



Выход 13<sup>05</sup> - 13<sup>08</sup>  
mm

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант 7-8 класс

Место проведения Москва  
город

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**

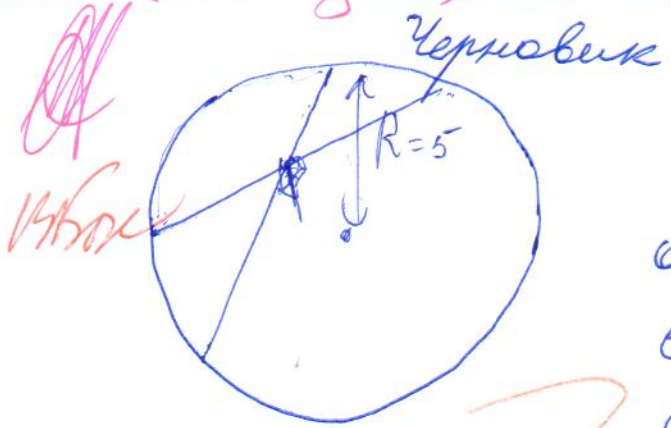
Олимпиада школьников Ломоносов  
наименование олимпиады

по математике  
профиль олимпиады

Богобаба Михаила Андреевича  
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата  
«29» марта 2026 года

Подпись участника  
с/Бого



abcd

$$\begin{aligned} a &\cdot 1000 \\ &+ \\ b &\cdot 100 \\ &+ \\ c &\cdot 10 \\ &+ \\ d & \end{aligned}$$

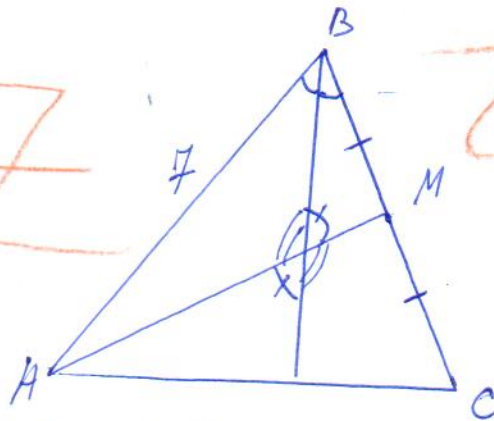
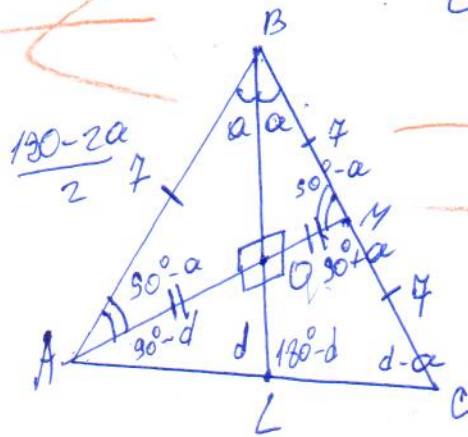
$$\begin{aligned} \overline{abcd}^2 &= (a \cdot 1000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d)^2 = \\ &= (1000a + 100b + 10c + d)(1000a + 100b + 10c + d) = \\ &= 1000000a^2 + 100000ab + 10000ac + 1000ad + \\ &\quad + 100000ba + 10000b^2 + 1000bc + \\ &\quad + 1000cb + 1000cd + 1000dc + 100c^2 + 10cd + \\ &\quad + 1000da + 1000db + 1000dc + d^2 = \end{aligned}$$

$$\underline{a^2} + \underline{2ab} + \underline{2ac} + \underline{2ad} + \underline{b^2} + \underline{2bc} + \underline{2bd} + \underline{c^2} + \underline{2cd} + \underline{d^2}$$

