

к отрезков

нельзя получить к отрезков длиной даже 1: 0

~~[illegible]~~

$l_1 + l_2 + \dots + l_n$

~~если к ≤ n:~~ есть L_{min}

~~берем отрезки~~

~~[illegible]~~ если к ≤ n: ~~print(l[l-k]~~ print(l[n-k])

~~если к > n:~~ ~~[illegible]~~ L_{min}

~~sum//k~~

min(sum//k, ~~[illegible]~~ l[0])

1, 3, 5, 7 16 $16 // 5 = 3$.

3 3 3 3

5 отрезков

2 12

1 1 5 7

$\frac{14}{5} = 2$.

$\frac{2+12}{2} = 7$.

$7 // 2 = 3$.

2 2 2 2 2 2 2

2 2 2 2

12 20

5 7 9 11 $\frac{5+7+9+11}{4} = \frac{16+16}{2} = 4+4=8$.

6 6 6

$32 / 5 = 6$. $31 / 5 = 6$.

4 7 9 11

6 6 6

6 5 5 55

4 5 5 5 5

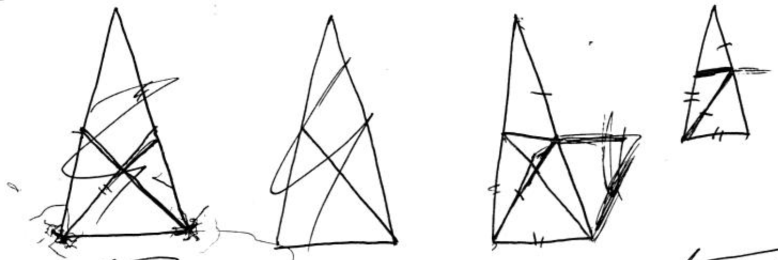
4 4 4 4 4 4

перебор

for i in range(~~[illegible]~~ -1):

for c in l:

Черновик



$$\sqrt[3]{\frac{T^2 \cdot GM}{4\pi^2}} =$$

$H = кг \cdot м/с^2$

$кг \cdot м^2/с^2 / кг^2$

$= \frac{м}{с^2 \cdot кг}$

$$= \sqrt{\frac{(86,4)^2 \cdot 10^6 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,348 \cdot 10^{22}}{4 \cdot 3,14159}}$$

$\frac{м^2}{с^2 \cdot кг} \cdot с^2 \cdot кг$

$= 4979,1283 \cdot 10^{18}$

$\cdot 7,348$

$36586,634 \cdot 10^{18}$

$2911,4741 \cdot 10^{18}$

$\sqrt[3]{\ }$: $10^6 \cdot 14,279$

$$\frac{(86,4)^2 \cdot 10^6 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 597,3924 \cdot 10^{22}}{4 \cdot 3,14159}$$

236702,85

$= 2367028,5 \cdot 10^{18}$

$\sqrt[3]{\ }$: $10^6 \cdot 61,858$

Черновик

$z^2 = ([z] + \{z\})^2 = [z]^2 + \{z\}^2 + 2[z]\{z\}$

$\cancel{[z] + \{z\} = z}$

$2(x^2 + y^2 + z^2) = 2[z^2]^2\{z\}^2 + 2[z^2]^2 + 2\{z\}^2 + 2$

$+ 2[x]^2\{x\}^2 + 2[x]^2 + 2\{x\}^2 + 2$

$\cancel{x^2 + y^2 = 2z^2}$ $+ 2[y]^2\{y\}^2 + 2[y]^2 + 2\{y\}^2 + 2$

$\{z\} < 1$ $\{\ldots\} < 1$

$2x^2 + 2y^2 + 2z^2$

$[z]^2\{z\}^2 + [z]^2 + \{z\}^2 + 1 = z^2 - 2[z]\{z\} + [z]^2\{z\}^2 + 1$

2 и $\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

3 и $\frac{1}{3}$ $3\frac{1}{3} = \frac{10}{3}$

4 и $\frac{1}{4}$. $4\frac{1}{4} = \frac{17}{4}$

$[z]\{z\}([z]\{z\} - 2) + 1$

$+ [x]\{x\}([x]\{x\} - 2) + 1 = 0$

$+ [y]\{y\}([y]\{y\} - 2) + 1$

$\cos(90° + \alpha) = \cos(180° - (90° - \alpha)) =$

$= -\cos(90° - \alpha) = -\sin$

$\frac{25}{4} + \frac{100}{9} = 2 \cdot ((4)^2 + 1) \cdot$

$\left(\frac{1}{4}\right)^2 + 1$

$\frac{1}{16} + 1 = \frac{17}{16}$.

