



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант _____

Место проведения Ульяновск.
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов“
наименование олимпиады

по Космонавтике.
профиль олимпиады

Стяжкина Кира Максимовича.
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«14» марта 2026 года

Подпись участника
Стяжкина

98-00-77-48
(61.1)

ЧИСТОВИК \oplus Верно

№1. Если $a_i = a_{i-1}^2 + a_{i-2}^2 \Rightarrow a_i \equiv a_{i-1} + a_{i-2}$,
т.к. $a_{i-1}^2 \equiv a_{i-1}$, $1^2 \equiv 1$, $0^2 \equiv 0$, $a_{i-2}^2 \equiv a_{i-2}$.

• Если a_0 - четное, a_1 - четное $\Rightarrow a_2$ - четное $\Rightarrow a_3$ - четное $\Rightarrow a_4 + a_{2026}$ - четное.

• Если a_0 - четное, a_1 - нечетное $\Rightarrow a_2$ - нечетное $\Rightarrow a_3$ - четное \dots

~~... a_{2k+1} - четное, a_{2k} - нечетное, т.к. по индукции,
если a_{2k} - нечетное, a_{2k+1} - четное, то $a_{2k+2} = a_{2k+1}^2 + a_{2k}^2 = a_{2k+1} + a_{2k} =$ нечетное \Rightarrow~~

~~a_{2k+3} - четное, $a_{2k+2} = a_{2k+1} + a_{2k} =$~~

$\Rightarrow a_4$ - нечетное $\Rightarrow a_5$ - нечетное $\Rightarrow a_6$ - четное \dots

Предположим индукции: a_{3k} - четное, a_{3k+1} - нечет.

a_{3k+2} - нечет $\Rightarrow a_{3k+3} = a_{3k+2} + a_{3k+1} \equiv a_{3k+2} + a_{3k+1} -$ четное,

$a_{3(k+1)+1} = a_{3k+2} + a_{3k+1}$ - нечет, a_{3k+5} - нечет \Rightarrow

$\Rightarrow 2026 \equiv 3 \Rightarrow a_{2026}$ - нечет $\Rightarrow a_{2026} + a_1 =$ четное.

• Если a_0 - нечетно, a_1 - четно $\Rightarrow a_2$ - нечет $\Rightarrow a_3$ - нечет \dots

Предположим индукции: a_{3k+1} - четное, a_{3k} - нечет.

a_{3k+2} - нечет $\Rightarrow a_{3k+3} \equiv a_{3k+2} + a_{3k+1} =$ нечет,

$a_{3(k+1)+1} \equiv a_{3(k+1)} + a_{3k+2} -$ четное $\Rightarrow a_{3(k+1)+2} -$ нечет,

$2026 \equiv 1 \Rightarrow a_{2026}$ - нечет $\Rightarrow a_{2026} + a_1 =$ четное \Rightarrow

$\Rightarrow a_{2026} + a_1$ - четное.

• Если a_0 - нечет, a_1 - нечет $\Rightarrow a_2$ - четное, по предположению

индукции a_{3k+2} - чет. a_{3k+1} - нечет, a_{3k} - нечет \Rightarrow

$\Rightarrow a_{3(k+1)}$ - нечет, $a_{3(k+1)+1}$ - чет., $a_{3(k+1)+2}$ - нечет.

$\Rightarrow 2026 \equiv 1 \Rightarrow a_{2026}$ - нечет $\Rightarrow a_{2026} + a_1$ - четное.

Мы перебрали все варианты, и $a_{2026} + a_1$ всегда четное.

Ответ: $a_{2026} + a_1$ всегда четное.

А.К. Савиловская
D.A. Sokolov

77 (семьдесят семь)

Цисточки
№3.

Ускорение свободного падения на поверхности

найдено $g = \frac{GM}{R^2}$, G - гр. постоянная, M - масса Земли,

R - радиус Земли. 100 м это $\frac{100 \text{ м}}{1737000 \text{ м}} 100\% =$

$= 0,0058\%$ от радиуса планеты и заменим

g можно перевернуть, потенциальная энергия груза массой $m = 100 \text{ кг}$, высоте

h будет равна $mgh \Rightarrow$ мы совершили работу

$$A = -(-mgh) = mgh = \frac{GMmh}{R^2} \oplus$$

$$= \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,35 \cdot 10^{22} \cdot 100 \cdot 100}{1,737^2 \cdot 10^{12}} \text{ Дж} =$$

$$= 2,6 \text{ Дж} \approx 2,5 \text{ Дж} \approx 26248,9 \text{ Дж} \approx 26,25 \text{ кДж}$$

Ответ: Илья совершил работу 26,25 кДж.