$$\begin{aligned} &= 1000000a^2 + 100000ab + 10000ac + 1000ad + \\ &\quad + 100000ba + 10000b^2 + 1000bc + 100bd + \\ &\quad + 10000ca + 1000cb + 100c^2 + 10cd + \\ &\quad + 1000da + 1000db + 1000dc + d^2 = \\ &= 1000000a^2 + 10000 \cdot (ac + b^2 + ac) + 1000(ad + bc + bc + ad) \\ &\quad + 1000(bd + c^2 + bd) + 10(cd + cd) + d^2 = \\ &= \underline{a^2} + \underline{2ac + b^2} + \underline{2ad + 2bc} + \underline{bd + c^2 + bd} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= 1 \\ 2c + b^2 &= b \\ a &= 1 \\ 2c + b^2 &= b \quad b = 0/1 \\ c &= 0 \\ b &= 1 \end{aligned}$$

Черновик



$$360 - 90 - 90 - a - 180 + d = d - a$$

AC ⊥ 21

$$(d-a) \cdot 2 = 180 - a - d$$

$$2d - 2a = 180 - a - d$$

$$3d = 180 + a$$

$$d = \frac{1}{3}a + 60$$

$$a = 3d - 180$$

$$60 - \frac{2}{3}a$$

$$6d - 360$$

$$130 - a - d$$

$$60 - \frac{2}{3}a$$

$$6d - 360 - 180 - a - d - 60 - \frac{2}{3}a =$$

$$= 5d - 120 - \frac{5}{3}a = 130$$

~~$$5d - 120$$~~

$$5d - \frac{5 \cdot (\frac{1}{3}a + 180)}{3} = 300$$

~~$$5d = 5d + 300 = 300$$~~

$$300 = 300$$

72-24-29-24

(121.2)

Чистовик

Задание 1

По теор. о хордах  $\Rightarrow$  Центр окружности лежит на пересечении серединных перпендикуляров двух не параллельных хорд.

Рассмотрим 2 хорды  $\neq$  пересекающиеся в одной точке и соединяемые этой точкой отрезками, Эти две хорды не параллельные  $\Rightarrow$  у них только одна точка пересечения.

и у обеих хорд точка пересечения это их середина  $\Rightarrow$  их точка пересечения

это так же и точка пересечения их сер. перов  $\Rightarrow$  точка пересечения это

и есть центр окружности, тогда рассмотрим 3 хорды, одна проходит через центр ~~хорды~~ окружности, а по определению хорда проходящая через центр окружности это

диаметр  $\Rightarrow$  третья хорда это диаметр данной окружности, а окружность имеет радиус 5  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  диаметр 10  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  длина третьей хорды 10

Ответ: длина третьей хорды 10

лист 1 из 6

Шистовский  
Задача № 4.

Дано:

$\triangle ABC$

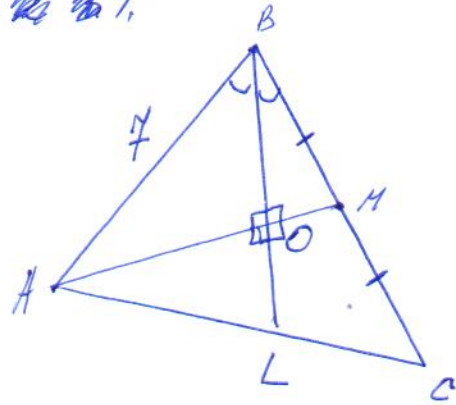
$AB = 7$

$AM$  - медиана

$M \in BC$

$BL$  - биссектриса,  $BL \perp AC$

$BL \cap AM = O$



Найдите всевозможные значения периметра  $\triangle ABC$   
Решение:

1. Рассмотрим  $\triangle ABO$  и  $\triangle MBO$ :

$BO$  - общ.

$\angle ABO = \angle MBO$  (по стр. бисс.) }  $\Rightarrow \triangle ABO = \triangle MBO$   
 $\angle AOB = \angle MOB$  (прямоуг.)