$x^2 + y^2 = 2([z]^2\{z\}^2 + \{z\}^2 + [z]^2 + 1)$

$(z - [z])^2 = \{z\}^2$

$z^2 - [z]^2 - \{z^2\} = 2[z]\{z\}$

$x^2 + y^2 = [z]^2$

$([z]^2 \cdot (z - [z]))^2 = [z]^2 \cdot z^2 - [z^2]^2$.

$x^2 + y^2 = 2\cdot(1 + [z]^2 + \{z\}^2 - 1)$

$x^2 + y^2 = 2([z]^2 + \{z\}^2)$

$\frac{25}{4} + \frac{100}{9} = 2 \cdot$

$\cancel{x^2 + y^2 = [x]^2 + 2[x]\cdot\{x\} + \{x\}^2}$

$2\cdot[x]^2 + 2\{x\}^2 + 4[x]\{x\} + 2[y]^2 + 2\{y\}^2 + 4[y]\{y\} + 2[z]^2 + 2\{z\}^2 + 4[z]\{z\} =$

$= 2[x]^2 + 2\{x\}^2 + 2[x]^2\cdot\{x\}^2 + 2 + 2[y]^2 + 2\{y\}^2 + 2[y]^2\{y\}^2 + 2 +$

$+ 2[z]^2 + 2\{z\}^2 + 2[z]^2\{z\}^2 + 2$.

$4[x]\{x\} + 4[y]\{y\} + 4[z]\{z\} = 2[x]^2\{x\}^2 + 2[y]^2\{y\}^2 + 2[z]^2\{z\}^2 +$

$+ 6.$ $| : 2$

$[x]\{x\} = 1$ и аналог.

$2([x]\{x\} + [y]\{y\} + [z]\{z\}) = [x]^2\{x\}^2 + \ldots + 3.$

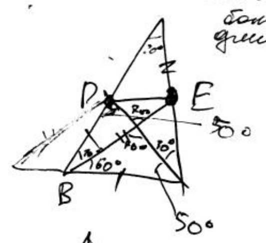
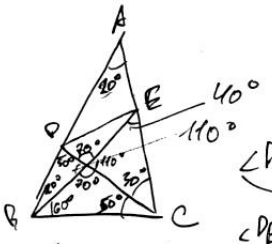
$([x]\{x\} - 1)^2 + ([y]\{y\} - 1)^2 + ([z]\{z\} - 1)^2 = 0$ $z = [z] + \frac{1}{[z]}$

$= 0$

Черновик

N отрезков: $l_1, l_2, \dots, l_N$. K равных отрезков как можно большей длины.



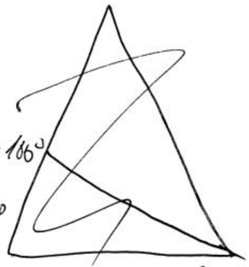



$\angle DED$

$\angle DEB + \angle EDC = 70° + 180°$

110°

$\angle DEB + \angle DEA = 180°$



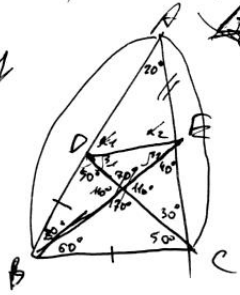

(BD = BC)

(AE = EB)

$360° - 90° = 270°$

$\angle APC = 130° = \alpha_1 + \beta_1$

$\angle AEB = 140° = \alpha_2 + \beta_2$




AC = AB

BE = AE

BD = BC

$\beta_1 + \beta_2 =$

$\beta_2 + \beta_1 + 50° + 20° = 180°$

$= 110°$

110°

~~23104+1+~~

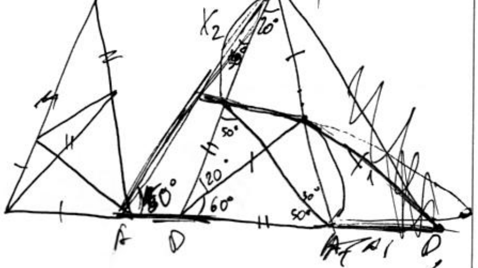
$R_{ma}^2 = 23104$

$R_3^2 = 1$

$\beta_2 + \alpha_1 = 160°$

$R_B^2 = 0{,}5184$

$R_{Me}^2 = 0{,}1764$



AC = BE + EC = AB = BC + AD

24,968

$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 2[z]^2 + 2\{z\}^2 + 2[x]^2 + 2\{x\}^2 + 2[y]^2 + 2\{y\}^2 + 4\cdot 3$

$x^2 + y^2 + z^2 = [x]^2 + \{x\}^2 + [y]^2 + \{y\}^2 + [z]^2 + \{z\}^2 + 12$

$x^2 - 2[x]\cdot\{x\} + y^2 - 2 + z^2 - 2 + 12$

0,923521 +
0,075625
0,999146