



HI

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 11 класс 5

Место проведения Москва  
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов  
наименование олимпиады

по математике  
профиль олимпиады

Баканов Данила Томазович  
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

« 29 » марта 2026 года

Подпись участника

[Signature]

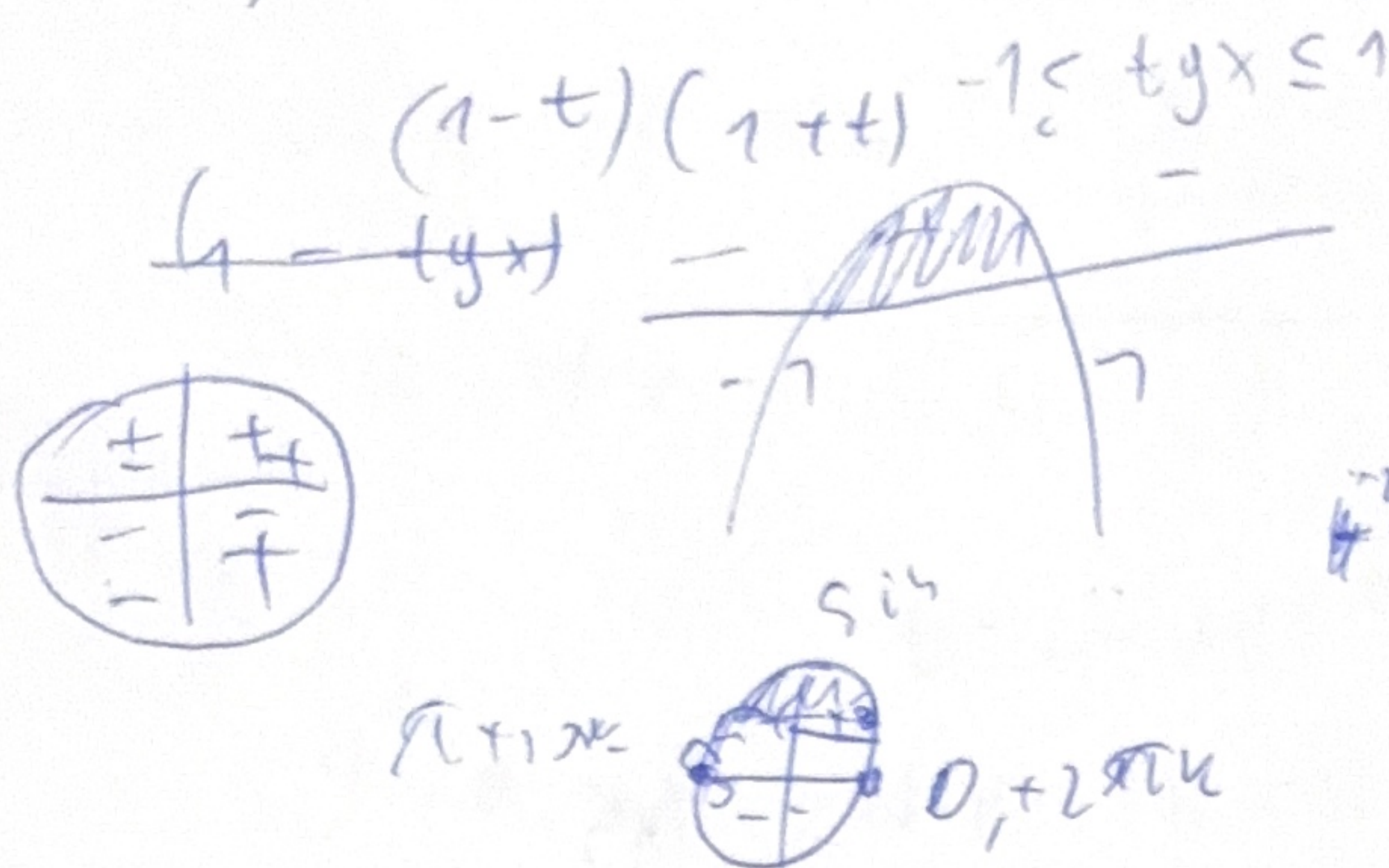
Чернолик

$$\sqrt{6(1-\tan^2 x)} = 4 \sin x$$

$$1 - \tan^2 x \geq 0$$

$$\tan(1 - \tan x)(1 + \tan x) \geq 0$$

$$\sin x \geq 0$$



$$6(1 - \tan^2 x) = 16 \sin^2 x$$

$$6 - 6 \tan^2 x - 16 \sin^2 x = 0$$

$$16 \sin^2 x + \tan^2 x - 6 = 0$$

$$\sin^2 x \left( 16 + \frac{6}{\cos^2 x} \right) - 6 = 0$$

Малая теорема Ферма:

если  $p$  - простое число и  $a$  -  
целое, не делящееся на  $p$ , то

$a^{p-1} - 1$  делится на  $p$ .

$$81 \times 8 + 1 = 2$$

$$81 \times \frac{1}{2}$$

$$2 + 3 +$$

$$8 + 1 + 8$$

$$\begin{array}{r} 18 \quad 918 \quad 918 \\ 90 \quad 90 \quad 59 \\ 9 \quad 7 \quad 2 \quad 18 \quad 18 \quad 6 \\ - 90 \quad 154 \\ \hline 72 \end{array}$$

черновики

$$t + \frac{6t}{1-t} - 1 = 0$$

$$\frac{t(1-t) + 6t - 1(1-t)}{1-t} = 0$$

$$t - t^2 + 6t - 1 + 6t$$

$$\frac{-t^2 + 13t - 1}{1-t} = 0$$

$$t^2 - 13t + 1 = 0$$

$$D = 169 - 4 \cdot 1 = 165$$

$$t = \frac{13 \pm \sqrt{165}}{2} = \frac{13 \pm \sqrt{5 \cdot 33}}{2}$$

$$\begin{array}{r} 145 \overline{) 29} \\ - 20 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$6(1 - \tan^2 x) = 16 \sin^2 x$$

$$6 - 6 \tan^2 x = 16 \sin^2 x$$

$$3 - 3 \tan^2 x = 8 \sin^2 x$$

$$t_1 = \frac{13 + 20}{16} = \frac{3}{2}$$

$$t_2 = -\frac{1}{4}$$

$$3 - \frac{3 \sin^2 x}{1 - \sin^2 x} - 8 \sin^2 x = 0$$

$$3 - \frac{3t}{1-t} - 8t = 0$$

$$\sin^2 x = \frac{3}{2}$$

$$8t + \frac{3t}{1-t} - 3 = 0$$

$$8t(1-t) + 3t - 3(1-t)$$

$$8t - 8t^2 + 3t - 3 + 3t$$

$$-8t^2 + 14t - 3 = 0$$

$$8t^2 - 14t + 3 = 0$$

$$D = 196 - 4 \cdot 3 \cdot 8 = 200$$

М.М.М.М.М.

