



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 8 класс

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников «Ломоносов»
наименование олимпиады

по Математике
профиль олимпиады

Барышкуча Фёдора Алексеевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«29» марта 2026 года

Подпись участника

17-58-30-35
(121.2)

65 (Методика решения задачи)

Чистовик 1.

7) Посмотрим на общую сумму. В первой строке сумма x , во второй - $x+1$, в третьей - $x+2$, в четвертой - $x+3$. Итого $4x+6$.

Чтобы расставить 8 чисел из 9, нужно убрать одно число. Способов убрать 9. Итого 9 возможных сумм. Распишем их: 44, 43, 42, 41, 40, 39, 38, 37, 36.

По условию $4x+6$ (x - натуральное) подходят только два числа: 42 и 38. x соответственно 9 и 8.

Рассмотрим случай $x=9$:

Для суммы 42 мы должны убрать число 3.

Посмотрим варианты суммы двух чисел 9:

1-8, 2-7, 4-5.

Для 1-8:

1	8	9
4	6	10
2	9	11
5	7	12

Для числа 9 остался единственный вариант - 2, т.к. для суммы 10 1 уже использован, а 3 для суммы 12 нет.

Остаются 4, 5, 6, 7. Из них единственным способом получаем оставшиеся пары.

Для 2-7:

2	7	9
1	9	10
5	6	11
4	8	12

Для 9 снова единственный вариант - 1. Остаются 4, 5, 6, 8. Снова расставляем единственным способом.

Для 4-5:

4	5	9
		10
		11
		12

Заметим, что для 6 не осталось пар, значит, такой вариант не подходит.

Для $x=8$:

Сумма 38, значит убрали 7. Возможные суммы: 2-6, 3-5.

Для 2-6:

2	6	8
4	5	9
1	9	10
3	8	11

Для 9 единственная пара - 1. (0 кст). Остаются 3, 4, 5, 8, их расставляем единственным способом.

Для 3-5:

3	5	8
1	8	9
4	6	10
2	9	11

Для 6 единственная пара - 4. Остаются 1, 2, 8, 9, расставляем единственным способом.

Итого 4 варианта

Ответ: 4

5) Для максимальной скорости Агриппина должна не останавливаться и проехать на максимально близкий к ней по времени зелёный свет.

~~Пусть на первый светофор она въедет ровно тогда, когда он загорится первый раз с выезда из дома. Через 10 секунд он загорится красным, значит, за 10 секунд она должна проехать $50 \text{ м} \cdot 30 \text{ м} = 80 \text{ м}$. При скорости 8 м/с она проедет первый~~

17-58-30-35

(121.2)

~~Светофор, до второго она едет через 15 секунд.
Чтоо проедет 25 секунда.~~

На первый светофор она въедет ровно в момент его загорания, для большей скорости. Он загорится через 30 секунд. Значит, она проедет 50 м за 30 секунд. При скорости

100 м/мин она едет до второго светофора

за $\frac{50 \text{ м} + 30 \text{ м} + 120 \text{ м}}{100 \text{ м/мин}} = 2 \text{ минуты}$. За это время

он 10 секунд горит зелёным, 50 красным,

50 зелёным и уже 10 секунд будет гореть

красным. На этот зелёный Агриппина никак попасть не может, значит дождётся на следующий.

Для максимальной скорости она дождётся проехать это в момент загорания зелёным. То есть

вместо 2 минут она потратит 2 минуты 40 секунд.

Её скорость будет $\frac{200 \text{ м}}{160 \text{ с}} = \frac{200 \text{ м}}{\frac{8}{3} \text{ мин}} = 45 \text{ м/мин}$.

Проверим на соответствие. На первый светофор

она въедет через $\frac{50 \text{ м}}{45 \text{ м/мин}} = 40 \text{ секунд}$, он уже 10

секунд будет гореть зелёным. Выедет с него

через $\frac{30 \text{ м}}{45 \text{ м/мин}} = 24 \text{ секунды}$, он будет продолжать

гореть зелёным ещё 16 секунд. До второго светофора она едет суммарно за 2 минуты 40

секунд, он загорится зелёным. Проедет она его

за $\frac{10 \text{ м}}{45 \text{ м/мин}} = 4 \text{ секунды}$, он будет гореть ещё 16 секунд.