$\Rightarrow AB = BM$ , т.к.  $AB = 7 \Rightarrow$

$\Rightarrow BM = 7$ , а по стр. медиане  $BM = MC = 7 \Rightarrow$

$\Rightarrow BC = BM + MC = 7 + 7 = 14$



72-24-29-24  
(121.2)

Черновик

$$T_{yk} \cdot T_{yk} = \overline{0A} P T_{yk} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k \cdot k = \dots k \Rightarrow k = 1 \text{ или } k = 5 \text{ или } k = 6$$

Если  $k=1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow T_{y1} \cdot T_{y1} = \overline{0A} P T_{y1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \overline{0A} P T_{y1} \cdot T_{y1} = \overline{0A} P T_{y1}$$

$$y \cdot y = 1$$

$$\overline{T}_{yk} \cdot \overline{T}_{yk} = \overline{0A} P T_{yk} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (100T + 10y + k) \cdot (100T + 10y + k) = 10000 \overline{0A} P + 10000A + 1000P + 100T + 10y + k$$

$$10000T^2 + 1000Ty + 100Tk + 1000Ty + 100y^2 + 10yk + 100Tk + 10yk + k^2$$

$$10000T^2 + 2000Ty + 200Tk + 100y^2 + 20yk + k^2$$

$$k = 1 \text{ или } 5 \text{ или } 6$$

$$20yk + k^2 = \dots yk$$

$$20y + k = \dots y + k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{если } k=1 \text{ то } y=0$$

$$T_{01} \cdot T_{01} = \overline{0A} P T_{01}$$

$$\begin{array}{r} T_{01} \\ \cdot T_{01} \\ \hline T^2 0 T 0 1 \\ \underline{T^2 0 2 T 0 1} \\ 1 2 \end{array}$$

$$T \geq 5$$

$$k=5 \Rightarrow y=2$$

$$y=4$$

$$20yk + k^2 = \dots yk$$

$$50y + 25 = \dots 10y + 5$$

$$50y + 20 = 10y$$

$$5y + 2 = \dots 1y$$

Черновик

$k=5 \Rightarrow y=217$

~~70~~  $T75 \cdot T75 = \text{ФАРТУК}$

$$\begin{array}{r} T75 \\ \cdot T75 \\ \hline 5T+3 \end{array} \begin{array}{r} 75 \\ 75 \\ \hline 75 \end{array}$$

T	7	5
T	<del>7</del>	5
5T+3		7 <sup>2</sup> 5
5	2	5

$$\begin{array}{r} T25 \\ \cdot T25 \\ \hline 75 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \cdot 25 \\ \hline 75 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} T25 \\ \cdot T25 \\ \hline 5T+10 \end{array} \begin{array}{r} 25 \\ 25 \\ \hline 25 \end{array}$$

T	2	5
T	<del>2</del>	5
5T+1		2 <sup>2</sup> 5
2T	5	0 <del>4</del>

$$\begin{array}{r} 625 \\ \cdot 625 \\ \hline 3725 \\ 1250 \\ \hline 390625 \end{array}$$

$T^2 = 2T \cdot 5T$   
 $\text{ФАРТУК}$   
 $3 \cdot T^2 \mid 4T \mid 10T+6 \mid 2 \mid 5^k$

$24+6$   
 $P=0$

$10T+6 = T$   
 $T=66$

Чистовик

№3.  
 $TYK \cdot TYK = \overline{PAPTYK}$

Рассмотрим на  $k$ , при умножении на саму себя она даёт  $k \Rightarrow$

$\Rightarrow k = 1$  или  $k = 5$  или  $k = 6$ ,

теперь переберём все варианты числа  $k$ , вначале пусть  $k = 5 \Rightarrow$

$\Rightarrow \overline{TY5} \cdot \overline{TY5} = \overline{PAPTY5}$ , рассмотрим на букву  $y \Rightarrow$