~ 2

а) ~~a+b+c~~  $\overline{abc} : a+b+c = 9$

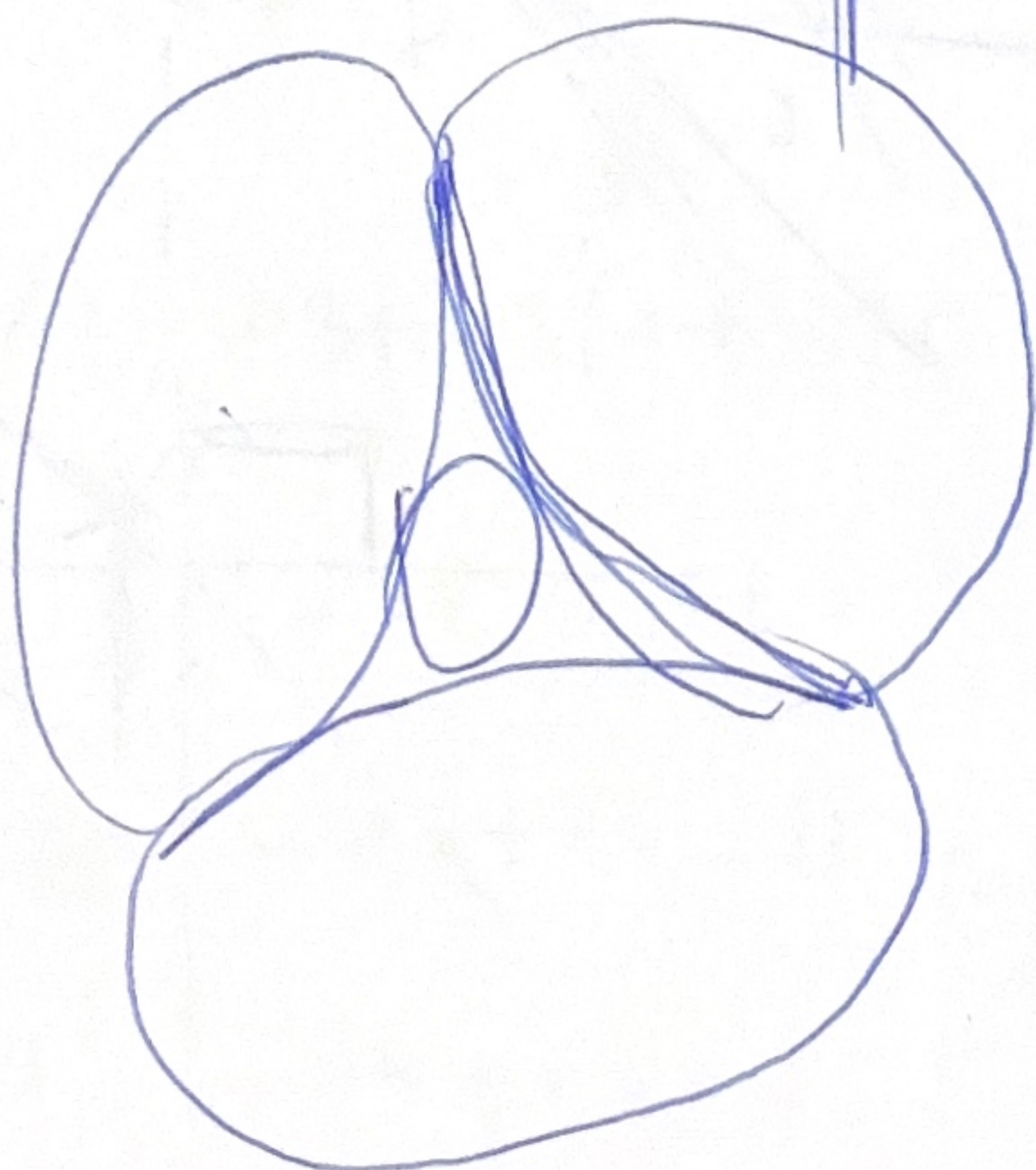
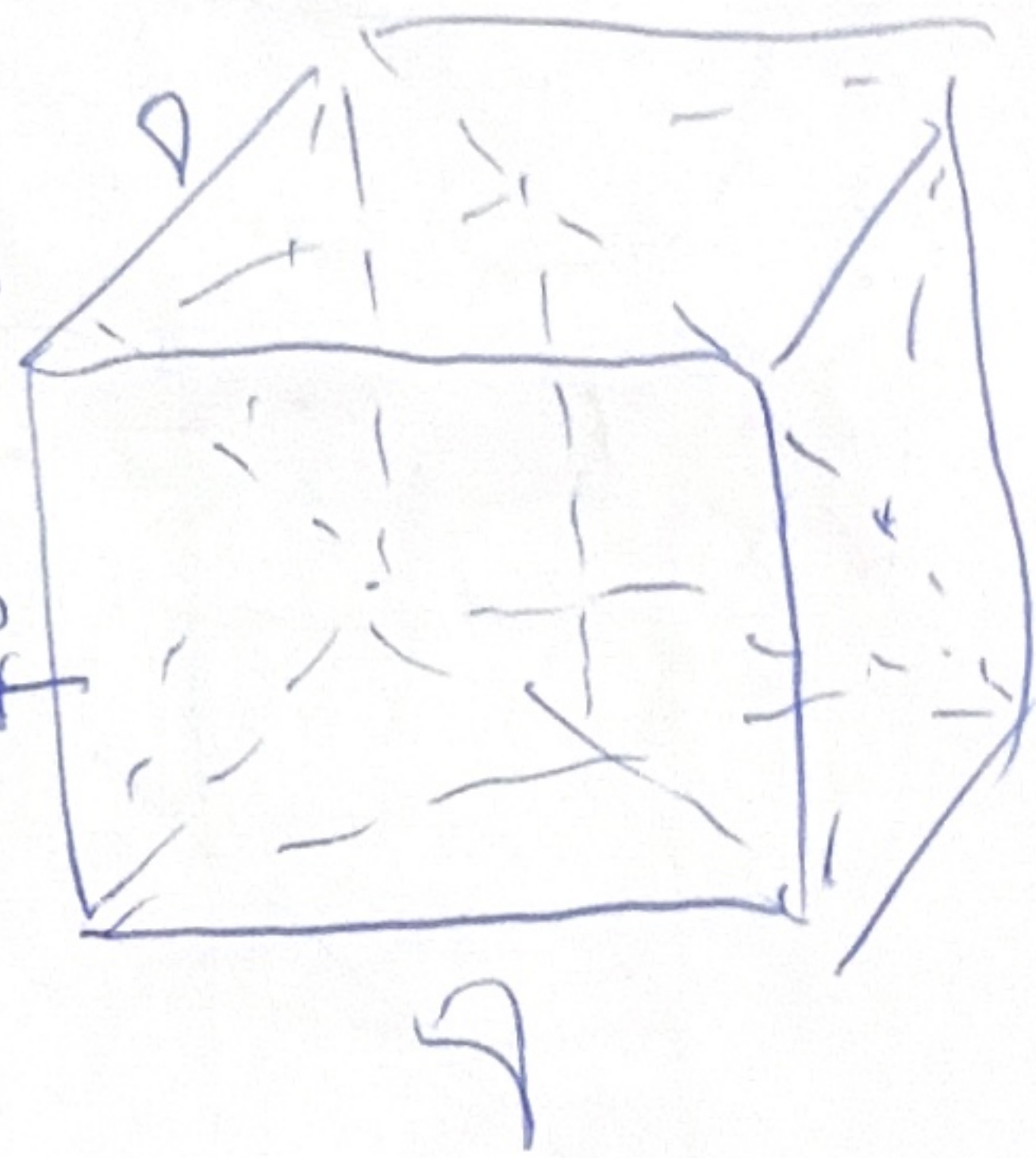
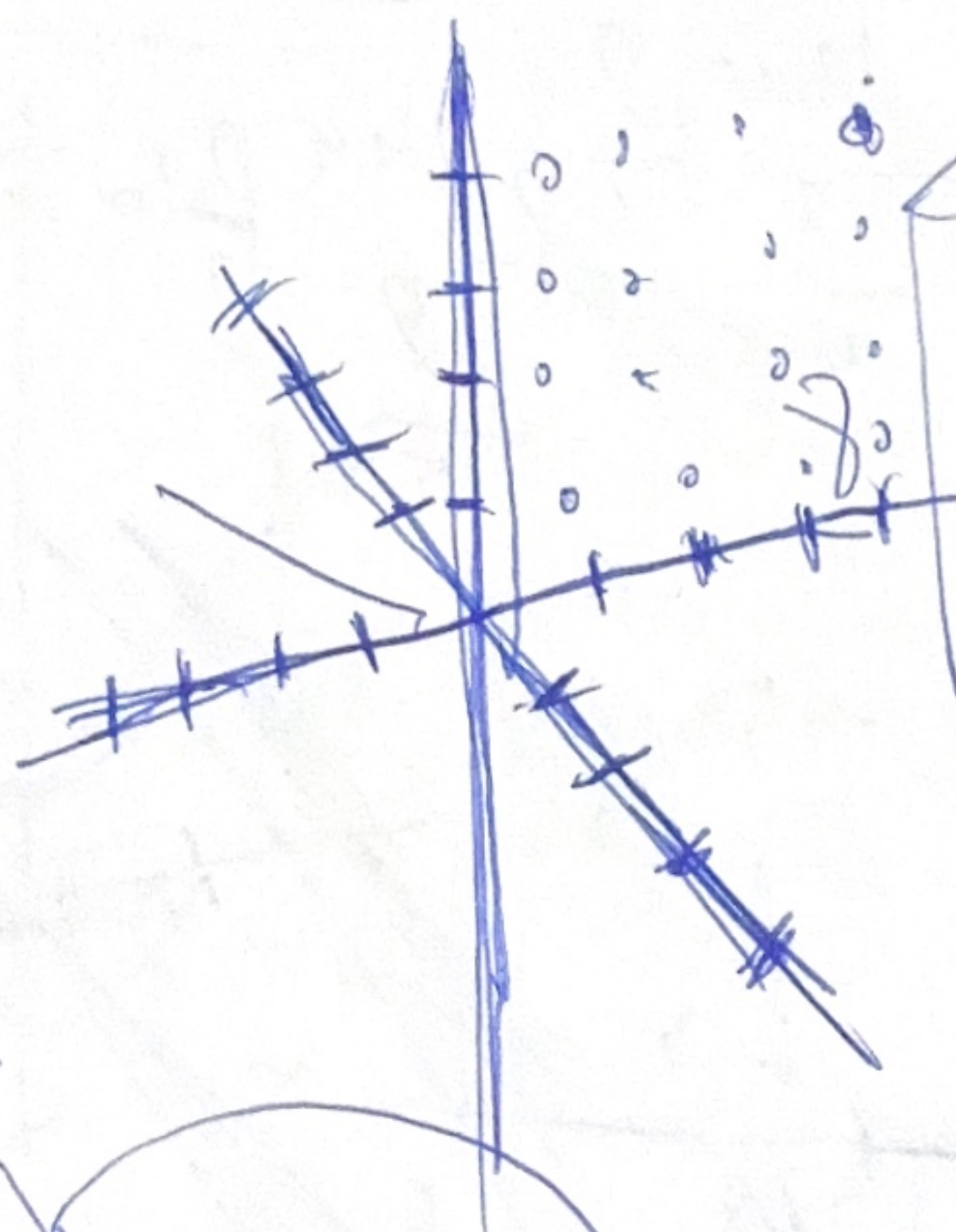
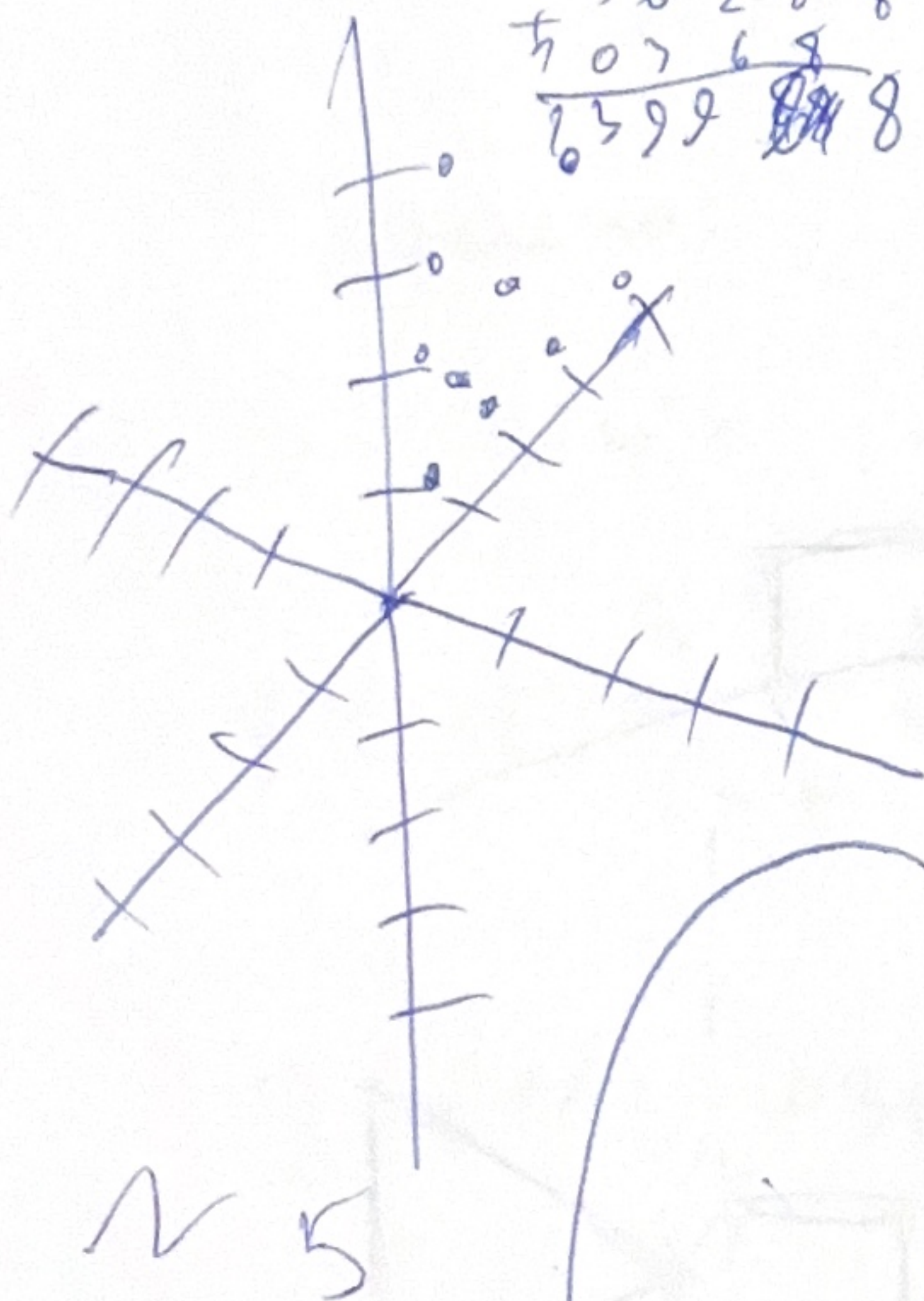
$$\frac{100 \cdot a + 10 \cdot b + c}{a+b+c} = 9X$$