Ответ: $125 \text{ м/с} = 45 \text{ м/мин} = 4,5 \text{ км/ч}$

① Пусть точка пересечения хорд — не центр окружности, тогда хорды — не диаметры. Тогда проверим диаметр через точку пересечения. Т.к. диаметр, проходящий через середину хорды, перпендикулярен ей, то в точке пересечения он будет перпендикулярен обеим хордам. Тогда, по логике, хорды параллельны, но параллельные прямые не пересекаются \rightarrow \rightarrow противоречие.

Значит, хорды пересеклись в центре окружности и они диаметры. Третья хорда — хорда, проходящая через центр окружности = диаметр. Значит, её длина равна $2R = 2 \cdot 5 = 10$.

Ответ: 10

③ Заметим, что последняя цифра числа $K \cdot K$ также K . Тогда для K есть ^{четыре} ~~два~~ варианта: 0, 1, 5 и 6. 0 заведомо не подходит, т.к. число с нулём на конце в квадрате будет оканчиваться на 00, что нам не подходит. Если $K=1$, то схема такая:

$$\begin{array}{r} \text{Y Y 1} \\ \text{Y Y 1} \\ \hline \text{Y Y 1} \\ \text{--- Y} \\ \hline \text{Y Y 1} \end{array}$$

$Y+Y$ должно равняться Y . Такое возможно только для $Y=0$. Но если число оканчивается на ~~06~~, то

~~в квадрате оно будет оканчиваться на 36, и Y не подходит. Значит, $K=$~~
Тогда число оканчивается на 01.

$$\begin{array}{r} T01 \\ \times T01 \\ \hline T01 \\ T^2 0 T \\ \hline \text{P A P T 0 1} \end{array}$$

Заметим, что $T+T=T$. (Слова 0 →
→ не подходит → $K \neq 1$.)

Поставим $K=6$.

$$\begin{array}{r} T Y 6 \\ \times T Y 6 \\ \hline \text{P A P T Y 6} \end{array}$$

Выбирая различные Y от 0 до 9, получим единственный вариант $Y=7$ ($Y=0 \rightarrow$ окончание 36, $Y=1 \rightarrow$ ок. 56, $Y=2 \rightarrow$ ок. 76, $Y=3 \rightarrow$ ок. 96, $Y=4 \rightarrow$ ок. 16, $Y=5 \rightarrow$ ок. 36, $Y=6 \rightarrow$ разные цифры, $Y=8 \rightarrow$ ок. 96, $Y=9 \rightarrow$ ок. 16, $Y=7 \rightarrow$ ок. 76).

Однако, выбирая различные T от 0 до 9
нужного ответа не получим

Значит, $K=6$ не подходит.

При $K=5$:

Заметим, что K^2 делится на 25, значит число оканчивается на 25, $Y=2$. Раз $T Y K$ делится на 25, то $T Y K^2$ делится на 625 →
→ оканчивается на 625, $T=6$.

Получается:

$$\begin{array}{r} T Y K \\ \times 625 \\ \hline 625 \\ 3125 \\ 1250 \\ \hline 3750 \\ 390625 \\ \hline \text{P A P T Y K} \end{array}$$

T	окончание
0	не будет шестизнач. числа
1	976
2	176
3	376, однако число 141376
4	576
5	776
6	разные цифры
7	разные цифры
8	376
9	576

Ответ: 390625

② Посмотрим на первые цифры четырёхзначных чисел. Заметим, что число в квадрате должно начинаться на свою первую цифру.

