0 121591 210002

12-15-91-21
(59.2)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 1

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по космонавтике
профиль олимпиады

Кочиной Ольги Сергеевны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

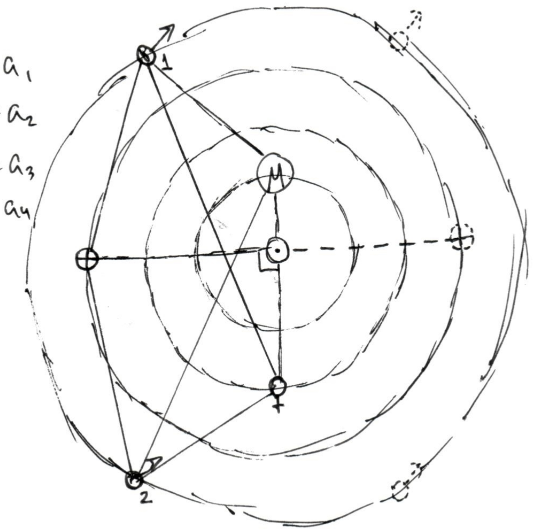
Дата

«14» марта 2026 года

Подпись участника

$\boxed{N5}$ Чистовик Лист 1 из 6

$\odot M = a_1$
$\odot ♀ = a_2$
$\odot \oplus = a_3$
$\odot ♂ = a_4$

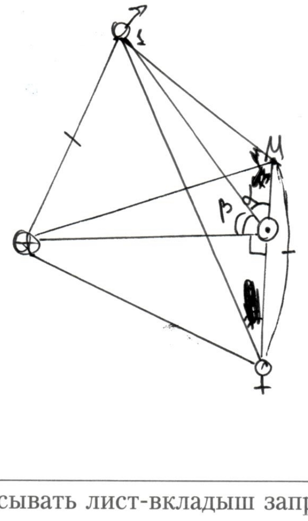


В условии задачи не сказано, в каком соединении – верхнем или нижнем – находился Меркурий. Это нужно понять. Т.к. $\oplus ♂ = ♀M$, а минимальное $\oplus ♂_{min} = 1{,}52 - 1 = 0{,}52$ а.е., меркурий (M) не мог находиться перед солнцем, иначе расстояние $♀M = 0{,}72 - 0{,}42 = 0{,}3$ а.е. $♀M < \oplus ♂_{min}$. Тогда меркурий находился за солнцем.

Расстояние $♀M$ в описанный момент равно сумме полуосей орбит Меркурия и Венеры $♀M = 0{,}72 + 0{,}42 = 1{,}14$ а.е. $(a_1 + a_2)$

Изобразим землю, $\angle \oplus \odot ♀ = 90°$. Заметим, что $\angle \oplus \odot M = 90°$. (случай, когда Земля будет находиться по другую сторону прямой $M♀$, симметричен изображённому).

~~Д~~орисуем Марс так, чтобы $\oplus ♂ = ♀M$. Возможны два случая: $♂_1$ и $♂_2$. Рассмотрим сначала $♂_1$. $♂_1 M = x_1$; $♂_1 ♀ = x_2$



~~По теореме косинусов~~

~~в $\triangle \odot M ♂_1$ (1) $x_1^2 + a_1^2 - 2a_1 x_1 \cos\alpha = a_4^2$~~

~~в $\triangle ♀ M ♂_1$ (2) $x_1^2 + (a_1+a_2)^2 - 2(a_1+a_2)x_1 \cos\alpha = x_2^2$~~

~~(3) $x_2^2 + (a_1+a_2)^2 - 2(a_1+a_2)x_2 \cos\beta = x_1^2$~~

~~в $\triangle ♀ \odot ♂_1$ (4) $x_2^2 + a_2^2 - 2a_2 x_2 \cos\beta = a_4^2$~~

12-15-91-21
(59.2)