$$100 \cdot a + 10b + c = 9a + 9b + 9c$$

$$81a + b = 8c$$

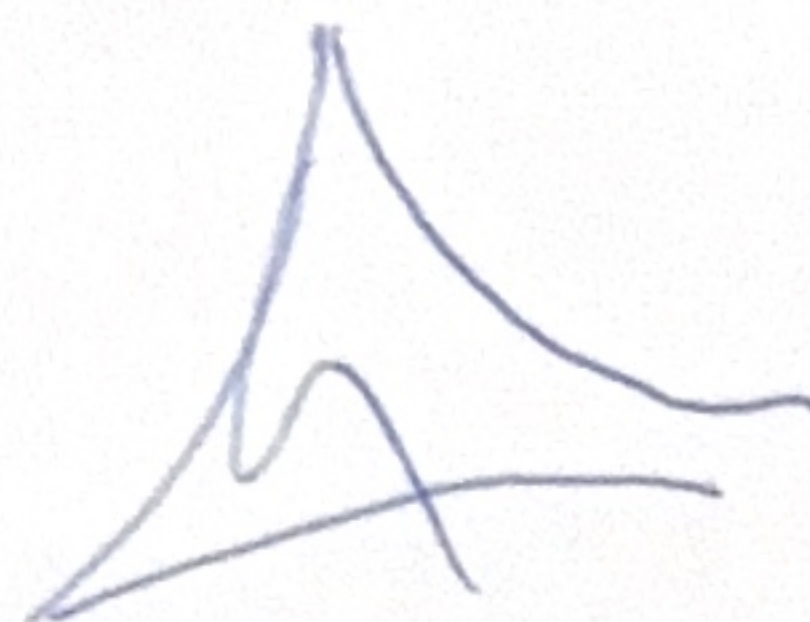
$$9^2 \cdot a + b = 8c$$

$$\begin{array}{r} 5194 \\ \times 22 \\ \hline 36288 \\ 10368 \\ \hline 65928 \end{array}$$



чер. полки

~ 5



7# 117

171



$$\begin{array}{r} 999 \overline{) 127} \\ \underline{37} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ \underline{189} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 126 \overline{) 9} \\ \underline{19} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \overline{) 9} \\ \underline{9} \\ 45 \end{array} \quad \begin{array}{r} 144 \overline{) 9} \\ \underline{9} \\ 54 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 755 \overline{) 1} \\ \underline{1} \\ 63 \end{array}$$

45-5

-2

200

12

6

162

+126

$$\begin{array}{r} 288 \\ + 999 \\ \hline 1287 \end{array}$$

Числа

~ 1

$$\sqrt{6(1-ty^2x)} = 4 \sin x$$

$$6(1-ty^2x) = 16 \sin^2 x \quad | : 6$$

$$3(1-ty^2x) = 8 \sin^2 x$$

$$3 - 3ty^2x = 8 \sin^2 x$$

$$8 \sin^2 x + 3ty^2x - 3 = 0$$

$$8 \sin^2 x + \frac{3 \sin^2 x}{\cos^2 x} - 3 = 0$$

$$8 \sin^2 x + \frac{3 \sin^2 x}{1 - \sin^2 x} - 3 = 0$$

Замена:

$$t = \sin^2 x \quad , \quad t \neq 1 \quad \begin{matrix} \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ x \neq -\frac{\pi}{2} + 2\pi k \end{matrix}$$

$$8t + \frac{3t}{1-t} - 3 = 0$$

$$8t(1-t) + 3t - 3(1-t) \neq 0 \quad x \in \left[ \frac{\pi}{4} + \pi k, \pi k + \frac{3\pi}{4} + \pi k \right]$$