Числа на 2 отмечаются ($2000^2 = 4000000$, $2999^2 = 8996001$), т.к. не могут начинаться на 2 в квадрате. По такому же принципу убираются:

$$3 (3000^2 = 9000000, 3999^2 = 15992001),$$

$$4 (4000^2 = 16000000, 4999^2 = 24990001),$$

$$5 (5000^2 = 25000000, 5999^2 = 35988001),$$

$$6 (6000^2 = 36000000, 6999^2 = 48986001),$$

$$7 (7000^2 = 49000000, 7999^2 = 63984001),$$

$$8 (8000^2 = 64000000, 8999^2 = 80982001).$$

Для чисел, начинающихся на 1:

Заметим, что они должны начинаться на 10, иначе в квадрате их первая или вторая цифра совпадать не будут.

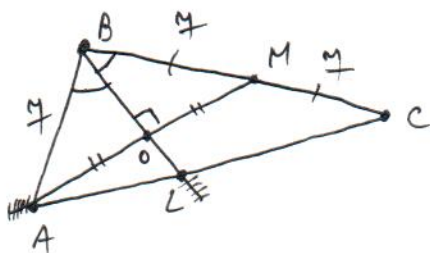
Из таких чисел подходит только 1000, потому что ^{иначе} в ходе умножения в четвёртом разряде будет сложение последней цифры с первой и результат должен быть равен последней, то есть первая 0.

Для чисел, начинающихся на 9:

9999 в квадрате даёт 99980001. Тогда будем начальное число уменьшать на единицу. Квадрат будет уменьшаться более, чем на 10000, значит, четвёртый разряд будет уменьшаться сначала более, чем на 1, а потом хотя бы на 1, то есть даёт всегда меньше четвёртого разряда исходного числа. Минимальное и единственное число — 1000.

Ответ: 1000

(4)



Заметим, что $\triangle ABO = \triangle BOM$ (по катету и острому углу).

Тогда $BM = MC = 7$.

Тогда $\triangle ABM$ — р/б $\Rightarrow AO = OM$.

По нер-ву треугольника $AB + AM \geq BC \Rightarrow AC \geq 7$.

Максимум AC достигается тогда, когда треугольник BO — вырожденный, тогда $AC = AB + BC$.

Тогда $P_{\min} = 7 + 7 + (7 + 7) = 28$, $P_{\max} = 7 + (7 + 7) + (7 + (7 + 7)) = 42$

Ответ: $P \in (28; 42)$

Т01

Черновик

$$\begin{array}{r} 776 \\ \times 776 \\ \hline 56 \\ 32 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} T06 \\ \times T06 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ \times 101 \\ \hline 101 \\ 101 \\ \hline 10201 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} T40 \\ \times T40 \\ \hline \end{array}$$

$$9000000 - 3000 - 2889 = 8996001$$

А Р Т 7 6

$$(6T\%10 + 7T\%10 + 5 + 6T\%10 + 4)\%10 = T$$

$$\begin{array}{r} 301 \\ \times 301 \\ \hline 903 \end{array}$$

~~1076~~

$$\begin{array}{r} 176 \\ \times 176 \\ \hline 1056 \\ 1232 \\ 176 \\ \hline 30976 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1100 \\ \times 1100 \\ \hline 1210000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 776 \\ \times 776 \\ \hline 1656 \\ 1932 \\ 552 \\ \hline 76176 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9992 \\ \times 9992 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 376 \\ \times 376 \\ \hline 2256 \\ 2632 \\ 1128 \\ \hline 141376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 476 \\ \times 476 \\ \hline 2856 \\ 3382 \\ 1904 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$100000000 - 20000 + 1 = 99980001$$

$$\begin{array}{r} 576 \\ \times 576 \\ \hline 3456 \\ 4032 \\ 2880 \\ \hline 776 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1400 \\ \times 1400 \\ \hline 1960000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 876 \\ \times 876 \\ \hline 5256 \\ 6132 \\ 6728 \\ \hline 376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1047 \\ \times 1047 \\ \hline 625 \\ 625 \\ \hline 3125 \\ 1250 \\ 390625 \\ \hline 825 \\ \times 825 \\ \hline 4125 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 976 \\ \times 976 \\ \hline 5856 \\ 6832 \\ 8784 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$100000000 - 10000 - 9999 - 9999 - 9998 - 9998 - 9997 =$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ \times 125 \\ \hline 625 \\ 250 \\ 125 \\ \hline 15625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1450 \\ \times 1450 \\ \hline 425 \\ 580 \\ 145 \\ \hline 210250 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ \times 250 \\ \hline 125 \\ 2500 \\ 2500 \\ \hline 62500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 15 \\ \hline 45 \\ 5 \\ \hline 225 \end{array}$$

