0 280218 920004

28-92-18-92
(29.16)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 11 2

Место проведения УФА
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по МАТЕМАТИКЕ
профиль олимпиады

БАДРЕТДИНОВОЙ АДЕЛИ ИРЕКОВНЫ
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

+1 лист

Дата

«29» МАРТА 2026 года

Подпись участника

Бадр

Черновик 70 (семьдесят)

$\sqrt{8\sin^2 x}$ $\cos^2 x = 1-\sin^2 x$

1. $\sqrt{3(1-tg^2 x)} = 2\sqrt{2}\sin x$

$3-8\sin^2 x = 8\sin^2 x - 8\sin^4 x$

$8t^2-14t+3=0$

$\begin{cases} 1-tg^2 x \geq 0 \\ \sin x \geq 0 \end{cases}$

$\frac{3-3\sin^2 x}{\cos^2 x} = 8\sin^2 x$ $\cdot \cos^2 x$

$\frac{D}{4} = 49-24=25$

$3\cos^2 x = \cancel{8\sin^2 x}$

$\frac{3}{11} = tg^2 x$ $\begin{cases} tg\, x = \sqrt{\frac{3}{11}} \\ tg\, x = -\sqrt{\frac{3}{11}} \end{cases}$

$3\cos^2 x - 3\sin^2 x = 8\sin^2 x \cos^2 x$

$\cancel{3\cos 2x} = 2\sin^2 2x$

$\begin{cases} \pi - arctg\sqrt{\frac{3}{11}} + 2\pi k \\ arctg\sqrt{\frac{3}{11}} + 2\pi k \end{cases}$

$\overline{a_1 a_2 \ldots a_n} : (a_1 + \cdots + a_n) \equiv 0 \pmod 9$

$\frac{\overline{a_1 a_2 a_3}}{a_1+a_2+a_3}$ $\frac{100a_1 + 10a_2 + a_3}{a_1+a_2+a_3} = 9k,\ k \in Z$ (N или 0)

$\frac{99a_1 + 9a_2}{a_1+a_2+a_3} = 9k-1$

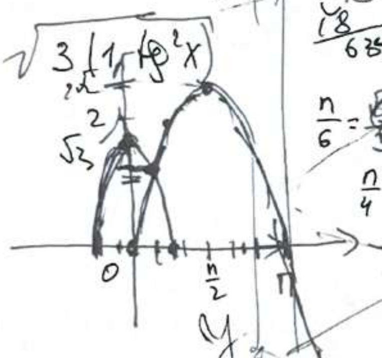
$9(11a_1 + a_2) = 9k(a_1+a_2+a_3) - (a_1+a_2+a_3)$

$9(k(\ldots)) = (a_1+a_2+a_3)$ $\vdots\, 9$

$:81$

2

$162 \,|\, \frac{9}{9 \cdot 2}$ $\times\frac{81}{3}$ $\frac{243}{18}\Big| \frac{9}{27}$ $\frac{18}{63}$

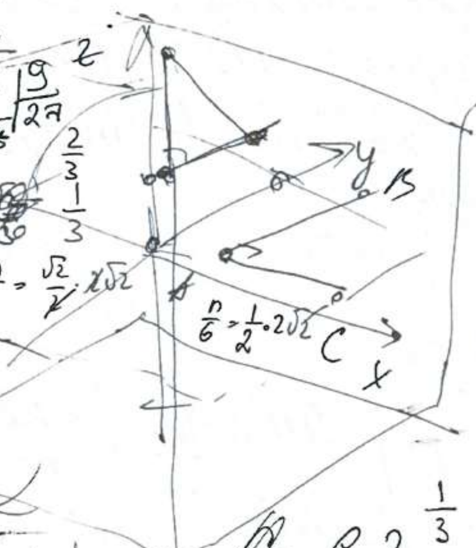


$\sqrt{3(1-tg^2 x)}$

$\frac{\pi}{6} = 30$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{3}$

$\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2\sqrt{2}$

$\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2}$



xy:

$A(x_1; y_1; z_1)$

$C(x_2; y_1; z_1)$

$B(x_1; y_2; z_1)$

$3 - 3tg^2 x = 8\sin^2 x$

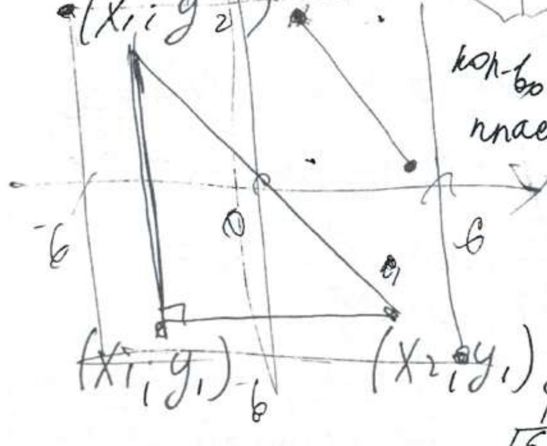
$3\cos^2 x - 3\sin^2 x = 8\sin^2 x \cos^2 x$

$3(1-t) - 3t = 8t(1-t)$

$3 - 6t = 8t - 8t^2$

$8t^2 - 14t + 3 = 0$

$\frac{D}{4} = 49 - 24 = 25$



кол-во пластин $C^2_{13^2}$ $\frac{1}{3}$

3

$\frac{12}{8}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{7+5}{8}$ $\frac{7-5}{8} = \frac{1}{4}$

$81 \cdot 10 = 810$ $81 \cdot 12 = 162$ 972 $81 \cdot 13 = 243$

Чистовик (стр. 1)

Задача 1

$\sqrt{3(1-tg^2x)} = 2\sqrt{2}\sin x$;

Скажем, что подкоренное выр-ие ≥ 0, тогда:

$3(1-tg^2x) \geq 0$;

$(1-tgx)(1+tgx) \geq 0$ $\quad \overset{-}{}\underset{-1}{|}\overset{+}{}\underset{1}{|}\overset{-}{} \rightarrow tgx$ $\quad tgx \in [-1;1]$

А также, раз слева корневое выр-ие, то оно не отрицательное, а значит и выр-ие справа неотрицательное: $2\sqrt{2}\sin x \geq 0$, т.е $\sin x \geq 0$.