Илья

ф-ла верная, ответ - ~~16,25~~ кДж

№04



Python код:

```
N = int(input())
r = list(map(int, input().split()))
for i in range(0, len(r)):
```

```
    c = []
    for i in range(0, len(r)):
        if r[i] == 0:
            c.append(i)
```

```
    L = [0] * len(r)
    q = 0
    for i in range(0, len(r)):
```

```
        if r[i] + c[q] == 0:
            q = 0
        else:
            q += 1
```

```
        p = (i + c[q]) % len(r)
        if r[p] == 0:
            q = 0
        else:
            q += 1
            L[p] = q
```

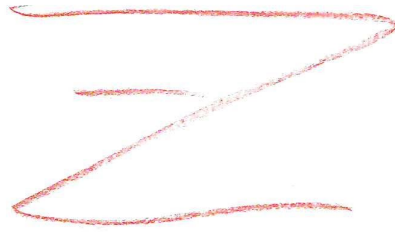
```
R = [0] * len(r)
for i in range(0, len(r)):
```

```
    p = (i + c[-1]) % len(r)
    if r[p] == 0:
        q = 0
    else:
        q += 1
        R[p] = q
```

```
for i in range(0, len(r)):
```

```
    print(min(R[i], L[i]), end=' ')
```

Частотик:



нахождение координат станций.

L - массив расстояний до ближайшей станции слева, p - координата станции, т.е. c[q], а заканчивается (len(r) + c[q]) % N = (c[q] - 1) % N.

Аналогично превращаем цикл, находим расстояние до ближайшей станции справа, либо L[i], либо R[i], будет расстояние до ближайшей станции.



№6 (+) Чистовик
 Рассчитать радиус стационарной орбиты.
 Первая космическая скорость равна скорости на первом
 периоде обращения вокруг Луны $T = 29,5$ сут.

по 3. Келлера:

$$\frac{T^2}{R^3} M = \frac{4\pi^2}{G}, \quad M - \text{масса Луны}, R - \text{радиус},$$

$$\text{орбита круговая} \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{MT^2 G}{4\pi^2}} =$$

$$= \sqrt[3]{\frac{7,35 \cdot 10^{22} \cdot 29,5 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}}{4\pi^2}} \text{ м} =$$

$$= \sqrt[3]{\frac{3,16 \cdot 10^{37} \cdot 316,5 \cdot 10^{15}}{4\pi^2}} \text{ м} \approx 6,82 \cdot 10^5 \text{ м} \approx 682 \text{ км},$$

Но радиус Луны равен 1737 км \Rightarrow

\Rightarrow орбита спутника пролегает внутри
 Луны \Rightarrow спутник летать там не может. ?

Для наблюдения обратной стороны Луны,

лучше расположить спутник в точке

(+) Лагранжа L2 или L7 системы Земля-Луна,

для наблюдения соответственно, обратной
 и видимой стороны Луны.

№4 Python код:

```
N = int(input())
r = list(map(int, input().split()))
for i in range(0, len(r)):
```

```
    c = []
    for i in range(0, len(r)):
        if r[i] == 0:
            c.append(i)
```

```
l = [0] * len(r)
q = 0
for i in range(0, len(r)):
```

```
    if r[i] + c[0] == 0:
        q = 0
    else:
        q += 1
```

```
    p = (i + c[0]) % len(r)
    if r[p] == 0:
        q = 0
    else:
        q += 1
    l[p] = q
```

```
R = [0] * len(r)
for i in range(0, len(r)):
```

```
    p = (i + c[-1]) % len(r)
    if r[p] == 0:
        q = 0
    else:
        q += 1
    R[p] = q
```

```
for i in range(0, len(r)):
```

```
    print(min(r[i], l[i]), end=' ')

```

Частота:



КАКОЖИЕ
КООРДИНАТ
СТАЦИИ.

L - массив
расстояний
поближайшей
станции
слева,
p - координата
справа,
вычисление
начинается
с координаты
первой слева
станции,
т.е. c[0],
а заканчивается
(len(r)-1+c[0])%N =
= (c[0]-1)%N.

Аналогично
превращаем
цикл, находим
расстояние
поближайшей
справа станции,
либо l[i],
либо R[i],
будет расстояние
поближайшей
станции:



№6 (+)

Чистовик

Рассчитать радиус стационарной орбиты.