$$100000000 - 60000 + 9 = 99400009$$

$$\begin{array}{r} 1147 \\ \times 1147 \\ \hline 10129 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1040 \\ \times 1040 \\ \hline 416 \\ 1081600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 25 \\ \hline 25 \\ 0 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 45 \\ \hline 25 \\ 5 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} T45 \\ \times T45 \\ \hline 25 \\ 0 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1050 \\ \times 1050 \\ \hline 525 \\ 105 \\ \hline 1102500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 325 \\ \times 325 \\ \hline 1625 \\ 650 \\ 975 \\ \hline 105625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} T25 \\ \times T25 \\ \hline 25 \\ 0 \\ \hline 25 \end{array}$$

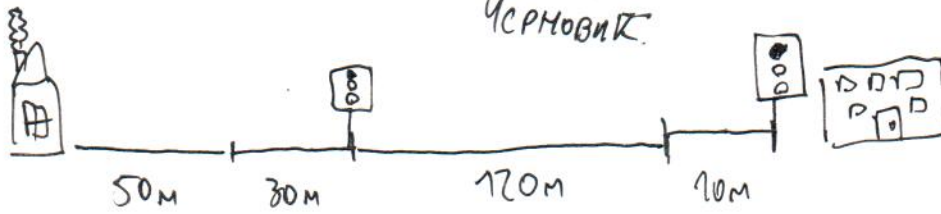
$$\begin{array}{r} T35 \\ \times T35 \\ \hline 75 \\ 5 \\ \hline 3750 \\ 25 \\ \hline 390525 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 425 \\ \times 425 \\ \hline 2125 \\ 850 \\ 4700 \\ \hline 180625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 625 \\ \times 625 \\ \hline 3025 \\ 1250 \\ 3750 \\ 25 \\ \hline 390525 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 725 \\ \times 725 \\ \hline 3625 \\ 1450 \\ 5075 \\ \hline 529375 \end{array}$$

ЧерновиК



100 м/мин: 2 мин - второй 2 раз уже 10 сек. крас.

60 м/мин: 3 мин 20 с - второй через 10 сек. крас.

2 мин 40 с - 200 м

160 с 200 м

$$\frac{200}{160} = \frac{2.5}{2} = \frac{5}{4} \text{ м/с} = 75 \text{ м/мин}$$

$$\begin{array}{r} \text{T}36 \\ + \text{T}36 \\ \hline 672 \text{ } 16 \\ 08 \\ \hline 96 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{T}26 \\ + \text{T}26 \\ \hline 611 \text{ } 56 \\ 215 \text{ } 2 \\ \hline 76 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{M}5 \\ + 60 \\ \hline 4500 \\ 9000000 \\ 3000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{T}46 \\ + \text{T}46 \\ \hline 76 \\ 4 \\ \hline 1 \times 1000 \\ 1000000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{T}56 \\ + \text{T}56 \\ \hline 36 \\ 0 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2026 \\ \times 2026 \\ \hline 12156 \\ 4052 \\ \hline 4052 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4052 \\ \hline 5104676 \end{array}$$