С этим учетом возведем в квадрат обе части:

$3 - 3tg^2x = 8\sin^2x$;

$3 - \frac{3\sin^2x}{\cos^2x} = 8\sin^2x$; $\cos x \neq 0$, тогда $\cdot \cos^2x$

(1) $3\cos^2x - 3\sin^2x = 8\sin^2x\cos^2x$. Зная, что $\sin^2x+\cos^2x=1$

Заменим в выр-ии (1) $(\cos^2x)$ на $(1-\sin^2x)$:

$3 - 3\sin^2x - 3\sin^2x = 8\sin^2x(1-\sin^2x)$. Пусть $t=\sin^2x$:

$3-6t = 8t-8t^2$;

$8t^2-14t+3=0$

$\frac{D}{4} = 49-24=25$

$\left[\begin{array}{l} t = \frac{7+\sqrt{25}}{8} \\ t = \frac{7-\sqrt{25}}{8} \end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l} \sin^2x = \frac{12}{8} \\ \sin^2x = \frac{1}{4} \end{array}\right.$ - невозм, т.к $-1 \leq \sin x \leq 1$, т.е $0 \leq \sin^2x \leq 1$, а $\frac{12}{8} > 1$

Итак, $\sin^2x = \frac{1}{4}$, а т.к. $\sin x \geq 0$, то $\sin x = \frac{1}{2}$,

$\sin x = \frac{1}{2}$, т.е $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \text{ где } k \in Z \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \text{ где } k \in Z. \end{array}\right.$

Необх., чтобы $tgx \in [-1;1]$, проверим:

$tg\left(\frac{\pi}{6}+2\pi k\right) = tg\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\quad -1 \overset{\text{очев}}{<} \frac{\sqrt{3}}{3} < 1$, т.к $\sqrt{3} < 3$, очев $(\sqrt{3} < \sqrt{9})$.

Эта серия подходит (см. чистовик (стр 2)).

Чистовик (стр. 2).

Задача 1 (прод-ие)

$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$

$tg\left(\frac{5\pi}{6}+2\pi k\right) = tg\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$: $-1 < \underbrace{-\frac{\sqrt{3}}{3} < 1}_{\text{вер}}$

$-3 < -\sqrt{3}$

$\sqrt{3} < 3$ — вер $(\sqrt{3} < \sqrt{9})$.

Итак, т.е. обе серии подходят.

Ответ: $\left\{\frac{\pi}{6} + 2\pi k;\ \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \mid \text{где } k \in Z\right\}$.

Задача 2

Пусть число, входящее в A: $\overline{a_1a_2a_3}$, где a_1, a_2, a_3 — цифры (от 0 до 9 $\in N$ и $a_1 \neq 0$).

Тогда:

(1): $\frac{\overline{a_1a_2a_3}}{a_1+a_2+a_3} = 9t$, где $t \in Z$ (натуральные или 0)

$\frac{100a_1+10a_2+a_3}{a_1+a_2+a_3} = \frac{99a_1+9a_2+(a_1+a_2+a_3)}{a_1+a_2+a_3} = 1+\frac{99a_1+9a_2}{a_1+a_2+a_3}$

Т.к. $a_1+a_2+a_3 \neq 0$, то домножим выр-ие (1) на $(a_1+a_2+a_3)$, с учетом, что $\frac{\overline{a_1a_2a_3}}{a_1+a_2+a_3}$ расписали, как $\left(1+\frac{9(11a_1+a_2)}{a_1+a_2+a_3}\right)$:

$(a_1+a_2+a_3) + 9(11a_1+a_2) = 9t(a_1+a_2+a_3)$

$a_1+a_2+a_3 = \underbrace{9(t(a_1+a_2+a_3) - 11a_1 - a_2)}_{\vdots 9}$;

$\vdots 9$, значит и $(a_1+a_2+a_3) \vdots 9$,

а раз число $(\overline{a_1a_2a_3})$ при делении на число $(a_1+a_2+a_3) \vdots 9$ дает результат $\vdots 9$, то само число $\vdots 81$.

$\overline{a_1a_2a_3} = 9t(\underbrace{a_1+a_2+a_3}_{\vdots 9})$ $\vdots 81$ (см чистовик (стр 3))

Чистовик (стр 3)

Задача 2 (прод-ие).

Тогда все числа $\overline{a_1a_2a_3} \vdots 81$, т.е это числа вида ~~81~~ $81\cdot2, 81\cdot3, \dots 81\cdot12$.

Считаем, что они все удовлетворяют условию (т.е необходимо, чтобы числа делились на 81 - это док-но на чистовик (стр 2)), а достаточное ли это условие? Поэтому проверим).

$81\cdot2=162$ $1+6+2=9$ $162:9=18=9\cdot2$ - (V)

$81\cdot3=243$ $2+4+3=9$ $243:9=9\cdot3$ - (V)

$81\cdot4=324$ $3+2+4=9$ $324:9=9\cdot4$ - (V)

$81\cdot5=405$ $4+0+5=9$ $405:9=9\cdot5$ - (V)

$81\cdot6=486$ $4+8+6=18$ $486:18=9\cdot3$ - (V)

$\ \ 9\cdot9\cdot6 \quad 9\cdot2$

$81\cdot7=567$ $5+6+7=18$ $567:18$ - не делится нацело, т.е не подх.

$81\cdot8=648$ $6+4+8=18$ $(9\cdot9\cdot8):(9\cdot2)=9\cdot4$ - (V)

$81\cdot9=729$ $7+2+9=18$ $729:18$ - не делится нацело, т.е не подх.

Итак, мн-во $A=\{162; 243; 324; 405; 486; 648; 810; 972\}$.