$$8t - 8t^2 + 3t - 3 + 3t = 0$$

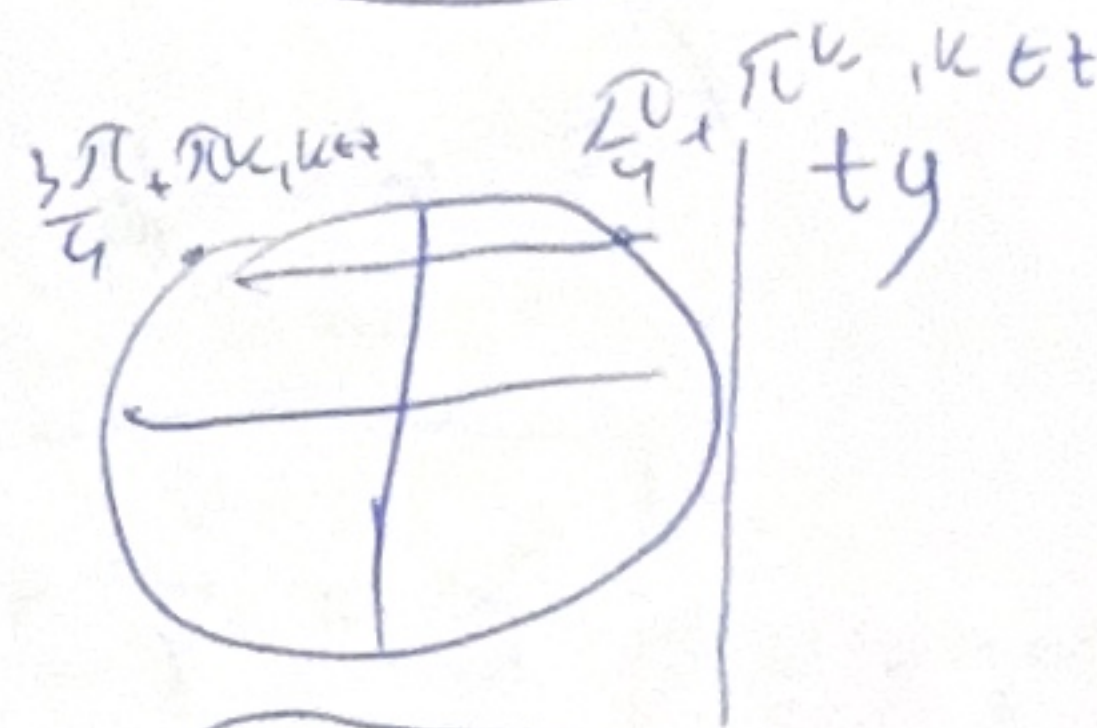
$$-8t^2 + 14t - 3 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$8t^2 - 14t + 3 = 0$$

$$0 \leq t \leq 1$$

$$\begin{cases} 1-ty^2x \geq 0 \\ \sin x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1-tyx)(1+tyx) \geq 0 \\ \sin x \geq 0 \end{cases}$$



Числоты

21

продолжения:

$$D = 14^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 196 - 36 = 160$$

$$t_1 = \frac{14 + 10}{11} = \frac{3}{2}$$

$$t_2 = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

Оспр записи:

$$\sin^2 x = \frac{3}{2} \quad \emptyset \text{ т.к. } \sin x \in [-1; 1]$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{4}$$

$$\sin x = \pm \frac{1}{2}$$

$$\left( \sin x - \frac{1}{2} \right) \left( \sin x + \frac{1}{2} \right)$$

Ответ:

$$\begin{aligned} x &= \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x &= \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

не показывай по  
ош 3:

$$\sin x = -\frac{1}{2} \quad \emptyset$$

не показывай

по ош 3.

~~Ответ: нет решений.~~

Числа

~ 2

A - множество натуральных чисел,

где  $\frac{100 \cdot a + 10 \cdot b + c}{abc} = x$ ,  $x$  - целое;

$x$ , делится на 9 без остатка

§. §. Найти:

$100 \cdot a + 10 \cdot b + c$  (V) +  $100 \cdot a + 10 \cdot b + c$  (II) +  
 $100 \cdot 01 + 10 \cdot b + c$  (II) (1 порядок возраст.)  
 и предзнам.

Сумма цифр числа

чтобы получить сумму

чисел, надо получить исходные

на. ~~натур~~ числа кратны 9 и

(9, 18, 27...)

Предзнам число состоит из

из  $\boxed{9} \boxed{9} \boxed{9}$  (max), то есть

~~или не может быть~~

$x = 9$ ,  $x = 18$ ,  $x = 27$  ( $9 + 9 + 9 = 27$ )

Тестовый

№2 упражнение:

999 самое большое трехзнач.

число  $\Rightarrow$  последняя

$$\begin{array}{r} 999 \overline{) 27} \\ - 81 \\ \hline 189 \end{array}$$

~~999~~ ~~самое~~ ~~большое~~

min = 117

$$\begin{array}{r} 117 \overline{) 9} \\ - 9 \\ \hline 27 \end{array}$$

2 число очень близкое к  
полному, соответственно лучше,  
что можно сделать, увеличить  
числ - 10 вместо 2 число -

$$\begin{array}{r} 128 \overline{) 9} \\ - 1 \\ \hline 36 \end{array}$$

Возможны  $3! = 135$

$4! = 144$

$5! = 153$

162 ~~405~~ 243 324 405 486  
~~567~~ 648 ~~729~~ 810 ~~891~~  
972

$6! = 162$

$S = 243 + 648 + 972 = 1863$

Ответ: 1863

из

числовых

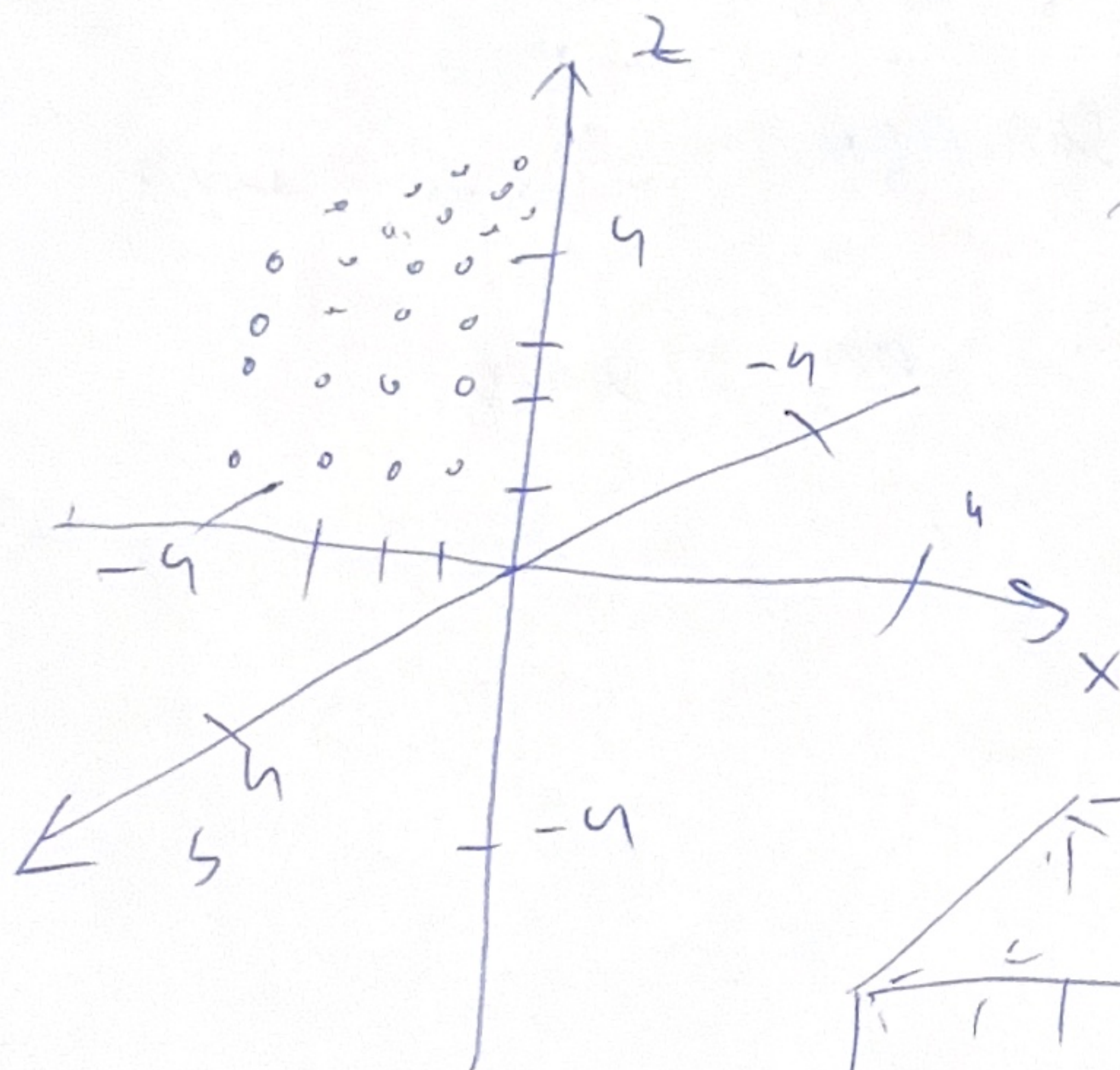
$F$  - множество точек в пространстве,  
координаты которых целые числа