$\Rightarrow \overline{(100T + 10Y + 5)^2} = \overline{PAPTY5}$

$10000T^2 + 2000TY + 100(10Y^2 + 20Y + 25) + 20Y + 25 = \overline{PAPTY5}$

$= \overline{PAPTY5} \Rightarrow$

$\Rightarrow 20Yk + k^2 = \dots 10Y + k$

$100Y + 25 = \dots 10Y + 5$

$100Y + 20 = \dots 10Y$

$10Y + 2 = \dots Y \Rightarrow$

$\Rightarrow Y = 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \overline{T25} \cdot \overline{T25} = \overline{PAP T 25}$

$T25 \cdot T25 = \overline{P \quad A \quad P \quad T \quad 2 \quad 5}$   
 $| T^2 | 4T | 10T + 8 | 2 | 5$

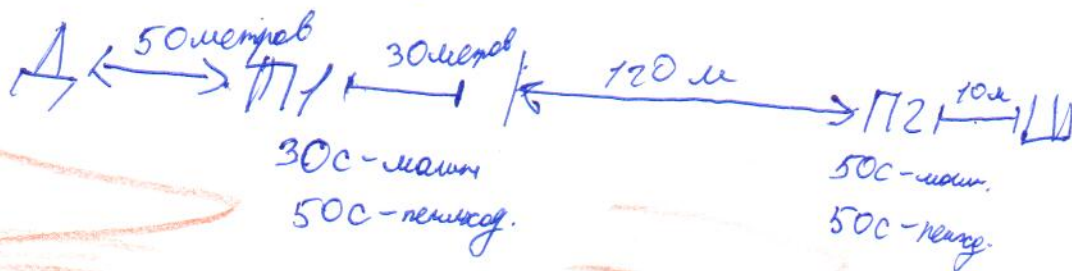
Рассмотрим букву  $T = 10T + 6 \Rightarrow$

$\Rightarrow T = 6 \Rightarrow P = 6 + 4 \cdot 6 = 30 \Rightarrow P = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow A = 6^2 + 3 = 39 \Rightarrow A = 9 \Rightarrow P = 3$

Ответ:  $\overline{PAPTYK} = 390625$

Чертавик.



abc

$$\frac{a \cdot 100 + b \cdot 10 + c}{a+b+c} = 9 \quad \frac{80 \cdot 4}{5} \text{ м/с} = \frac{16}{5} = 3 \cdot 16 - 4 =$$

$$\frac{100}{b+c} + \frac{10}{a+c} + \frac{1}{a+b} = 9 \quad 0 < a, b, c < 10$$

$$\frac{100a + 10b + c}{a+b+c} = 9 \quad | \cdot (a+b+c)$$

$$100a + 10b + c = 9a + 9b + 9c$$

$$91a + b = 8c$$

$$\frac{100a + 10b + c}{a+b+c} = 9 \cdot x \quad | \cdot (a+b+c)$$

$$x \neq 1 \Rightarrow 100a + 10b + c = 9xa + 9xb + 9xc$$

$$91a + b = 8c \quad X$$

$$x \neq 2 \Rightarrow 100a + 10b + c = 18a + 18b + 18c$$

$$82a = 8b + c$$

$$82 = 72 + 9$$

$$82 = 81 \quad X$$

$$x = 3 \Rightarrow 100a + 10b + c = 27a + 27b + 27c$$

$$73a = 17b + 26$$

Чистовик  
Задача 5

Т.к. тогда когда фреши. выедет из дома  
загорается красный на 1 переходе  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  она должна проехать расстояние  
между домом и переходом (50 м) не быстрее  
чем за 30 сек  $\Rightarrow$  макс. скорость фреши  $\frac{5}{3}$  м/с

Тогда она поедет к 1 переходу, ~~там~~  
~~там~~ сразу загорится зелёный, и по 2 переходу  
ей надо ехать 150 м  $\Rightarrow$