$81\cdot10=810$ $8+1+0=9$ $(9\cdot9\cdot10):9=9\cdot10$ - (V)

$81\cdot11=891$ $8+9+1=18$ $891:18$ - не делится нацело, т.е не подх

$81\cdot12=972$ $9+7+2=18$ $(9\cdot9\cdot12):(9\cdot2)=9\cdot6$ - (V)

первое число: 162
шестое число: 648
последнее число: 972

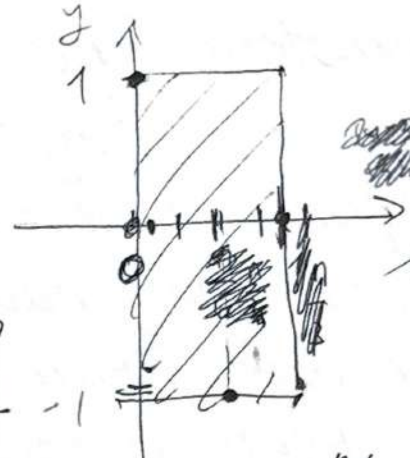
> их сумма: 1782

Ответ: 1782

$\boxed{\text{Черновик}}$

$\frac{\begin{array}{r}162\\648\end{array}}{800}$

$\frac{\begin{array}{r}810\\972\end{array}}{1782}$



$\frac{\begin{array}{r}2197\\3\end{array}}{6591}$

$\frac{\begin{array}{r}13\\13\end{array}}{39}$

$\frac{\begin{array}{r}13\\13\end{array}}{169}$

13

24

$\frac{\begin{array}{r}507\\169\end{array}}{2197}$

160+160

$\frac{\begin{array}{r}160\\3\end{array}}{480}$

$\frac{\begin{array}{r}320\\160\end{array}}{480}$

27

507

$\sin k\pi x.$

$\sin 11\pi x = 0$

$\sin 13\pi k$

$\sin 15\pi k$ $\quad \frac{11\pi}{2} = 5\frac{1}{2}\pi$

$\sin 11\pi$

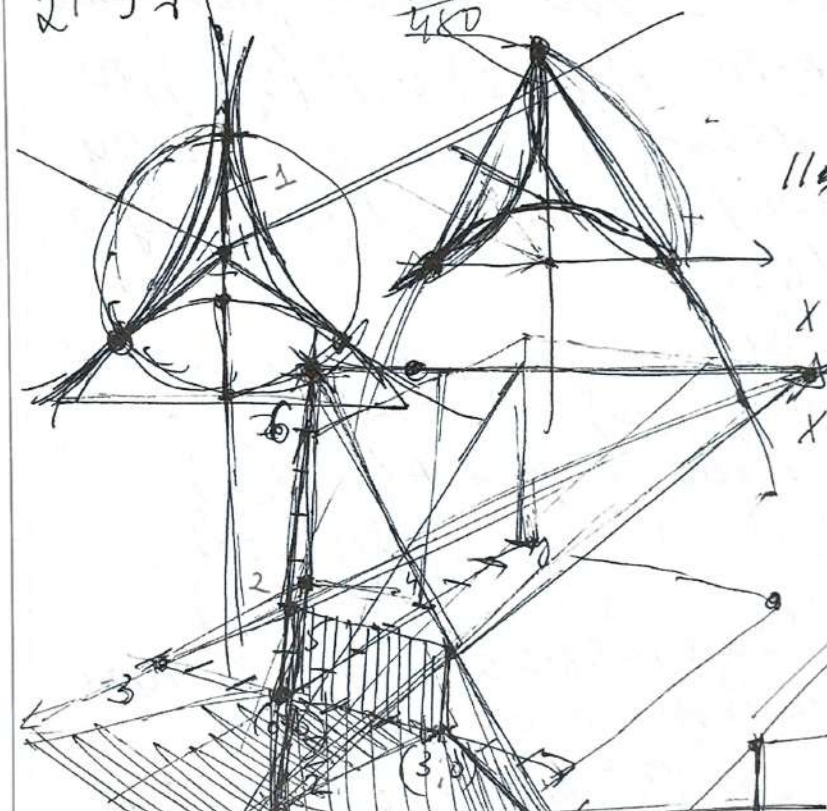
$11x = k$

$x = \frac{k}{11}$

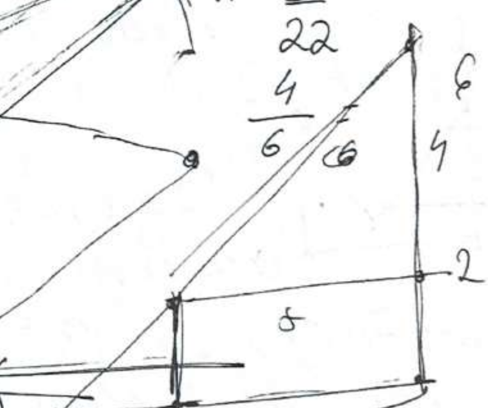
$11x = -\frac{1}{2} + 2k$

$x = \frac{-1}{22} + \frac{4k}{22}$

$x = \frac{3}{22}$



$\frac{4}{6}$



$\frac{4}{5} = \frac{6}{x}$

$x = \frac{^3\cancel{6}\cdot 5}{_2\cancel{4}} = \frac{15}{2}$

$\frac{15}{2}$ – 10

$\frac{15}{2}$

Чистовик (стр. 4)

Задача 3

Пусть катеты ∥ осям Ox и Oy, тогда возьмём эту плоск-ть, причем скажем, что если мы берем одну из 13 пл-тей (прох-их через одну из точек $(0;0;z)$, где $|z| \leq 6$ и $z \in \mathbb{Z}$, значит всего сущ-ет 13 таких z"), то если мы возьмем ∥ пл-ть, но прох-щую уже через другую точку вида $(0;0;z)$, то в такой пл-ти кол-во прямоуг-ых Δ-ов, которые мы можем выбрать, будет таким же. А ещё, если мы будем расс-ть катеты ∥ осям Ox и Oz или Oy и Oz, то соотв-но рассм-ть пл-ти ∥ (Oxz) и ∥ (Oyz), то это аналогично случаю с Ox и Oy. Тогда рассмотрим пл-ть, прох-щую через $(0;0;0)$: (∥ Oxy).