~~Выражая cosα из (1) и (2) получим~~ $\cancel{\cos\alpha = \frac{x_1^2+a_1^2-a_4^2}{2a_1x_1}}$;

$\cancel{\cos\alpha = \frac{x_1^2+(a_1+a_2)^2-x_2^2}{2(a_1+a_2)x_1}} \Rightarrow$ $\cancel{(5)\ (a_1+a_2)(x_1^2+a_1^2-a_4^2) = a_1(x_1^2+(a_1+a_2)^2-x_2^2)}$

~~Аналогично для cosβ из (3) и (4):~~ $\cancel{(x_2^2+(a_1+a_2)^2-x_1^2)\cdot a_2 = (a_1+a_2)(x_2^2+a_2^2-a_4^2)\ (6)}$

~~Из (5)~~ $\cancel{(a_1+a_2)x_1^2 - a_1x_1^2 = a_1(a_1+a_2)^2 - a_1x_2^2 - a_1^2(a_1+a_2) + a_4^2(a_1+a_2)}$

$\cancel{a_2x_1^2 = a_4^2(a_1+a_2) - a_1x_2^2 + a_1a_2(a_1+a_2)}$

Чистовик Лист 2 из 6

в △⊕⊙♂₁ по т. косинусов $a_3^2+a_4^2-2a_3a_4\cos\beta = (a_1+a_2)^2$

$\Rightarrow \cos\beta = \frac{-(a_1+a_2)^2+a_3^2+a_4^2}{2a_3a_4} = 0{,}6614474$ ✓ $\sin\beta \approx 0{,}75$

в △⊙♂₁M $x_1^2 = a_1^2+a_4^2-2a_1a_4\cos(90°-\beta)$

$x_1^2 = a_1^2+a_4^2-2a_1a_4\sin\beta \approx 1{,}53\,(а.е.)^2$ $x_1 \approx 1{,}24$ а.е.

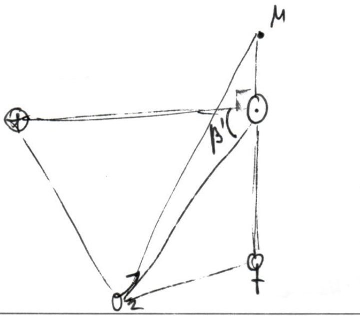
в △♀⊙♂₁ $x_2^2 = a_2^2+a_4^2-2a_2a_4\cos(90°+\beta)$

$x_2^2 = a_2^2+a_4^2+2a_2a_4\sin\beta \approx 4{,}47\,(а.е.)^2$ $x_2 \approx 2{,}11$ а.е.

Углы будем считать малыми, тогда $\gamma_м = \frac{2400\cdot 2}{1{,}24\cdot 1{,}5\cdot 10^8} \approx$ ~~0,0026 рад~~ $\approx 5{,}34''$; $\gamma_в = \frac{6052\cdot 2}{2{,}11\cdot 1{,}5\cdot 10^8} \approx 7{,}9''$

Аналогично для ♂₂. $M♂_2 = x_3$; $♀♂_2 = x_4$

$\cos\beta' = \cos\beta = 0{,}6614474$ $\sin\beta \approx 0{,}75$



$x_3^2 = a_1^2+a_4^2+2a_1a_4\sin\beta$ $x_3 \approx 1{,}856$ а.е.

$x_4^2 = a_2^2+a_4^2-2a_2a_4\sin\beta$ $x_4 \approx 1{,}09$ а.е.