$$0 \leq x, y, z \leq 4$$

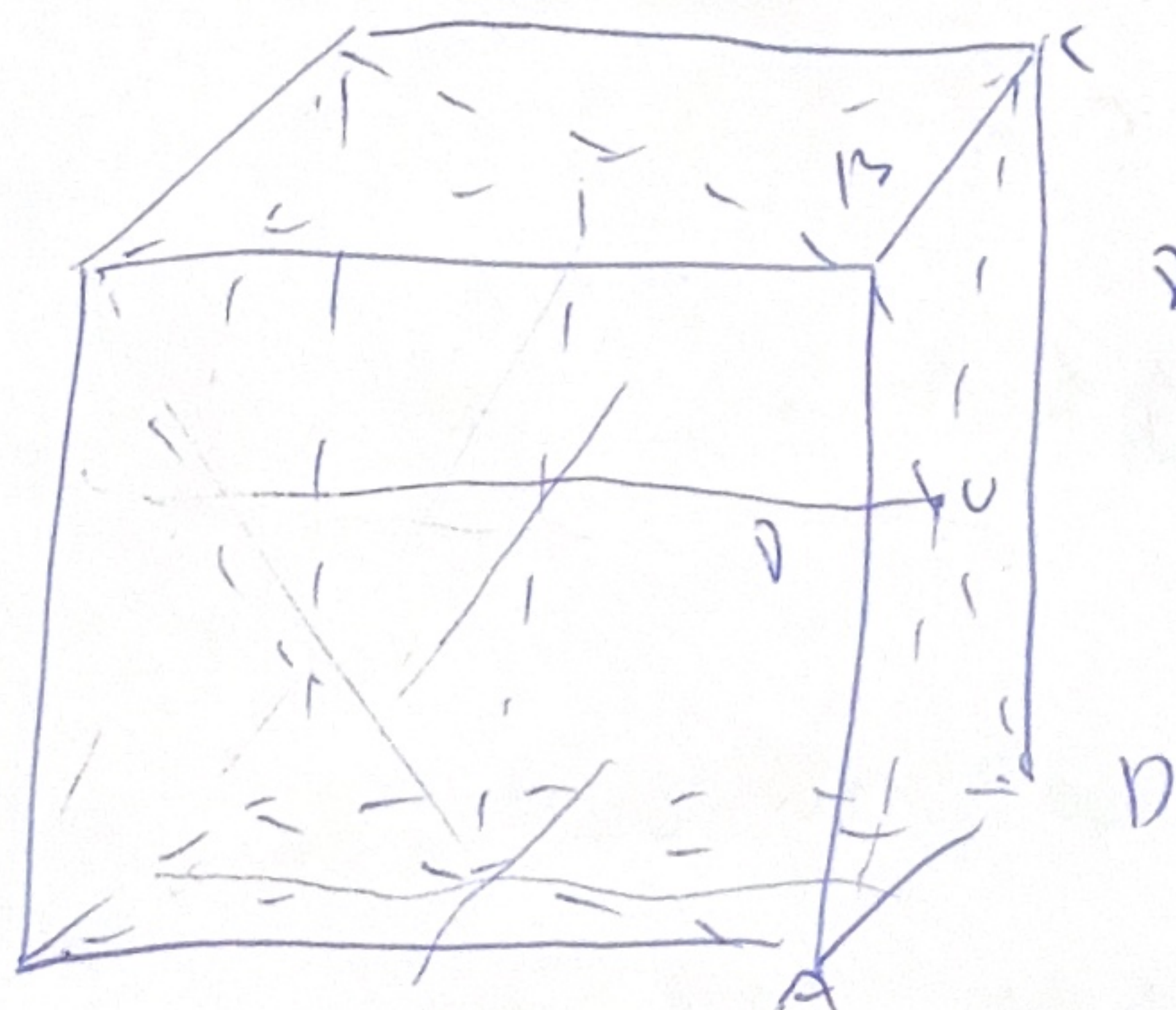
Найти:

Кол-во прямоугольных треугольников  
вершины которых  $\in F$ , а катеты  
параллельны координатным осям

Построить эти точки



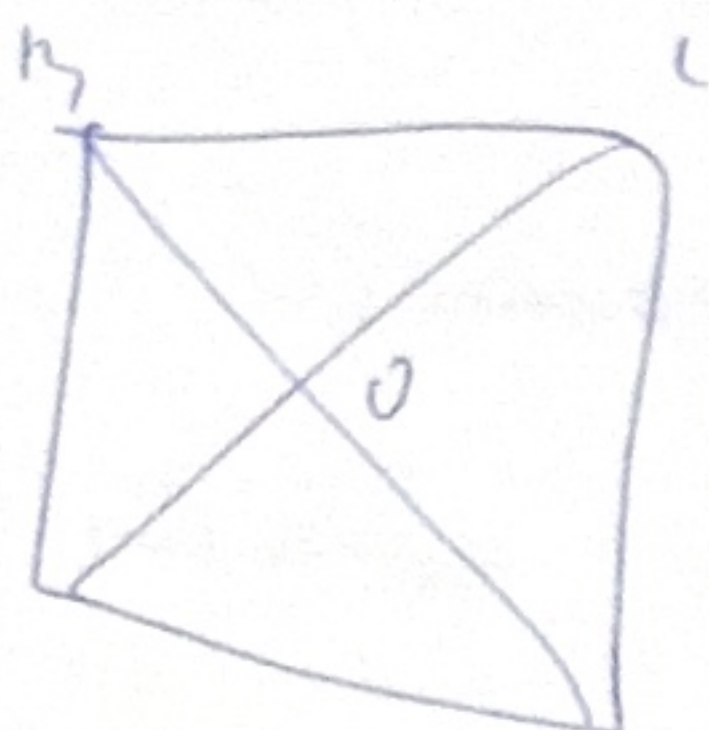
Построить множество  
мы получили  
куб со  
сторонами 4



Она состоит из  
16 кубиков (граней)

пересекаются со сторонами куба

из проекции  
 являются проекции осей  
 координат  $\Rightarrow$  пол-до треугольника  
~~=~~ ~~коротко~~ ~~треугольник~~ с  
 параллельными и перпендикулярными.



на грани по условию  
 по условию перпендикуляр

~~(AO, BO, CO, DO, AO, BO, CO, DO)~~

Д  
 Рассмотрим 1)

плоскости  $z=0 \Rightarrow$   $BOC$  и  $BOA$  не параллельны  
 $\Rightarrow$  2 верт и 2 гориз.

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad \text{или} \quad (C_9^2)^2 = 36^2 = 1296 \quad 1296 \cdot 4 \cdot 27 = 139968$$

~~$\Rightarrow 8 \cdot 4 + 8 \cdot 4 = 64$  и не подходит~~

Ответ: ~~64~~ 139968

и

$$0 \leq x \leq 1$$

$$-1 \leq y \leq 1$$

Решаю:

полоска, на ней

функции  $y = \sin k \pi x$

мисаллар

~ 4

узрдоғалии:

1)  $\sin 11\pi x = \sin 13\pi x$

2)  $\sin 15\pi x = \sin 17\pi x$

3)  $\sin 11\pi x = \sin 15\pi x$

1)  $2\cos(14\pi x)\sin(-2\pi x) = 0$

2)  $2\cos(16\pi x)\sin(-\pi x) = 0$

3)  $2\cos(14\pi x)\sin(-2\pi x) = 0$

Ма (қолшо

қаралган, и. и. и.