Период обращения лунной ракеты равносильно периоду обращения вокруг Луны $T = 29,5$ сут.

по 3 з. Кеплера:

$$\frac{T^2}{R^3} M = \frac{4\pi^2}{G}, \quad M - \text{масса Луны}, \quad R - \text{радиус},$$

$$\text{орбита круговая} \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{MT^2 G}{4\pi^2}} =$$

$$= \sqrt[3]{\frac{7,35 \cdot 10^{22} \cdot 29,5 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}}{4\pi^2}} \text{ м} =$$

$$= \sqrt[3]{3,76 \cdot 10^{31} \cdot 376,5 \cdot 10^{15}} \text{ м} \approx 6,82 \cdot 10^5 \text{ м} \approx 682 \text{ км},$$

И радиус Луны равен 1737 км \Rightarrow

\Rightarrow орбита спутника пролегает внутри Луны \Rightarrow спутник летать там не может. ?

Для наблюдения обратной стороны Луны,

лучше расположить спутник в точке

(+)
Лагранжа L2 или L7 системы Земля-Луна,

для наблюдения, соответственно, обратной и видимой стороны Луны.

№5



Чистовик.

~~Если верхний эллиптичность орбит.
 Земли средняя Меркурия и Венера ниже, то
 разность между ними $0,72 - 0,42 = 0,30$ а.е.~~

~~но если малые разности между Землей
 и Марсом (в время противостояния) равно $0,52$ а.е.~~

~~→ противоречие, следовательно вернее →~~

~~расстояние между Венерой и Меркурием
 равно $0,42 + 0,42 = 0,84$ а.е.~~

Расстояние от Земли до Марса может
 быть равно расстоянию от Меркурия
 до Венеры только если Земля и Марс
 находятся ~~противостояния~~ в
 большом противостоянии, а Меркурий
 Меркурий в ~~а~~ аперигелии (т.е. расстояние
 между Меркурием и Венерой максимально
 возможное среди всех ~~в~~ нижних

соединений). ~~т.е.~~ орбита Меркурия очень
 эллиптична, т.е. расстояние от Меркурия
 до Венеры будет ^{значительно больше (почти а.е.)} больше $0,72 - 0,42 =$
 $= 0,30$ а.е., а от Марса до Земли

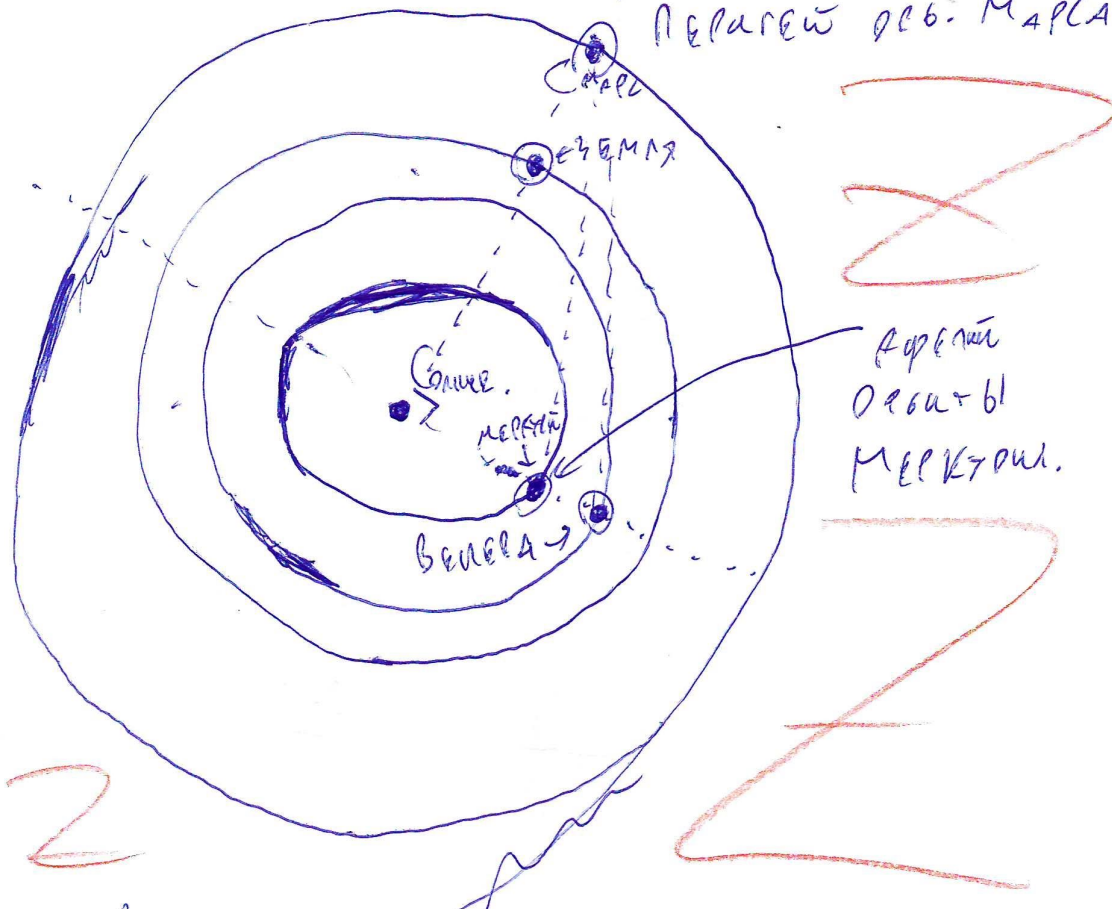
значительно меньше $0,72 - 0,42$ а.е. $= 0,30$ а.е.
 (почти а.е.), в обратном случае такая
 ситуация невозможна, т.к. Марс и Земля
 будут находиться слишком далеко, а
 Меркурий и Венера слишком близко.