$\gamma_м' \approx 3{,}57''$ $\gamma_в' \approx 15{,}31''$

Ответ: (M) 5,34'' и 7,9'' (♀) ; 3,57'' (M) и 15,31'' (♀)

ответ верный, решение верное

№1

Чистовик Лист 3 из 6

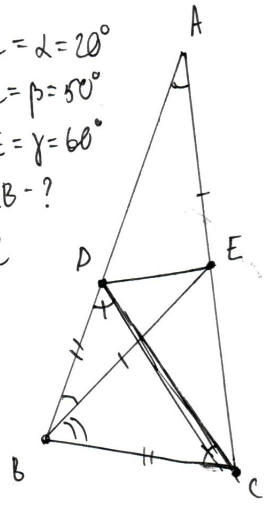
$\angle BAC = \alpha = 20^\circ$

$\angle BDC = \beta = 50^\circ$

$\angle CBE = \gamma = 60^\circ$

$\angle DEB - ?$

$AB = AC$



В $\triangle ABC$ $\angle ABC = \angle BCA = \frac{180-\alpha}{2} = 80^\circ$

$\angle DBE = \angle ABC - \angle CBE = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$

т.к. $\angle DBE = \angle BAC = \alpha$ $\triangle BEA$ - равнобедр.

$BE = EA$.

в $\triangle BDC$ $\angle BCD = 180^\circ - \beta - \angle ABC = 50^\circ = \beta \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BCD = \angle BDC$, $\triangle BDC$ - равнобедр.

Пусть $AB = a$; $AE = b$; $BC = c$

Тогда по теореме косинусов в $\triangle ABC$ и $\triangle AEB$

$c^2 = 2a^2(1-\cos 20^\circ)$

$a^2 = 2b^2(1-\cos 140^\circ)$

$a^2 = 2b^2(1+\cos 40^\circ)$

$a^2 = 2b^2 \cdot 2\cos^2 20^\circ$

$c^2 = 8b^2\cos^2 20^\circ(1-\cos 20^\circ) \Rightarrow c = b \cdot 2\cdot\cos 20^\circ \cdot \sqrt{2(1-\cos 20^\circ)}$

По теореме косинусов в $\triangle BED$

$ED^2 = c^2 + b^2 - 2\cos 20^\circ\, b\cdot c = b^2(1 + 8\cos^2 20^\circ(1-\cos 20^\circ)) -$

$- b^2 \cdot 4\cos^2 20^\circ \cdot \sqrt{2-2\cos 20^\circ}$

$ED^2 \approx 0{,}2b^2$

$c^2 = b^2 + ED^2 - 2b\cdot ED \cdot \cos\angle DEB \Rightarrow \cos\angle DEB = \frac{b^2 + 0{,}2b^2 - c^2}{2\cdot\sqrt{0{,}2}\cdot b^2}$

$\cos\angle DEB \approx 0{,}86676 \approx \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \angle DEB = 30^\circ$

Ответ: 30°

ответ верный, решение верное

12-15-91-21
(59.2)

№2 Чистовик Лист 4 из 6

$$\begin{cases} x^2+y^2 = 2([z]^2+1)(\{z\}^2+1) \\ y^2+z^2 = 2([x]^2+1)(\{x\}^2+1) \\ x^2+z^2 = 2([y]^2+1)(\{y\}^2+1) \end{cases}$$

По условию $x=[x]+\{x\}$

Пусть $([x]^2+1)(\{x\}^2+1)=a$, аналогично с $y = b$, с $z = c$

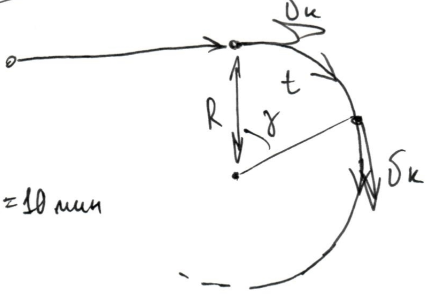
$$\begin{cases} x^2+y^2=2c \\ y^2+z^2=2a \\ x^2+z^2=2b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2=2c-x^2 \\ z^2=2b-x^2 \\ 2c+2b=2a+2x^2 \end{cases} \Rightarrow b+c=x^2+a$$

$$b+c = ([x]+\{x\})^2 + ([x]^2+1)(\{x\}^2+1)$$

$$b+c = [x]^2\{x\}^2 + 2[x]^2 + 2\{x\}^2 + 2[x]\{x\} + 1 + 2[x]\{x\} - 2[x]\{x\}$$

$$b+c = 2x^2 + ([x]\{x\}-1)^2$$ нет продвиж-я по решению

№3



$t=10$ мин

Проходит 1 световую миллисекунду за 1 секунду $\Rightarrow$ υ корабля в 1000 раз меньше скорости света. $\upsilon_к = c\cdot 10^{-3}$ м/с.