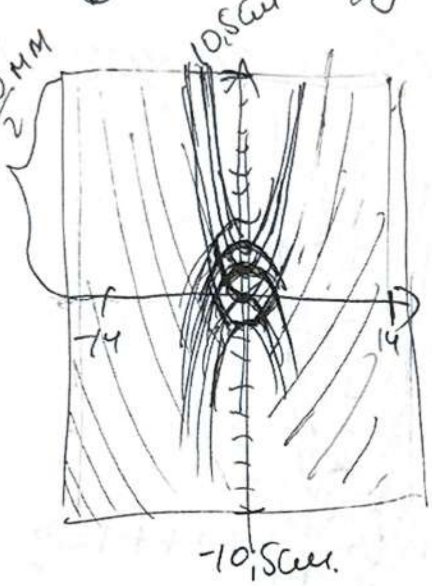
(рисунок схематически для наглядности)

Пусть коорды $A(x_1;y_1;0)$
$B(x_1;y_2;0)$
$C(x_2;y_1;0)$

Тогда посчитаем кол-во прямоуг-ных Δ-ов след-им образом: возьмем любую из 13^2 точек с целочисл координатами не превосх 6 по модулю и любую из оставшихся (13^2-1), тогда это будут вершины, принадл. гипотенузе

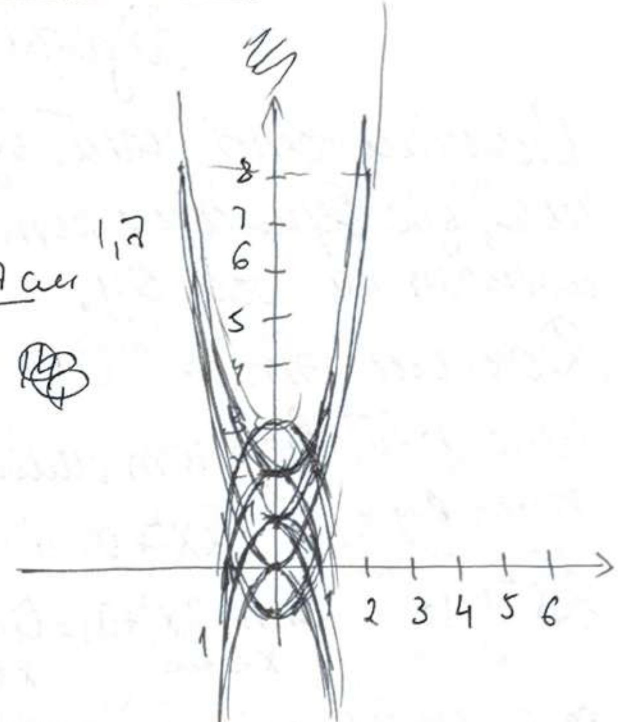
(см далее чистовик (стр5))

Черновик



$\frac{29{,}7 см}{2}$

1,7



$\log_x a = \frac{\log_a a}{\log_a x} = \frac{1}{\log_a x}$

$\frac{\log_a b}{\log_a c} = \log_c b$

t

$\frac{\log_2 4}{\log_2 8} = \log_8 4$

$2x^2t - \frac{1}{t} - 2x \le 0$

$2x^2t - 2x - \frac{1}{t} \le 0$

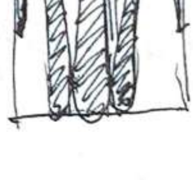
$\frac{1-\sqrt{3}}{2t}$ $\frac{1+\sqrt{3}}{2t}$

$\frac{1+\sqrt{3}}{2t}$ $\frac{1-\sqrt{3}}{2t}$

$\frac{1-\sqrt{3}}{2\log_a x}$

$\log_a x - \frac{1}{\log_a x}$

3πx 5πx 7πx



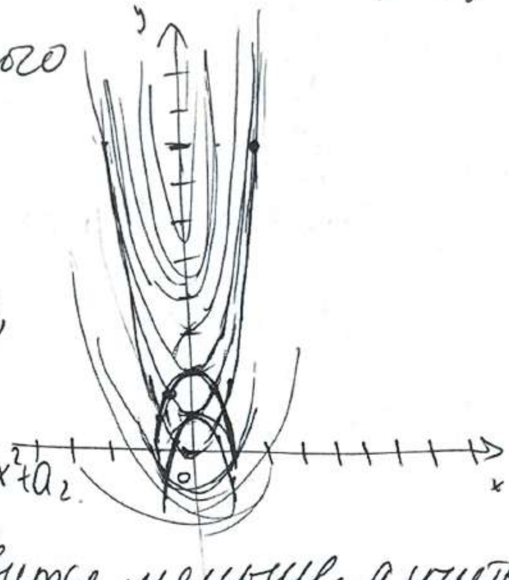
Чистовик (стр 9)

Задача 7

Считаем, что наиб. будет яв-ся четырехугольник, две вершины которого лежат на оси Oy.

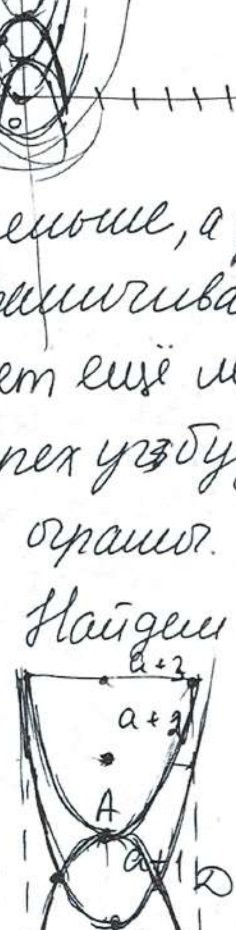
Док-ем это:

т.к п/б возр-ют сильнее, то у п/б $2x^2+a_1$ и $2x^2+a_2$ $\lim\limits_{x\to\infty} 2x^2+a_1=\lim\limits_{x\to\infty} 2x^2+a_2$