$$64000000 - 8000 - 7999 = 63992000 - 7999 = 63984001$$

$$\begin{array}{r} + 5000 \\ 5000 \\ \hline 2500000 \end{array}$$

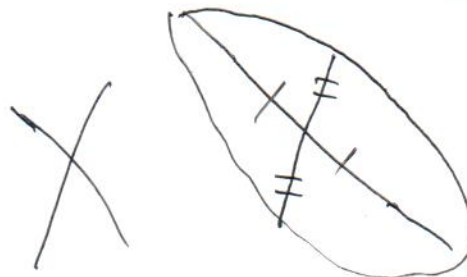
$$\begin{array}{r} 5900 \\ + 5960 \\ \hline 531 \\ 895 \\ \hline 34810000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{T}76 \\ + \text{T}76 \\ \hline 56 \\ 2 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5999 \\ \times 5999 \\ \hline 53991 \\ 53991 \\ 29995 \\ \hline 35938001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ABCD \\ \times ABCD \\ \hline ABCD \text{ } EF6H \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{T}16 \\ + \text{T}16 \\ \hline 61 \text{ } 96 \\ 9998 \text{ } 16 \\ \hline 56 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 9400 \\ + 9400 \\ \hline 376 \\ 846 \\ \hline 883600 \\ 9490 \\ + 9490 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9700 \\ \times 9700 \\ \hline 679 \\ 873 \\ \hline 94090000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{T}86 \\ + \text{T}86 \\ \hline 16 \\ 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{T}96 \\ + \text{T}96 \\ \hline 46 \\ 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{T}41 \\ + \text{T}41 \\ \hline \text{T}41 \\ 475 \\ \hline 475 \\ \hline 475 \end{array}$$

Черновик

$4x+6 = \frac{315}{315}$

$300:3=100$

$313:4 \neq$

$314:8 \neq$

313
 413×8

44
43
42
44
40
35
38
37
36

$$\begin{array}{r} 9999 \\ \times 9999 \\ \hline 89991 \\ 89991 \\ 89991 \\ 89991 \\ \hline 99980001 \end{array}$$

$x=9$ выбираем 3

8 выбираем 4

С-неч: а и б неч.

$100a+10b+c: a+b+c$

$100a+10b+c: 9a+9b+9c$

$\frac{1000}{\times 1000}$
 $\frac{1000000}{1000000}$



max 8-значное
min 4-значное

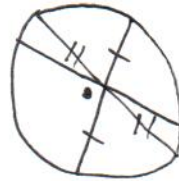
~~1 2 3 4 5 6 7 8 9~~

~~1 2 3 4 5 6 7 8 9~~

$\frac{1}{\times 1}$
 $\frac{1}{1}$

$\frac{9}{\times 9}$
 $\frac{9}{9}$

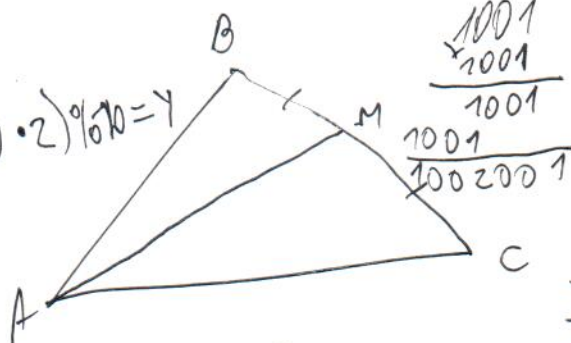
$\frac{b}{\times b}$
 $\frac{b}{b}$



- 18 2-7 4-5 x 9
- 4-6 9-1 10
- 9-2 5-6 11
- 5-7 4-8 12

- 2-6 3-5 8
- 4-5 1-8 9
- 9-1 6-4 10
- 3-8 2-9 11

$((y \cdot k) \% 10 \cdot 2) \% 10 = y$



$\frac{19969}{-79} \frac{10}{5}$

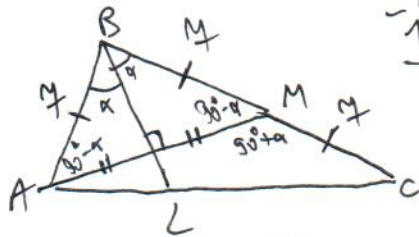
$\frac{1001}{\times 1001}$
 $\frac{1001}{1001}$
 $\frac{1001}{1002001}$

$\frac{999}{-81} \frac{24}{34}$
 $\frac{169}{-789} \frac{10}{70}$

$\frac{TKK}{y+4k}$

$\frac{PAP+TKK}{TKK}$

$\frac{1002}{\times 1002}$
 $\frac{2004}{2004}$
 $\frac{1009}{1004004}$



$\frac{1500}{\times 1500}$
 $\frac{2250000}{2250000}$