Т.к. у корабля при повороте имеется только центростремительное ускорение,

$$a_{ц.с.} = 4g = \frac{\upsilon_к^2}{R} \Rightarrow R = \frac{(c\cdot 10^{-3})^2}{4g}$$

Скорость корабля направлена по касательной и изменяет своё направление с угловой скоростью корабля.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} ; \quad T = \frac{2\pi R}{\upsilon} ; \quad \omega = \frac{\upsilon_к}{R} = \frac{4g}{c\cdot 10^{-3}}$$

За 10 мин = 600 с получится угол $\gamma = \omega t = 600 \cdot \frac{4\cdot 10}{3\cdot 10^8 \cdot 10^{-3}}$

$\gamma = 0{,}08$ рад $\approx 4{,}6^\circ$

ответ верный, решение верное

Ответ: 0,08 рад или $4{,}6^\circ$

N 4 Чистовик Лист 5 из 6

```
x = []
n, k = int(input()).split
for i in range (n):
    xx = input()
    x = x + xx
m = 0
l = 0
while m<=k:
    l += 1
    for a in x:
        m = m+ (int(a)//l)
print (l)
```

N6 а) Спутник на селеностационарной орбите делает оборот за период обращения Луны вокруг своей оси ≈ 29,3 дней.

$T = \frac{2\pi R}{v}$, где R - радиус орбиты, v - скорость спутника

в то же время $m \cdot \frac{v^2}{R} = G\frac{Mm}{R^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$

~~$\frac{T\sqrt{GM}}{2\pi} = R^{3/2} \Rightarrow R_{11} = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6,67\cdot10^{-11}\cdot7,348\cdot10^{22}\cdot(29,3\cdot\ldots)}{4\pi^2}}$~~

~~$R = \sqrt[3]{\frac{10^{17}\cdot124,1}{4\pi^2}} \approx 1,24\ 1467\cdot10 \ldots 1,68\cdot10^6$ км $= 680$ км~~

$T\sqrt{GM} = 2\pi R\sqrt{R}$

$GMT^2 = 4\pi^2R^3 \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$ $\approx 92\,661,5$ км

б) Радиус орбиты спутника - $\frac{1}{4}$ расстояния от Луны до Земли, поэтому Земля будет оказывать влияние на спутник влияние существенно. Оценим силу взаимодействия, когда спутник между Землёй и Луной: $F_З = G\frac{81M_Л\cdot m}{(\frac{3}{4}L)^2}$; $F_Л = G\frac{M_Л\cdot m}{(\frac{1}{4}L)^2}$

$\boxed{\frac{F_з}{F_л} = 9}$

Чистовик Лист 6 из 6

Получается, что Земля притягивает спутник сильнее, чем Луна в 9 раз. У луны больше нет этого спутника, он будет вертеться вокруг Земли

в) для наблюдения лунной поверхности лучше использовать орбиты, позволяющие оказываться над разными точками Луны, при этом период обращения спутника будет меньше периода осевого вращения Луны. Спутник не должен летать слишком высоко, чтобы не утрачивать качество наблюдаемой поверхности, но и не должен испытывать значительных возмущений от неровностей на поверхности Луны, чтобы не упасть куда-нибудь.