область

булар қозғалган мого:  $n_{11,13}=14$

$\sin 4x = 0$

$\cos 3x = 0$

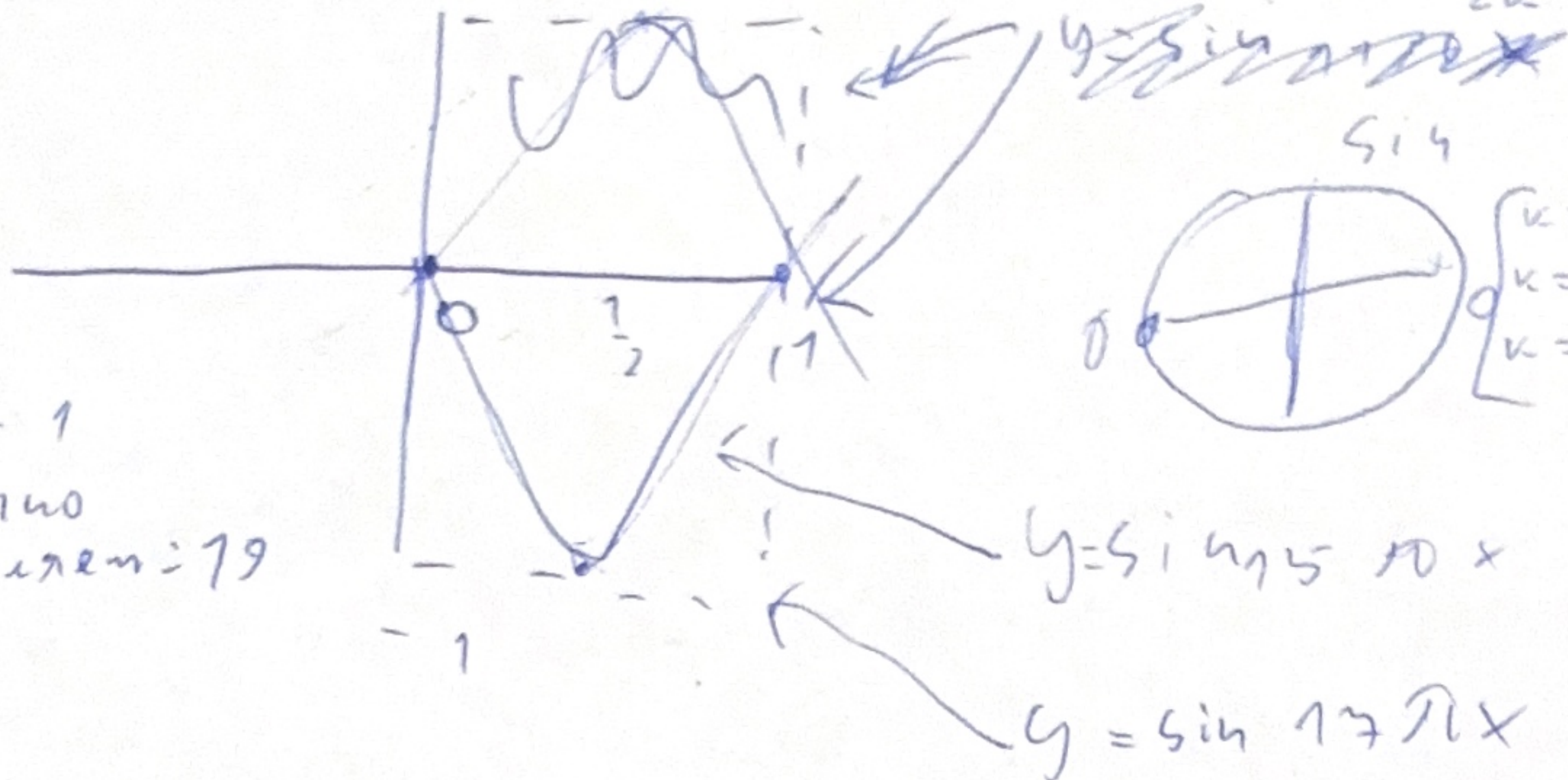
$n_{11,15}=13$

$n_{15,17}=16$

интервал

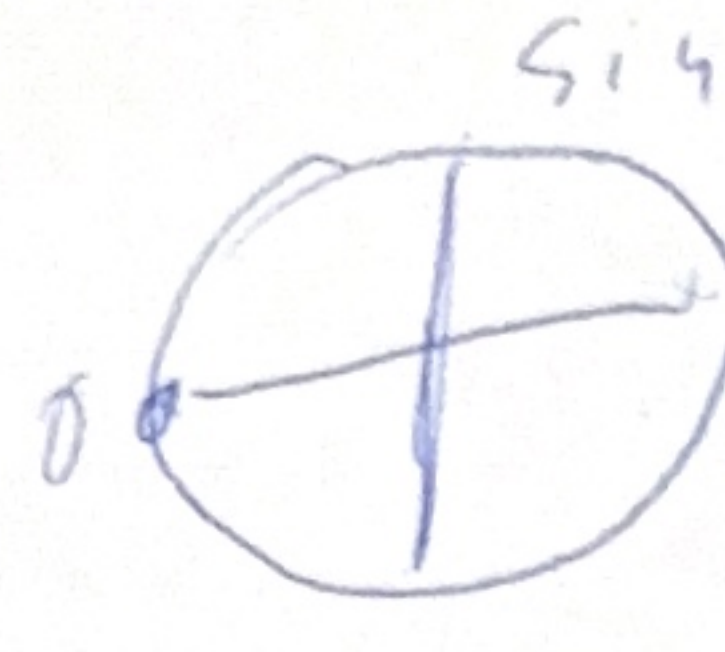


43 тағрифатлар берилган.  
 $\sin k\pi x = 1 \quad x = \frac{4m+1}{2k}$



$\sin 11\pi x = -1$

аналогично  
интервал: 19



$k=11 \Rightarrow 6$   
 $k=13 \Rightarrow 9$   
 $k=15 \Rightarrow 13$   
23

Ответ: ~~на~~ ~~область~~ 91

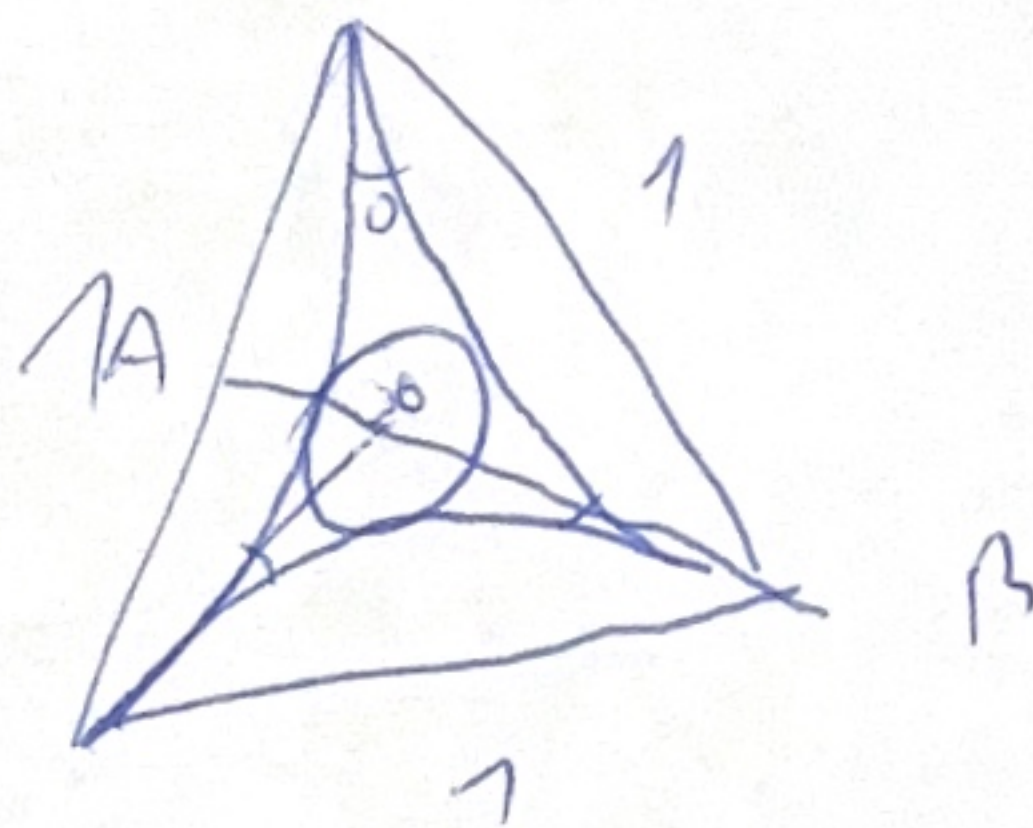
~ 5

три  $y = cx^2$

$d = 1$

мне қоллар  
радиостороний  
три нүктелер

Беттеме



$\frac{BO}{OA} = \frac{2}{7}$  по теореме

Важно?  
ОКР - ?

О меднонан термин,

1 оуноб татки (А равно-  
стонон.)