т.е сама клетка становится меньше, а учитывая, что п/б-лы $-2x^2+c$ ограничивают её сверху и снизу, то она будет ещё меньше. Таким образом наиб четырех уг. будет в вершинах клетки, огранич. п/б $2x^2+a$, $2x^2+(a+1)$, $-2x^2+(a+1)$. Найдем пл-дь:

$A(a+1;0)$ $B(a;0)$ Найдем коорды C и D:



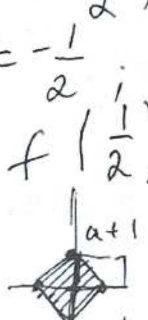
$-2x^2+(a+1)=2x^2+a$;

$1=4x^2$;

$x^2=\frac{1}{4}$, т.е $\left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{2}, \\ x=-\frac{1}{2}; \end{array}\right.$

$f(x)=2x^2+a$, тогда $f\left(\frac{1}{2}\right)=f\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}+a$,

Тогда четырех уг:



$S=1\cdot 1=1$

Ответ: 1

Далее см чистовик стр 10

Чистовик (стр 10)

Задача 4

Найдем т. пересечения $y = \sin 11\pi x$
$y = \sin 13\pi x$:

$$\left[\begin{array}{l} 13\pi x = 11\pi x + 2\pi k, \\ 11\pi x = \pi - 13\pi x + 2\pi k; \end{array}\right. \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

$$\left[\begin{array}{l} x = k, \\ x = \dfrac{1+2k}{24}; \end{array}\right. \text{ где } k \in \mathbb{Z}.$$

(на пром-ке $0 \le x \le 1$ таких точек, не считая $x = 1$: 12 $(0 \le k \le 11)$)

Найдем т. пер-ие $y = \sin 11\pi x$
$y = \sin 15\pi x$:

$$\left[\begin{array}{l} 15\pi x = 11\pi x + 2\pi t, \\ 11\pi x = \pi - 15\pi x + 2\pi t; \end{array}\right. \text{ где } t \in \mathbb{Z}$$

$$\left[\begin{array}{l} x = t, \\ x = \dfrac{1+2t}{26}; \end{array}\right. \text{ где } t \in \mathbb{Z}$$

(на пром-ке $0 \le x \le 1$ таких точек, не считая $x = 1$: 13 $(0 \le t \le 12)$)

Найдем т. пер-ие $y = \sin 13\pi x$
$y = \sin 15\pi x$:

$$\left[\begin{array}{l} 15\pi x = 13\pi x + 2\pi l, \\ 13\pi x = \pi - 15\pi x + 2\pi l; \end{array}\right. \text{ где } l \in \mathbb{Z}$$

$$\left[\begin{array}{l} x = l, \\ x = \dfrac{1+2l}{28}; \end{array}\right. \text{ где } l \in \mathbb{Z}$$

(на пром-ке $0 \le x \le 1$ таких точек, не считая $x = 1$: 14 $(0 \le l \le 13)$)

Причем никакие из этих трех серий не совп (т.е все три графика пересекаются только при $x = 0$ и $x = 1$)

Док-ем:

(см чистовик (стр 11))

Чистовик (стр 11)

Задача 4 (прод-ие)

Пусть совп, тогда:

$$\frac{1+2K}{24}=\frac{1+2t}{26} \quad \Big/ \cdot 2\cdot 13\cdot 12$$

$13+26K=12+24t$; $\underbrace{24t}_{:24}=\underbrace{26K+1}_{\text{при } K\in[0;11]\ \not{:}24}$,

Итак, ~~[illegible]~~ тогда считаем, что когда какие-то 2 графика пересекаются - образуется область.

$26K+1 \underset{24}{\equiv} 2K+1$, т.е $2K \underset{24}{\equiv} 23 \leftarrow$ (невозм).

Тогда образовалось всего $(12+13+14+1)$ областей, $x=1$
а также верхние и нижние области сложим:
на верху $y=\sin 11\pi x$ касается прямой $y=1$

$\frac{11+1}{2}=6$ раз $y=13\pi x$ $\frac{13+1}{2}=7$ раз и $y=15\pi x$: $\frac{15+1}{2}=8$ раз

А внизу соотв-но: $\frac{11-1}{2}=5$ раз, 6 и 7 раз.

Итого: $(12+13+14+1)+(\underbrace{6+7}_{13}+8)+(\underbrace{5+6}_{11}+7)=$

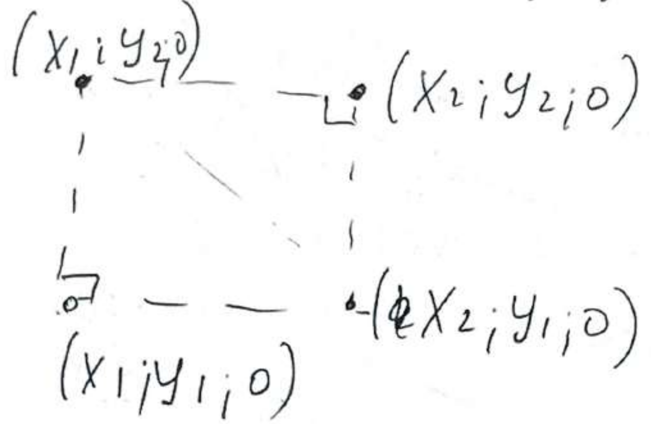
$=40+21+18=79$.

Ответ: 79 непересекающихся областей

Листовик (стр. 5)

Задача 3 (прод-ие)

Тогда вершину с прямым углом можно выбрать двумя способами:



$(x_2;y_2;0)$ или $(x_1;y_1;0)$.

Обе м/о выбрать, т.к. x_1, y_1, x_2, y_2 — это уже коорд-ы удовлтв. условию.