продолжение на след.
 странице.

ПРОДОЛЖИТЕ ДОС.

Чистовик.

Перегей д.р.б. Марса.



Аргент
Орбиты
МЕРКУРИЯ.

Из рисунка видно, что расстояние
от Марса до Меркурия $\approx \sqrt{1,52^2 + 0,38^2} \approx 1,58$
а до Венеры $\approx \sqrt{1,52^2 + 0,72^2} \approx 1,7$
ответ: ВЕНЕРА БУДЕТ НАХОДИТСЯ
ДАЛЬШЕ ОТ МАРСА, ЧЕМ МЕРКУРИЙ.

$$\frac{GM}{r^2} = \frac{GM}{(r \pm h)^2} + \frac{4\pi^2}{T^2} h$$

ЧЕРНОВИК

$$GM(r \pm h)^2 = GMh^2 + \frac{4\pi^2}{T^2} h^3 (r \pm h)^2$$

$$GM r^2 + GM h^2 \pm 2GM r h = GMh^2 +$$

$$+ \frac{4\pi^2}{T^2} h^5 + \frac{4\pi^2}{T^2} h^3 r^2 \pm \frac{8\pi^2}{T} r h^4$$

$$1 + \frac{h^2}{r^2} \pm 2\frac{h}{r} = \frac{1}{81} \frac{h^2}{r^2} + \frac{4\pi^2 r^3}{T^2 GM} \frac{h^5}{r^5} +$$

$$+ \frac{4\pi^2 r^3}{T^2 GM} \frac{h^3}{r^3} \pm 2 \frac{4\pi^2 r^3}{GM T} \frac{h^4}{r^4}$$

$$\frac{4\pi^2 r^3}{T^2 GM} = k$$

$$1 + \frac{h^2}{r^2} \pm 2\frac{h}{r} = \frac{1}{81} \frac{h^2}{r^2} + k \frac{h^5}{r^5} + k \frac{h^3}{r^3} \pm 2\frac{h^4}{r^4} k$$

$$k = \frac{4 \cdot 3,14^2 \cdot 3,84^3 \cdot 10^{24} \cdot 10^{24} \cdot 10^{25}}{(29,5^2 \cdot 24^2 \cdot 3,6^2 \cdot 10^{24}) \cdot 6,67 \cdot 10^{24} \cdot 6 \cdot 10^{24}} =$$

$$= 2,19 \cdot 10^6 \cdot 0,086$$

$$\frac{GM}{r^2} \pm 2\frac{GM}{r}$$

Черновик.