Числовые

~ 5 продолжение:

1. треугольнике  $AB$  - высота и

$$\sin 60^\circ = \frac{AB}{1} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad / \quad AB = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

( $\frac{AB}{1} = \sin 60^\circ$ ). По рисунку

можно показать, что высота

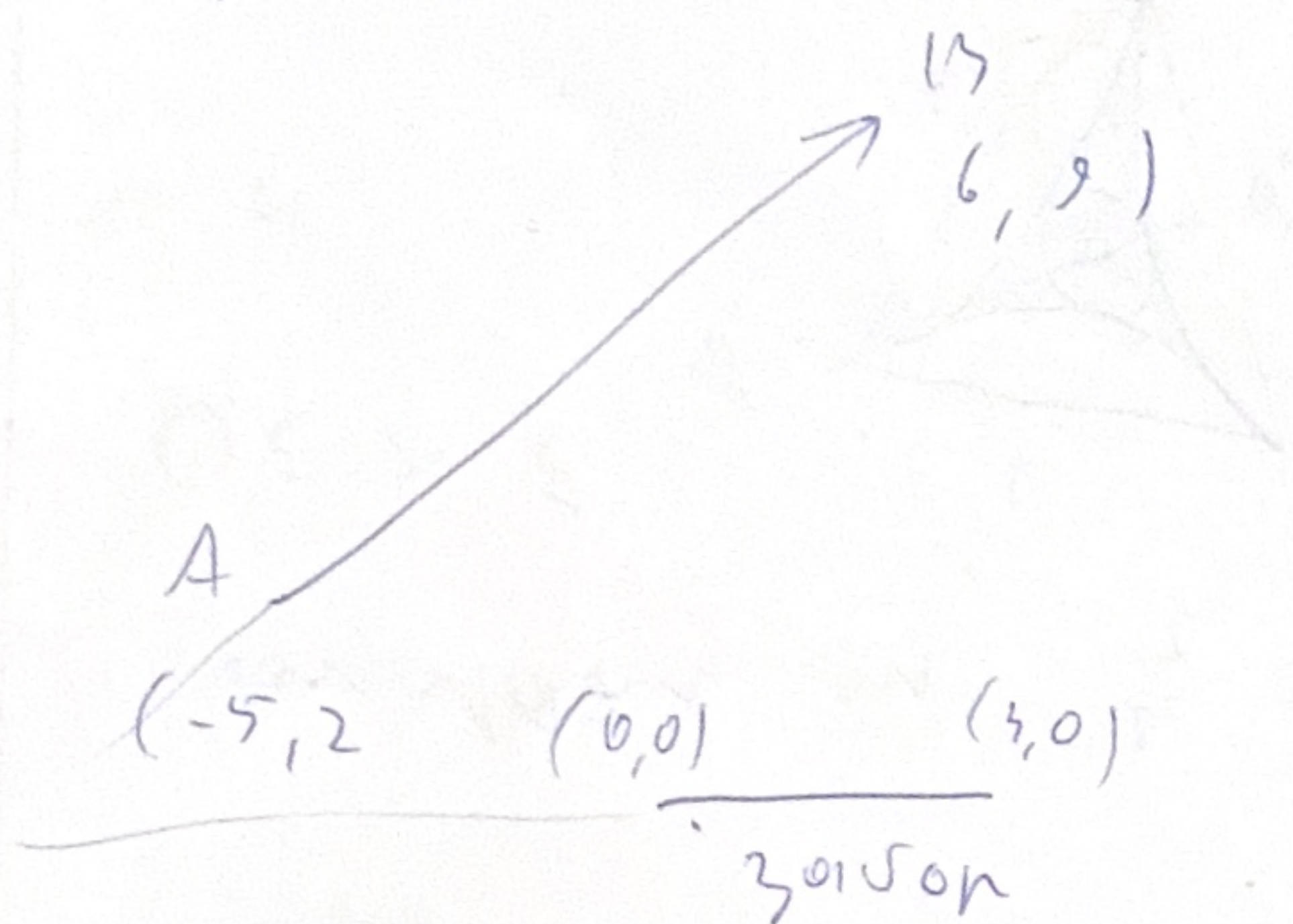
$AO$  делится на 2 части

$$\text{равные} \Rightarrow 3x = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad x = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$A \quad v_{out} = \frac{\sqrt{3}}{12}$$

$$\text{Output: } \frac{\sqrt{3}}{12}$$

~ 6



Золотой высоты

2 метра

$AB$  - высота

считается высота

6 метров.

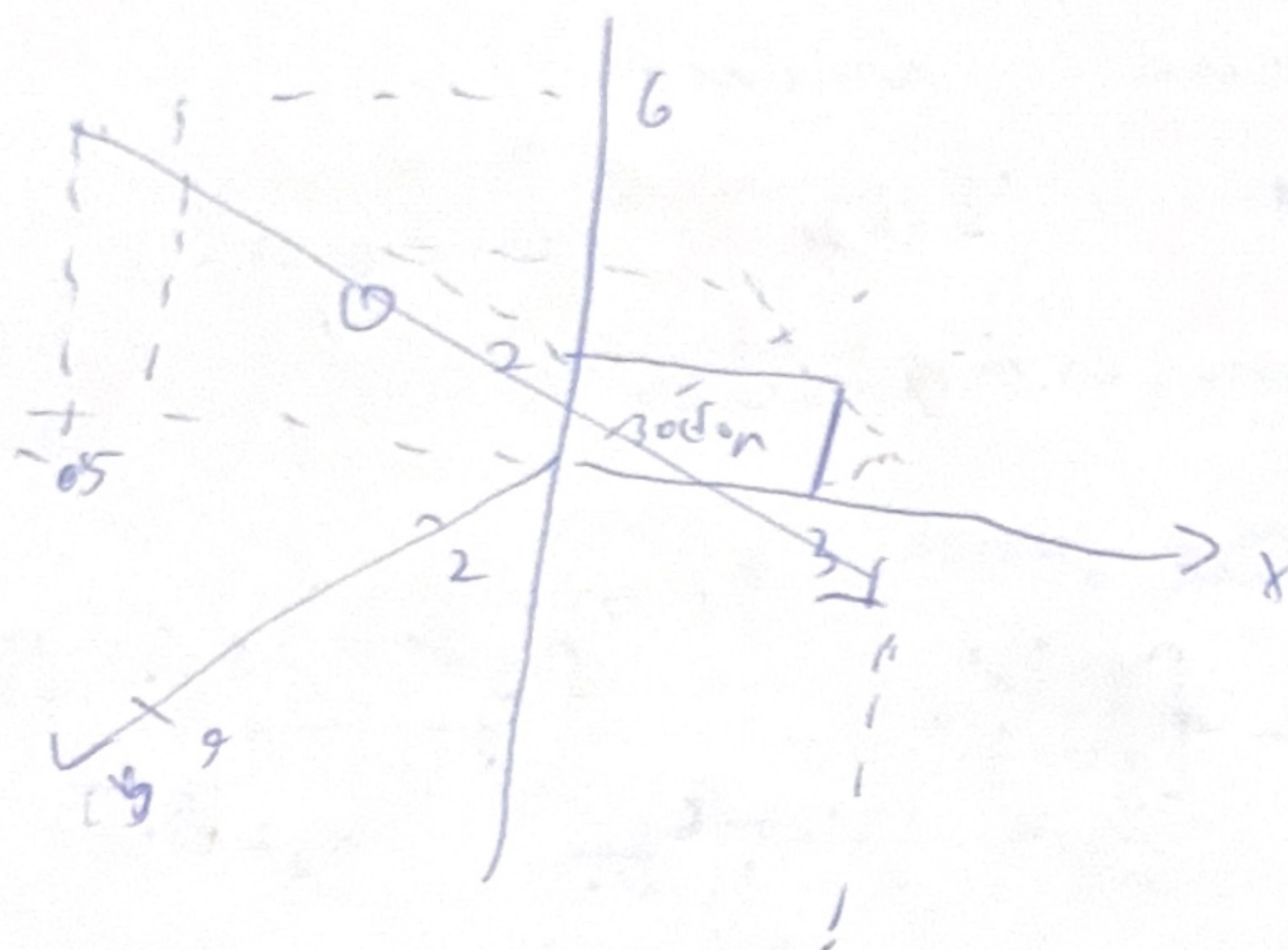
Затемнение - ?

28-93-82-18  
(1115)

Числовые

приложение.

картасей забор и тиражировки  
схема:



АВ и забор  
показывают

до

толщину

тригонометрии

Полная затененная, когда

когда бы на наличие

оказались в тени забор.

Забор находится на

метра. Высота стены =

стенной стены.