Значит посчитаем сколько △ в этой пл-ти: $C_{13^2}^2 \cdot 2$

Для всех 13 пл-тей || данной:

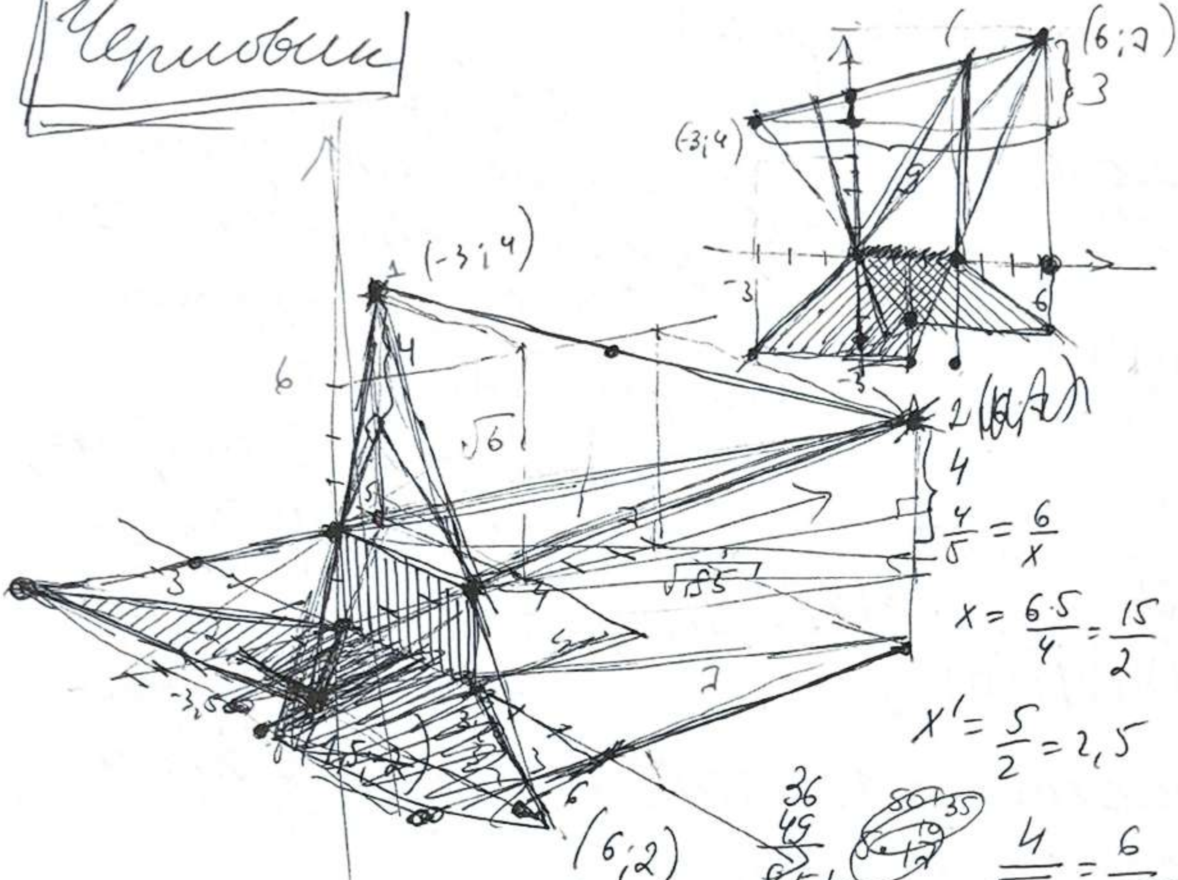
$13 \cdot 2 \cdot C_{13^2}^2$

Для всех пл-тей $\parallel Oxy$, $\parallel Oxz$ и $\parallel Oyz$:

$$3 \cdot 13 \cdot 2 \cdot C_{13^2}^2 = 6 \cdot 13 \cdot \frac{13^2}{2} = 3 \cdot 13^3 = 6591$$

Ответ: 6591.

Черновик



$\frac{4}{5} = \frac{6}{x}$

$x = \frac{6 \cdot 5}{4} = \frac{15}{2}$

$x' = \frac{5}{2} = 2,5$

36
49
85

$\frac{4}{\sqrt{85}} = \frac{6}{y}$

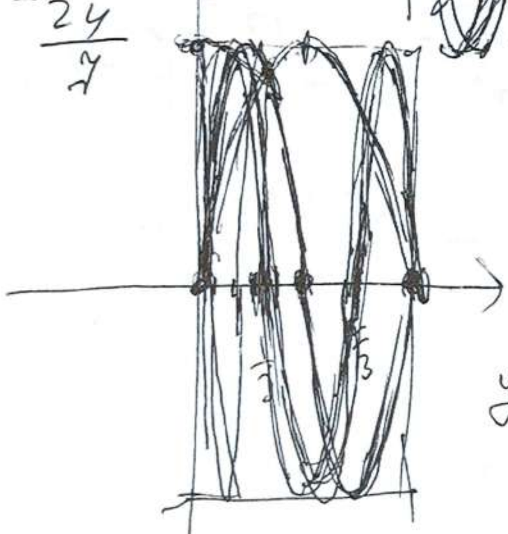
$y = \frac{3}{2}\sqrt{85}$

$0,5\sqrt{85}$

$(0; -3,5)$

-8
31
-24
7

13



$\left(\frac{x_1}{2}; \frac{-\frac{1}{3}x_1+5}{2}\right)$

$y = \sin \pi x$

$\sin 2\pi x$

$\sin 3\pi x$

$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{2}$

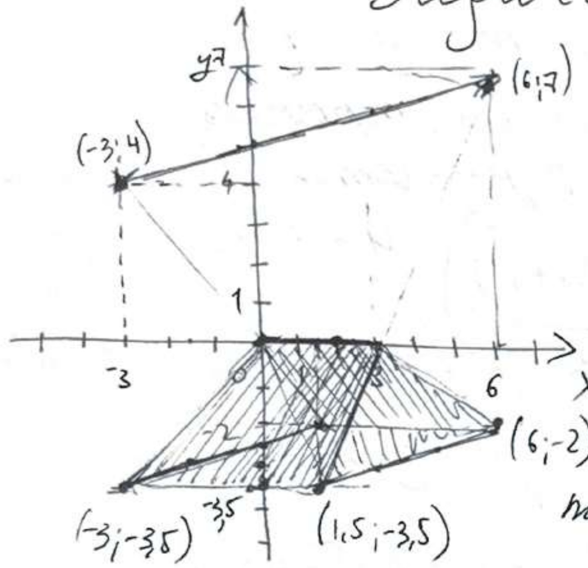
$\frac{1}{4}$

$\frac{3}{2}\pi$

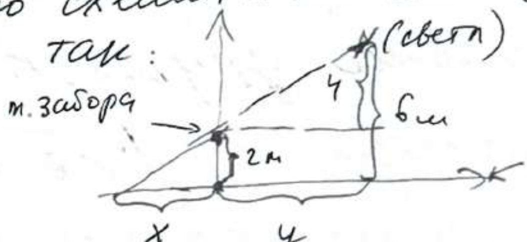
$2\frac{3}{4} \cdot 2\pi$

Чистовик (стр. 6)