$$\frac{GM}{h^2} = \frac{GM}{(r-h)^2} + \frac{4\pi^2}{T^2} R.$$

$$T = \frac{2\pi}{\nu} \quad \nu = \frac{2\pi}{T}$$

$$w^2 R = \frac{4\pi^2}{T^2} R.$$

$$GM (r-h)^2 = GM (81 \cdot h^2 + \frac{4\pi^2}{T^2} h^3 (r-h^2))$$

$$(r-h)^2 = \frac{h^2}{81} + \frac{4\pi^2 h^3 (r-h^2)}{T^2 GM}$$

$$\frac{4 \cdot \pi^2}{29,5 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 6,67} = \frac{8\pi^2 r h^4}{T^2 GM}$$

$$\frac{4\pi^2 R}{T^2 GM} = \frac{4\pi^2}{29,5 \cdot 24 \cdot 3,6 \cdot 10^3 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}$$

$$= \frac{4\pi^2}{4,8 \cdot 10^8 \cdot 10^{-11} \cdot 10^{27}}$$

$$= 4 \cdot 10^{-20} \quad 2,31$$

$$1 (r-h)^2 = 4 \cdot 10^{-20} h^3 (r-h^2)^2$$

$$h^3 = \frac{4}{9} \cdot 10^{20} \text{ м} = 28 \cdot 10^{18}$$

$$10^6 \cdot 3 = 3000 \text{ км.}$$

$$\begin{array}{r} \text{—} \text{м} \quad 0,6. \\ 0 \ 1230901. \\ 0 \ 3210101 \\ \hline 01210101 \end{array}$$

Чертобыж

29,5 сут

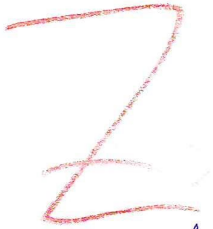
$$h \frac{GM}{(r+h)^2} = \frac{GM}{81(r-h)^2}$$

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} a^3$$

$$\frac{r^2+h^2-2rh}{81} = rh^2$$

$$\frac{T^2 GM}{4\pi^2} = a^3 \quad a = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$$

$$80rh^2 + 2rh - r^2 = 0$$



$$a^3 = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,35 \cdot 10^{22} \cdot 29,5 \cdot 24 \cdot 3600}{4\pi^2}$$

$$h = D = 4r^2 + 9r^2 = 640r^2$$



$$= 3,165 \cdot 10^8 \cdot 10^{24} \cdot 10^{14} = 3,165 \cdot 10^{24} \text{ m}^3 = a$$

$$\frac{-2r \pm \sqrt{640r^2}}{2 \cdot 80} = \frac{-2r \pm 8r}{160}$$

$$x^3 = a + \frac{a}{3}$$

$$f(x) = x^3 - a$$

$$f'(x) = 3x^2$$

$$= 3 \cdot 160 \cdot 56000 \text{ m}$$



$$x_n = \frac{x_n^3 - a}{3x_n^2} = \frac{x_n^3}{3x_n^2} + \frac{a}{3x_n^2}$$

$$680 \text{ km} \cdot \frac{10^5 + 3,165 \cdot 10^{24}}{2 \cdot 10^{20}} = 10^5 \frac{1 + 316,5}{2} = 158,8 \cdot 10^5 =$$

$$= \frac{x_n^3 + a}{2x_n^2}$$

$$\frac{(1,6 + 3,165) \cdot 10^7}{2 \cdot 1,6^2} = 7,6 \cdot 10^7$$

$$= \frac{10^3 (3,165 + 1600)}{2} = 8 \cdot 10^5$$

$$= \frac{8^3 \cdot 10^{25} + 3,165 \cdot 10^{24}}{2 \cdot 8^2} =$$

$$= 10^5 \frac{8^3 + 316,5}{2 \cdot 8^2} = 6,97 \cdot 10^5$$

7. 6,73.
6,86.
6,87.

Уклонив.

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$g = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

$$\int_{R+h}^{R+h} mg dh = \int_{R+h}^{R+h} \frac{GM}{(R+h)^2} dh = GM \int_{R+h}^{R+h} \frac{dh}{(R+h)^2} =$$

$$GM \left(-\frac{1}{R+h} \right) \Big|_{R+h}^{R+h} = GM \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+h} \right)$$

$$GM \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+h} \right) = GM \frac{h}{R(R+h)}$$

$$G = \frac{m^3}{M \cdot c^2}$$

$K = G$

$$6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,35 \cdot 10^{22} \text{ м} =$$

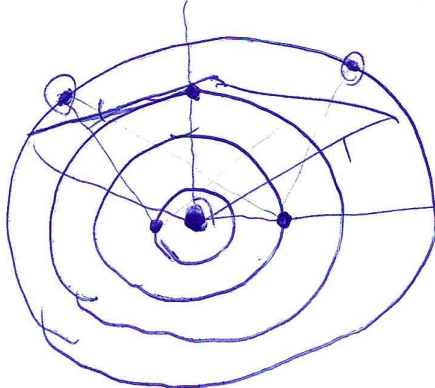
$$\frac{m \cdot m}{m \cdot c^2} = G \frac{m^2}{m^2}$$

$$= 49,02 \cdot 10^{11} = 4,902 \cdot 10^{12}$$

~~49020 Дж~~

$$\frac{R+h-R}{(R)(R+h)} = \frac{h}{R(R+h)}$$

$$\frac{4,902 \cdot 10^{12} \cdot 100 \text{ м}}{1,737 \cdot 10^6 \cdot 1,737 \cdot 10^6} = 762,97 \text{ Дж}$$



8,52.