Ответ: 0

число

1 2

$$y = \frac{x^2}{2} + 1$$

система

область

$$c \neq 2$$



центр

линия

линия

если от -1

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 \\ y = 1 - \frac{1}{2}x^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}x^2 = 1 - \frac{1}{2}x^2$$

$$\frac{1}{2}x^2 = 1 - \frac{1}{2}x^2$$

$$x^2 = 1 \quad x = \pm 1$$

$$S_{\text{пл}} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 1$$

размер: 210 x 297 мм

клеточка: часть

которая со всех сторон

ограничена параболом,

не пересекает

границы

параболы

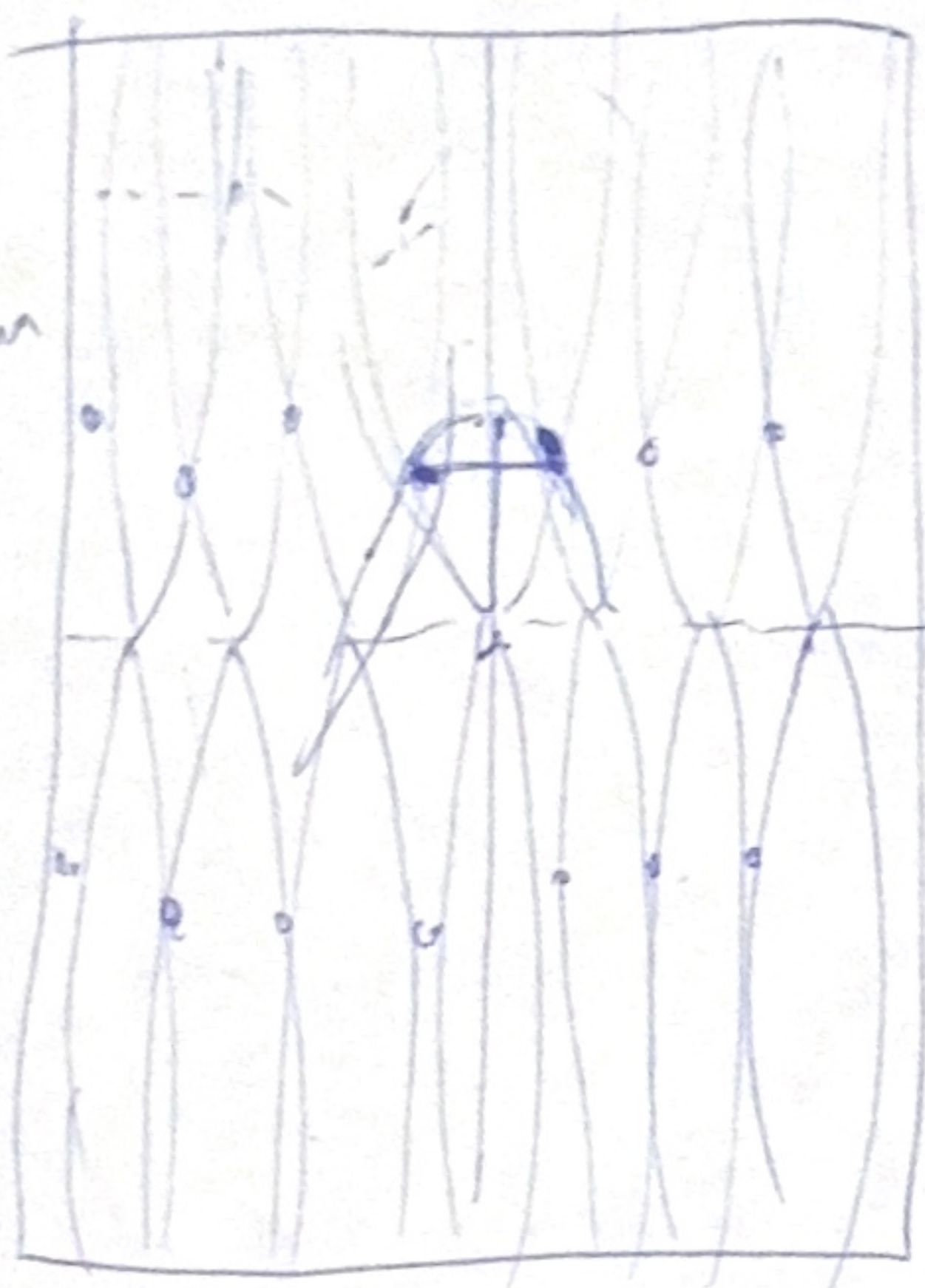
$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 \\ y = -\frac{1}{2}x^2 + 1 + c \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 + 1 \\ y = -\frac{1}{2}x^2 + c \end{cases}$$

$$x_2 = \sqrt{c-1}$$

и

210 мм



148,5 мм

$$x_1 - x_2 = \sqrt{c+1} - \sqrt{c-1} = \frac{(\sqrt{c+1} - \sqrt{c-1})(\sqrt{c+1} + \sqrt{c-1})}{\sqrt{c+1} + \sqrt{c-1}} =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{c+1} + \sqrt{c-1}}$$

297 мм

поэтому формула убывает  $\Rightarrow \max S_{\text{пл}} = 1$

$$\left( 148,5 \cdot \frac{2}{3} + 148,5 \cdot \frac{2}{3} \right) \cdot 210$$

$$\begin{array}{r} 1485 \\ \times 28 \\ \hline 11880 \\ + 11880 \\ \hline 29700 \end{array}$$

$$1485 \cdot 28 =$$

$$\begin{array}{r} 11880 \\ + 11880 \\ \hline 29700 \end{array}$$

Ответ: 2580 мм<sup>2</sup> 1

~ 8

При каких

значениях

решение

а (параметр)

$$: 8x^2 \log_a x - \log_x a - 12$$

$\geq 0$

(относительно  $x$ ) тогда

состоит

из

интервала и

и

точки (которая

не принадлежит

интервалу

→ тогда и не

является его

концом).

х/в

$$8x^2 \cdot \log_a x - \frac{1}{\log_a x} - 2x \geq 0 \quad \begin{matrix} x > 0 \\ a > 1 \end{matrix}$$

$$a^n = x$$

$$8 \cdot a^{2n} \cdot n - \frac{1}{n} - 2 \cdot a^n \geq 0$$

$$\frac{8 \cdot a^{2n} \cdot n^2 - 1 - 2 \cdot a^n \cdot n}{n} \geq 0$$

$$\frac{8(a^n \cdot n)^2 - 2a^n \cdot n - 1}{n} \geq 0$$

$n \neq 0$

$n$

$$D = 4 + 4 \cdot 8 = 36$$

замена

$$(a^n \cdot n) = t$$

$$t_1 = \frac{2 + 6}{16} = \frac{1}{2}$$

$$t_2 = -\frac{1}{4}$$

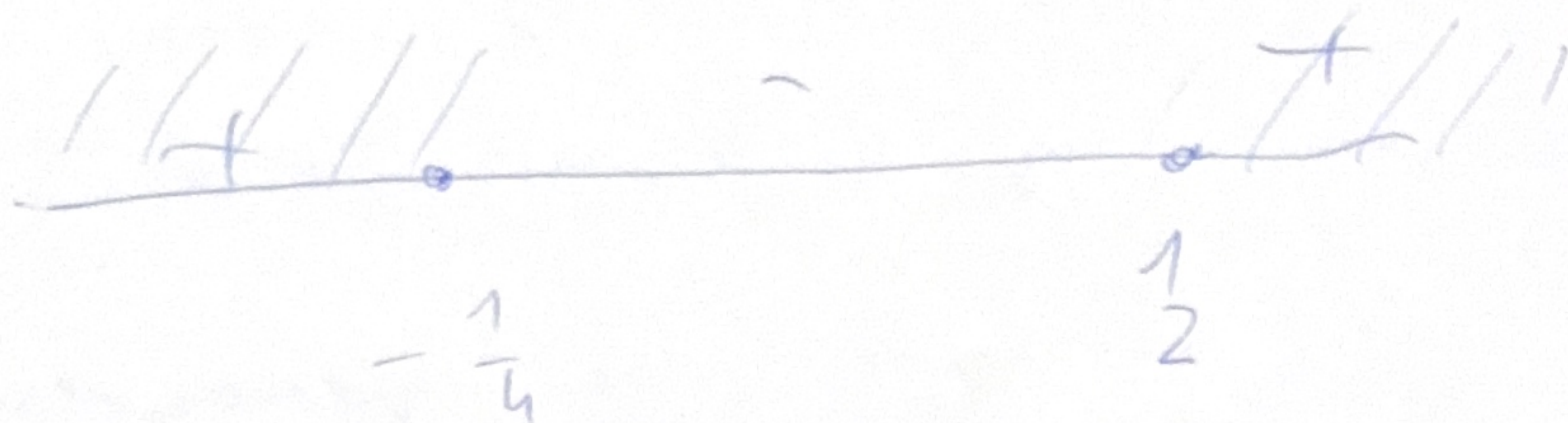
$$8t^2 - 2t - 1 \geq 0$$

Числовые

~ 8 продолжение:

$$a^n \cdot n = \frac{1}{2}$$

$$a^n \cdot n = -\frac{1}{4}$$



$$-\infty \leq a^n \cdot n \leq -\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \leq a^n \cdot n \leq \infty$$

Output:  $-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 0, 1, -1$