она затратит на это  $150 \text{ м} / \frac{5}{3} \text{ м/с} =$   
 $= 90 \text{ с}$ , т.к. она по этому сигналу ещё 30 с  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  она поедет ко 2 переходу на 100 с  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  т.к. он загорится красным  
~~еще~~ на 10 с позже ~~она~~ ~~еще~~ ~~всегда~~  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  на нём будет гореть красное  
ещё 40 с  $\Rightarrow$  она должна

погнаться ко 2 переходу на 160 секунд  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  она должна проехать 200 м за 160 с  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  её макс. скорость  $\frac{200 \text{ м}}{160 \text{ с}} =$   
 $= \frac{20 \text{ м}}{16 \text{ с}} = \frac{5}{4} \text{ м/с}$

Ответ: максимальная скорость  $\frac{5}{4}$  м/с

Черновики.

$$x=2 \Rightarrow 100a + 10b + c = 18b + 18c + 18a$$

$$82a = 8b + 17c \quad a \leq 2$$

$$164 = 72 + 153 \quad a \neq 2$$

$$82 = 72 + 10 \quad b=6, c=2$$

$$\begin{array}{r} 162 \overline{) 9} \\ - 9 \phantom{0} \\ \hline 72 \\ - 72 \\ \hline 0 \end{array}$$

a+b+c = 9

$$\begin{array}{r} 17 \phantom{0} \\ \overline{) 153} \\ - 136 \\ \hline 170 \\ - 153 \\ \hline 17 \phantom{0} \\ - 17 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$x=3 \Rightarrow 100a + 10b + c = 27b + 27c + 27a$$