Чернышук,

29,5 сут

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} a^3$$

$$h^2 = \frac{GM}{(1-h)^2} = \frac{GM}{81(r-h)^2}$$

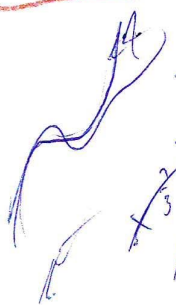
$$\frac{r^2+h^2-2rh}{81} = rh^2$$

$$\frac{T^2 GM}{4\pi^2} = a^3 \quad a = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$$

$$80h^2 + 2rh - r^2 = 0$$

$$a^3 = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,35 \cdot 10^{22} \cdot 29,5 \cdot 24 \cdot 3600}{4\pi^2}$$

$$h = \frac{D}{r} = \frac{4r^2 + 9rD}{r^2} = 640r^2$$



$$= 3,165 \cdot 10^6 \cdot 10^{-21} \cdot 10^{27}$$

$$3,165 \cdot 10^{14} \text{ м}^3 = a$$

$$\frac{-2r \pm \sqrt{640r^2}}{2 \cdot 80} = \frac{2880r}{2 \cdot 80}$$

$$x^3 = a \quad x = \sqrt[3]{a}$$

$$f(x) = x^3 - a$$

$$= 3,165 \cdot 10^{14}$$

$$x^{\frac{2}{3}} = a + \frac{1}{3}$$

$$f'(x) = 2x^2$$

$$\approx 56000 \text{ м}$$

$$6,8 \cdot 10^5 \text{ м} \quad x_n - \frac{x_n^3 - a}{2x_n^2} = \frac{x_n + \frac{x_n^3}{2x_n^2} + \frac{a}{2x_n^2}}$$

$$= \frac{x_n^3 + a}{2x_n^2}$$

$$680 \text{ км} \quad \frac{10^{15} + 3,165 \cdot 10^{14}}{2 \cdot 10^{10}} = 10^5 \frac{1 + 3,165}{2} = 158,8 \cdot 10^5$$

$$(1,6 + 3,165) \cdot 10^7 = 4,765 \cdot 10^7$$

$$\frac{4,765 \cdot 10^7}{2 \cdot 1,6^2 \cdot 10^{14}} = \frac{10^3 (3,165 + 1,6)}{2 \cdot 2,56} = 8,10 \cdot 10^5$$

$$\frac{8^3 \cdot 10^{15} + 3,165 \cdot 10^{14}}{2 \cdot 8^2 \cdot 10^{10}} = 6,97 \cdot 10^5$$

$$= 10^5 \frac{8^3 + 3,165}{2 \cdot 8^2} = 6,97 \cdot 10^5$$

7. 6,73.
6,86.
6,87.

ЧЕРНЫМ.

$$a_2 \stackrel{z}{=} a_1^2 + a_0^2 \stackrel{z}{=} a_1 + a_0$$

$$a_3 \stackrel{z}{=} a_1^2 + a_2^2 \stackrel{z}{=} a_1 + a_2 \stackrel{z}{=} 2a_1 + a_0 \stackrel{z}{=} a_3.$$

$$a_4 \stackrel{z}{=} a_3 + a_2 \stackrel{z}{=} a_0 + 2a_1 + a_1 + a_0 \stackrel{z}{=} 2a_0 + 3a_1.$$

~~$$40 = 0 \cdot 8 + 1 \cdot 8 + 2 \cdot 8 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 8 + a \cdot 8.$$~~

~~$$40 = 0 \cdot 7 + 1 \cdot 7$$~~

$$40 = 1 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + a$$

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4$$

$$7 \quad 6 \quad 10$$

$$a = 30 \cdot 7.$$

$$a \quad b \quad c \quad d \quad e.$$

$$a + b + c + d + e = 30$$

~~$$40 = 907, a + 2b + 3c + 4d + 5e.$$~~

~~$$107, a + b + 2c + 3d + 4e.$$~~

$$e = 1.$$

$$d = 1$$

$$c = 1$$

$$b = 7.$$