12-15-91-21 (59.2)

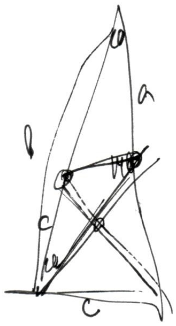
Черновик

$\alpha = 20^\circ$

$\beta = 60^\circ$

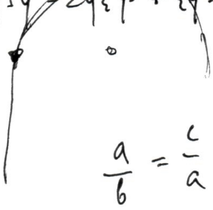
$\frac{c}{1} = 1000$

$\angle DEB - ?$



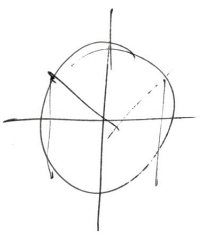
$y^2 - 2y\{y\} + \{y\}^2 + 1$

$+ \{y\}y^2 - 2y\{y\}^2 + \{y\}^3 + \{y\}$



$\frac{a}{b} = \frac{c}{a}$

$a^2 = bc$



$x^2 + y^2 = 2([z]^2 + 1)(\{z\}^2 + 1)$ a

$y^2 + z^2 = 2([x]^2 + 1)(\{x\}^2 + 1)$ b

$x^2 + z^2 = 2([y]^2 + 1)(\{y\} + 1)$ c

$\frac{b^2}{1 + \cos 40} = b^2\sqrt{2 - 2\cos 20}$

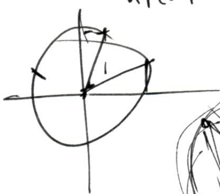
$2a^2(1 - \cos 40) = b^2$

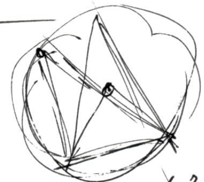
$c^2 = 2b^2(1 - \cos 20)$

$2a - x^2 + 2c - x^2 = 2b$

$2a + 2c = 2b + 2x^2$

$a_1(a_1 + a_2)(a_1 + a_2) - a_1 \cdot (a_1 + a_2) \cdot a_1$





$a + c = x^2 + [x]^2\{x\}^2 + [x]^2 + \{x\}^2 + 1$

$x^2 = [x]^2 + 2[x]\{x\} + \{x\}^2$

$a + c = [x]^2\{x\}^2 + 2[x]^2 + 2\{x\}^2 + 2[x]\{x\} + 1$

$+ 2[x]\{x\} - 2[x]\{x\}$

$\cancel{a + c = ([x]\{x\} + 1)^2 + 2[x]^2 + 2\{x\}^2}$

$a\left(\frac{a_2^2 + x_2^2 - a_4^2}{\cancel{2a_2x_2}}\right) = \left(\frac{a^2 + x_2^2 - x_1^2}{\cancel{2ax_2}}\right)a_2$

$3^2 + 2^2$

$a + c = 2x^2 + ([x]\{x\} - 1)^2$

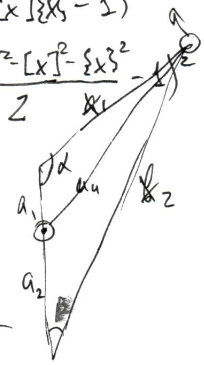
$\left(\frac{x^2 - [x]^2 - \{x\}^2}{2} - 1\right)^2$

$a_4^2 = a_2^2 + x_2^2 - 2a_2x_2\cos\beta$

$x_1^2 = a^2 + x_2^2 - 2ax_2\cos\beta$

$a_4^2 = a_1^2 + x_1^2 - 2a_1x_1\cos\alpha$

$x_2^2 = a^2 + x_1^2 - 2ax_1\cos\alpha$



$\cancel{x_2^2 - a_4^2 = a^2 - a_1^2 - 2ax_1\cos\alpha + 2a_1x_1\cos\alpha}$

$a\left(\frac{a_1^2 + x_1^2 - a_4^2}{\cancel{2a_1x_1}}\right) = \left(\frac{a^2 + x_1^2 - x_2^2}{\cancel{2ax_1}}\right)a_1$

$a_1 + a_2 = a$

63 (шестьдесят три) ~~Вот~~ (Вялова В.Г.) Садов (Садовничая И.В.)