Задача 6



Т.к. светлячок нах-ся на высоте 6 м, а забор высотой 2 м, то как бы он не светил, если мы проведем пл-ть || земле через какую-то точку забора и через светлячка, то схематично выглядит так:



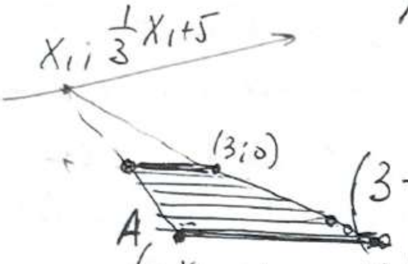
отбрасывать тень он будет в отношении: $\frac{6}{4} = \frac{x+y}{y}$
т.е $x = 0,5y$.

тогда сначала, что через точку забора и весь путь светлячка если мы проведем пл-ть, то пл-ть земли ~~...~~ будет пересекать граница тени || траектории светлячка соотв-но. Тогда ~~...~~ совокупность границ - это отрезки || траектории светлячка, где одна вершина с координатами $(x_1; -3,5)$, а вторая $(x_1+4,5; -2)$, где $-3 \le x_1 \le -1,5$. Т.е если светлячок имеет координаты $(x_0; \frac{1}{3}x_0+5)$, т.к. летит по прямой $y = \frac{1}{3}x+5$, то тень забора будет четырехугольник с вершинами у основания забора $(0;0)$ и $(3;0)$ и двумя крайними точками – два угла забора и коорды тени этих двух углов, лежащих на || забору прямой (см чистовик (стр 7))

Чистовик (стр. 7)

Задача 6 (прод-ие)

Тогда, если $-3 \le x_1 \le 0$, то когда:

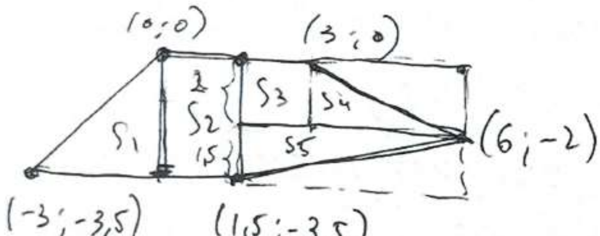


$A\left(\frac{-x_1}{2}; -\frac{\frac{1}{3}x_1+5}{2}\right)$, $B\left(3+\frac{3-x_1}{2}; -\frac{\frac{1}{3}x_1+5}{2}\right)$

Получается трапеция, где A двигается по прямой $y=\frac{1}{3}x-2{,}5$, а т. B по прямой $y=\frac{1}{3}x-3{,}5$.

Соотв-но другие точки забора по прямым $y=\frac{1}{3}x+c$, где $-3{,}5 \le c \le -2{,}5$

Тогда изобразим затененную часть:



$S_{зат} = S_1+S_2+S_3+S_4+S_5 = \frac{3{,}5\cdot 3}{2} + 1{,}5\cdot 3{,}5 + 1{,}5\cdot 2 + \frac{2\cdot 3}{2} + \frac{1{,}5\cdot 4{,}5}{2} =$

$= \frac{7\cdot 3}{4} + \frac{3\cdot 7}{4} + 3 + 3 + \frac{3\cdot 9}{8} = \frac{21\cdot 2\cdot 2 + 27}{8} + 6 =$

$= \frac{111}{8} + 6 = 13\frac{7}{8} + 6 = 19\frac{7}{8}$

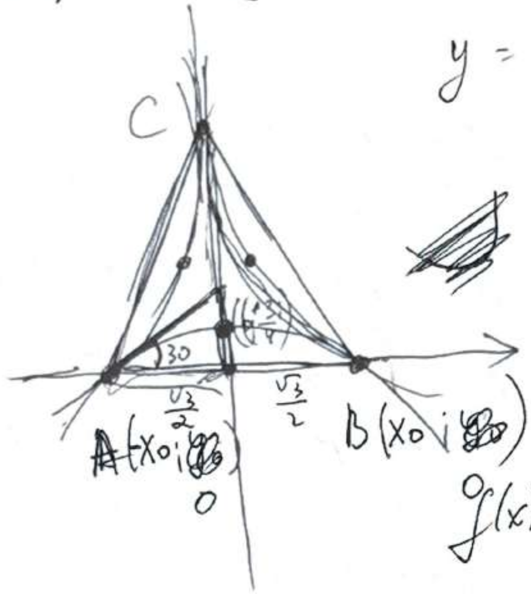
Ответ: $19\frac{7}{8}$

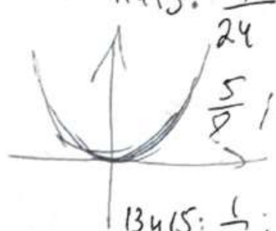
(далее см чистовик (стр 8))

Черновик

11 и 13: $\frac{1}{24}; \frac{1}{8}; \frac{5}{24}; \frac{7}{24}; \frac{3}{8}; \frac{11}{24}; \frac{13}{24};$
$\frac{5}{8}; \frac{17}{24}; \frac{19}{24}; \frac{7}{8}; \frac{23}{24}$