$$73a = 17b + 26c$$

$$a \neq 1 \Rightarrow 73 =$$

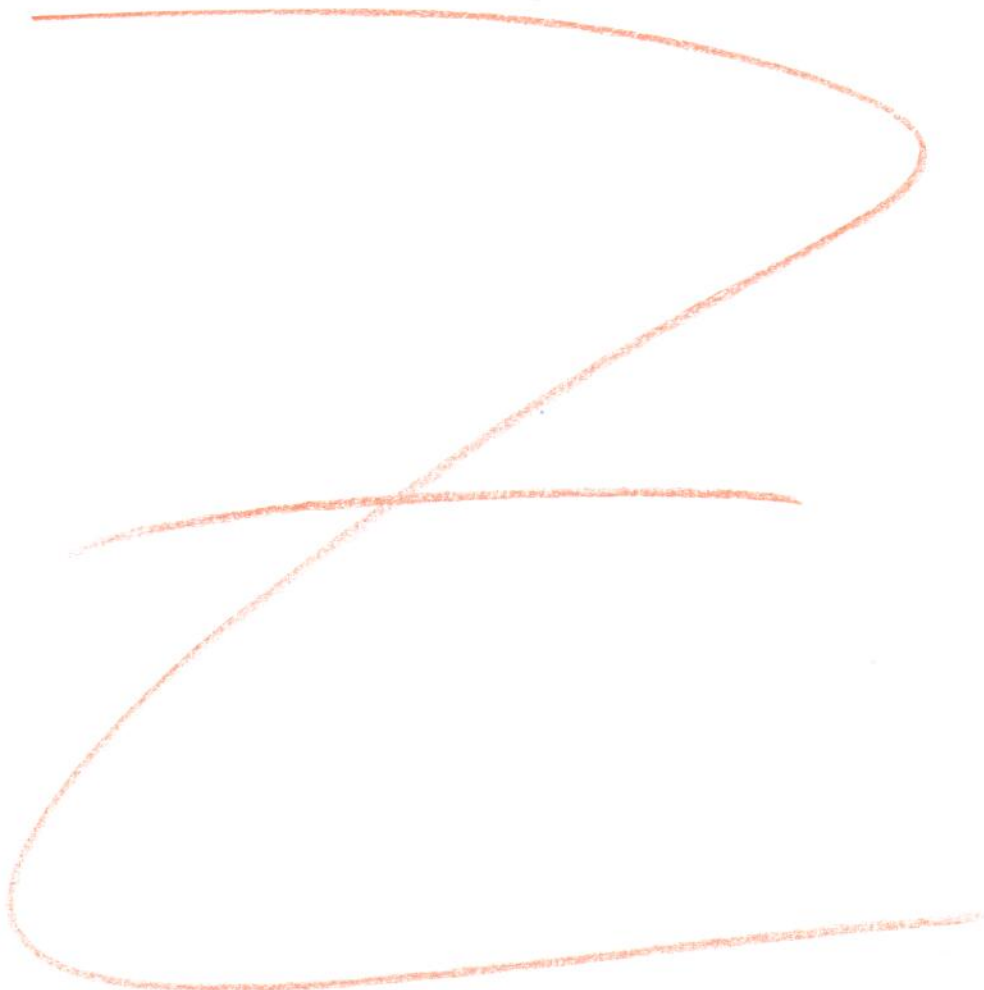
$$a=2 \Rightarrow 146 = 17b + 26c$$

$$146 = 17 \cdot 4 + 26 \cdot 3$$

$$a=2, b=4$$

$$\begin{array}{r} 82 \\ - 34 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$26 = 29 \cdot 52 \cdot 78$$



числовик

Задача 2



Дано четырёхзначное число ЭМО

$$abcd \Rightarrow \overline{abcd} = a$$

$$\overline{abcd}^2 = \underbrace{a^2 (2ac + b^2) (2ad + 2bc) (2bd + c^2) (2cd) d^2}_{\text{Разбьем по разрядам} \Rightarrow}$$

$$\Rightarrow a^2 | 2ac + b^2 | 2ad + 2bc | 2bd + c^2 = \overline{abcd} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a \neq 0 \Rightarrow a = 1, \text{ т.к. } a^2 = a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2ac + b^2 = b$$

$$2c + b^2 = b, \text{ если } b > 1 \Rightarrow 2c + b^2 \neq b \Rightarrow$$

~~б > 0, значит, но~~

$$b \leq 1, \text{ если } b = 0, \text{ но } 2c + 0^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c = 0$$

$$\text{если } b = 1, \text{ но } 2c + 1^2 = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c = 0$$

$$\Rightarrow 2ad + 2bc = c$$

$$2d + 2b \cdot 0 = 0 \Rightarrow 2d = 0 \Rightarrow d = 0 \Rightarrow$$

~~все~~ все возможные числа ЭМО

$$a = 1$$

$$b = 1 \text{ или } b = 0$$

$$c = 0$$

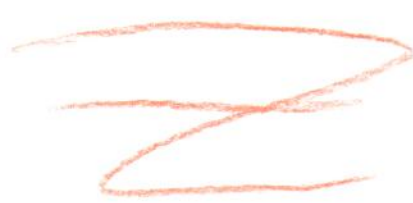
$$d = 0$$

$$\Rightarrow 1100$$

$$1000 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  наименьшее 1000

Ответ: число 1000.



лист 5 из 6

Числовик.  
Зарага В.

Пусть трехзначное число это  $\overline{abc} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{100a + 10b + c}{a + b + c} = 9 \cdot x \quad | \cdot (a + b + c)$$

↑  
т.к. кратное 9.  
x - натуральное

$$100a + 10b + c = 9xa + 9xb + 9xc$$

$$a \cdot (100 - 9x) + b(10 - 9x) + c(1 - 9x) = 0$$

$$a \cdot (100 - 9x) = b(9x - 10) + c(9x - 1)$$

⇒ переводим все в x

$$x=1 \Rightarrow 91a = -b + 8c \text{ - не имеет}$$

$$x=2 \Rightarrow 82a = 8b + 17c \Rightarrow$$

⇒ есть варианты

$$\overline{abc} = 162$$

Делит, т.к.  
 $0 \leq a; b; c \leq 9$   
a, b, c - цифры.

$$x=3 \Rightarrow 73a = 17b + 26c,$$

при a=1 не подходит  
при a=2

$$\overline{abc} = 243$$