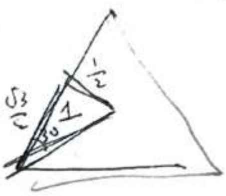
$y = Cx^2$





13 и 15: $\frac{1}{28}; \frac{3}{28}; \frac{5}{28}; \frac{1}{4}; \frac{9}{28}; \frac{11}{28}; \frac{13}{28};$
$\frac{21}{24}; \frac{15}{28}; \frac{17}{28}; \frac{19}{28}; \frac{3}{4}; \frac{23}{28}; \frac{25}{28}; \frac{27}{28}$

$\frac{9}{24}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{11}{24}$ $\frac{15}{28}$



11 и 15: $\frac{1}{26}; \frac{3}{26}; \frac{5}{26}; \frac{7}{26}; \frac{9}{26}; \frac{1}{2}$

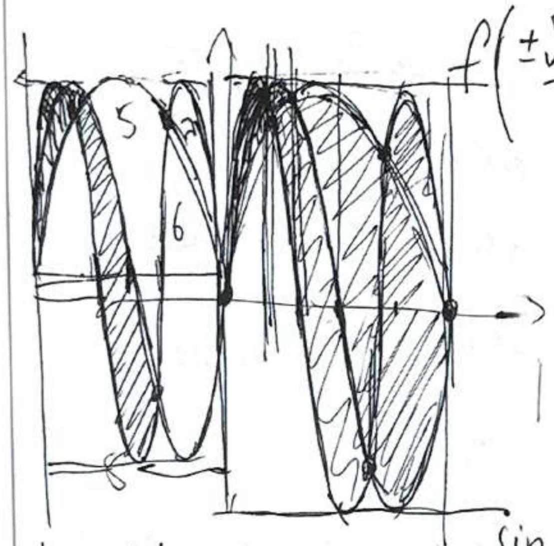
$g(x) = Cx^2 + a$

$f\left(\pm\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0 \quad -C \cdot \frac{3}{4} + a = 0$

$a = +\frac{3}{4}C$

0 11
0 12

11 13 15



nx
$2nx$
$3nx$

$\sin nx = \sin 2nx$

$\left[\begin{array}{l} nx = 2nx + 2\pi k \\ nx = \pi - 2nx + 2\pi k \end{array}\right.$

$\sin 11nx = \sin 15nx$
$15nx = 11nx + 2\pi k$
$4x = 2k$ $\quad x = \frac{k}{2}$
$11nx = \pi - 15nx + 2\pi k$
$26x = \pi k$

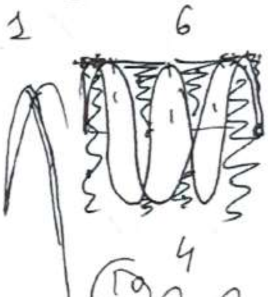
$x = \frac{1+2t}{26}$

$\left[\begin{array}{l} x = 2k \\ x = \frac{1+2k}{3} \end{array}\right.$

$\frac{1}{2}$ 4 1

$\sin 11nx$
$\sin 13nx$
$\sin 15nx$

6

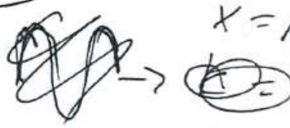


1сл) $\sin 11nx = \sin 13nx$

$\left[\begin{array}{l} 13nx = 11nx + 2nk \\ 11nx = n - 13nx + 2nk \end{array}\right.$

$24x = 1 + 2k$

$x = k$



4

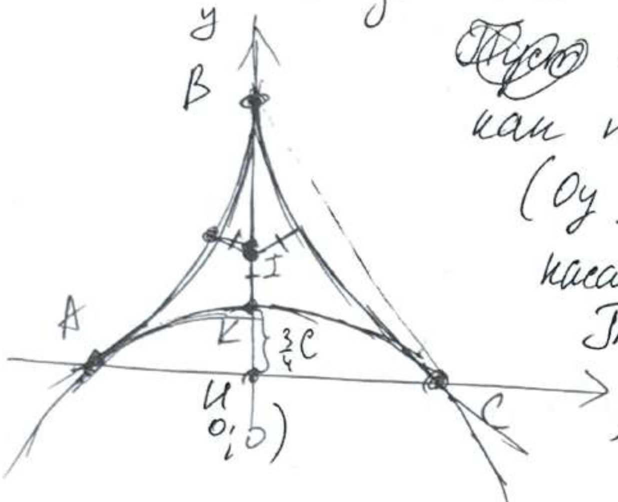
$x = \frac{1+2k}{24} = \frac{1}{24}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{5}{24}$ $\frac{23}{24}$

2сл) $\sin 13nx = \sin 15nx$
$15nx = 13nx + 2nk$
$x = k$
$13nx = n - 15nx + 2nk$
$28nx = n + 2nk$

$x = \frac{1+2k}{28}$

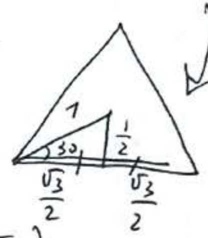
Чистовик (стр. 8)

Задача 5



~~Пусть~~ Проведем ось Oy и Ox как пок-но на рисунке ($Oy \perp AC$, где т. A и C — т. касания) и OX прох-ит через AC)

Т.к. $\triangle ABC$ - равностор. (по усл), то если O - центр опис, то $OA = 1$, а если радиус описанной окр $= 1$, то сторона $\triangle = \sqrt{3}$



Пусть $f(x) = -Cx^2 + a$, ← для п/б прох-щей через A; C, тогда

$A\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$ $C\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$ $f\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = f\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, тогда:

$f\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -C \cdot \frac{3}{4} + a$, т.е $a = \frac{3}{4}C$

Пусть I - центр впис-ой, соотв-но равноуд от трех п/б. Т.к $\triangle$ равностор-ний, то O и I - совп-ют. Т.е $IH = \frac{1}{2}$, $KH = \frac{3}{4}C$, то $IK = r = \frac{1}{2} - \frac{3}{4}C$.

Ответ: $\frac{2-3C}{4}$

(далее см. чистовик (стр 9))