0 251715 620001

25-17-15-62
(124.6)

+1

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 11 класс 7

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Большенко Татьяны Вадимовны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«29» марта 2026 года

Подпись участника

25-17-15-62 (124.6)

Чистовик | №1.

$$\sqrt{3(1-ctg^2x)} = 2\sqrt{2}\cos x \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{2}\cos x \geq 0 \ (1) \\ 3(1-ctg^2x) = 8\cos^2 x \ (2) \end{cases}$$

$$(2):\ 3\left(\frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x}\right) = 8\cos^2 x \ \Big|\cdot \sin^2 x \neq 0 \ (3)$$

$$-3\cos 2x = 2(2\sin x\cos x)^2$$

$$2\sin^2 2x + 3\cos 2x = 0$$

$$2(1-\cos^2 2x) + 3\cos 2x = 0$$

Пусть $t = \cos 2x \quad t \in [-1; 1]$

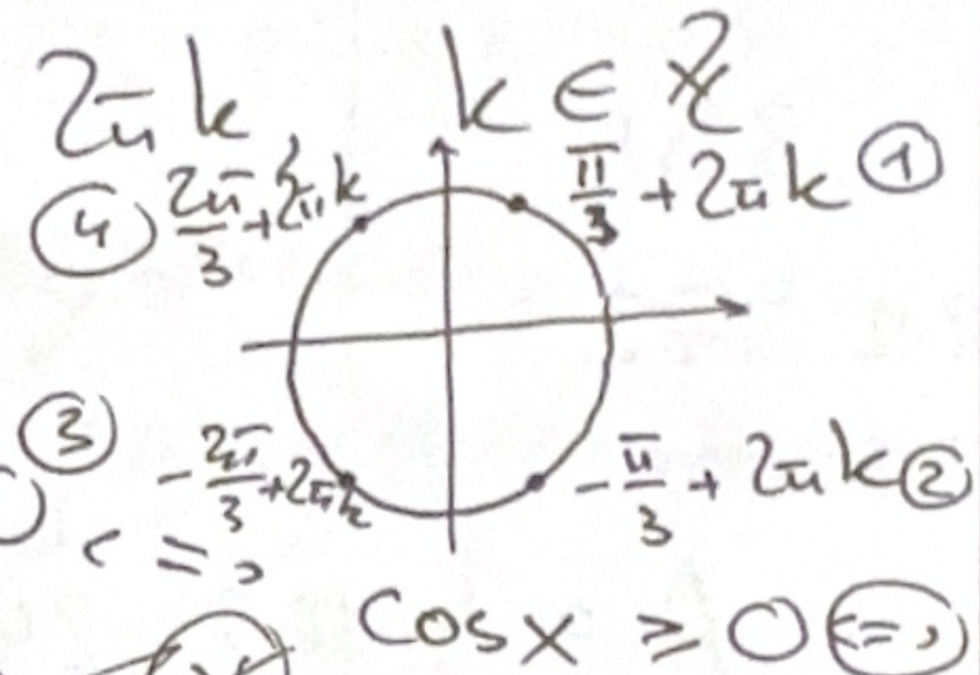
$$2 - 2t^2 + 3t = 0$$

$$2t^2 - 3t - 2 = 0 \qquad D = 9 + 16 = 25$$

$$t_{1,2} = \frac{3 \pm 5}{4} \qquad \left[\begin{array}{l} t = 2 \\ t = -\frac{1}{2} \end{array}\right. \quad \begin{array}{l} t \in [-1; 1] \\ \times \\ \vee \end{array}$$

$$\cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



Проверка: (1): $2\sqrt{2}\cos x \geq 0 \Leftrightarrow \cos x \geq 0 \Leftrightarrow$ подх. решения ① и ②

~~$2\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \geq 0$~~ (v)

(3): при $x = \pm\frac{\pi}{3} + \pi k$ $\sin^2 x \neq 0$ (v)

Ответ: $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k, \ k \in \mathbb{Z}$.

№2.

(Число) : (Сумма цифр) $\vdots$ 9 $\Leftrightarrow$ (Число) $\vdots$ 9

По св-ву делимости нат. числа на 9 (Сумма цифр) $\vdots$ 9. Тогда, т.к. степень вхождения 3 в сумму цифр хотя бы 2 $\Rightarrow$ ~~число должно~~ степень вхождения 3 в число должна быть ≥ 4 (чтобы при делении получалось число, кратное 9)

Чистовик

№2 (прод.)

Тогда нам могут подойти только числа, кратные $3^4=81$. Проверим их:

	Число	Сумма цифр	Результат	Подх/нет
$81\cdot1<100$				
$81\cdot2$	162	9	$18 \in \mathbb{Z}$ $\vdots 9$	✓
$81\cdot3$	243	9	$9\cdot3 \in \mathbb{Z}$ $\vdots 9$	✓
$81\cdot4$	324	9	$9\cdot4 \in \mathbb{Z}$ $\vdots 9$	✓
	405	9	$9\cdot5 \in \mathbb{Z}$ $\vdots 9$	✓
	486	~~9~~ 18	$9\cdot3 \in \mathbb{Z}$ $\vdots 9$	✓
$81\cdot7$	567	18	$\frac{9\cdot7}{2} \notin \mathbb{Z}$	×
	648	18	$9\cdot4 \in \mathbb{Z}$ $\vdots 9$	✓
	729	18	$\frac{9\cdot9}{2} \notin \mathbb{Z}$	×
	810	9	$9\cdot10 \in \mathbb{Z}$	✓
	891	18	$\frac{9\cdot11}{2} \notin \mathbb{Z}$	×
$81\cdot12$	972	18	$9\cdot6 \in \mathbb{Z}$ $\vdots 9$	✓
$81\cdot13>1000$				

2ое, 5ое, предп.

$A=\{162; 243; 324; 405; 486; 648; 810; 972\}$

$$\begin{array}{r} 243 \\ +\ 486 \\ 810 \\ \hline 1539 \end{array}$$

Ответ. $A=\{162; 243; 324; 405; 486; 648; 810; 972\}$. 1539.

№3.

1) Выбрать вершину с прямым углом:
$11^3 = 1331$ вариантов (т.к. вдоль оси 11 точек, осей - 3)

2) Выбрать два направления из Ox, Oy, Oz:
$\frac{3\cdot2}{2}=3$ (Т.е. Ox, Oy; Oy, Oz; Ox, Oz)

Таким подсчетом мы считаем все по одному разу

3) Выбрать точку на 1ом направлении: 10

4) На 2ом: 10

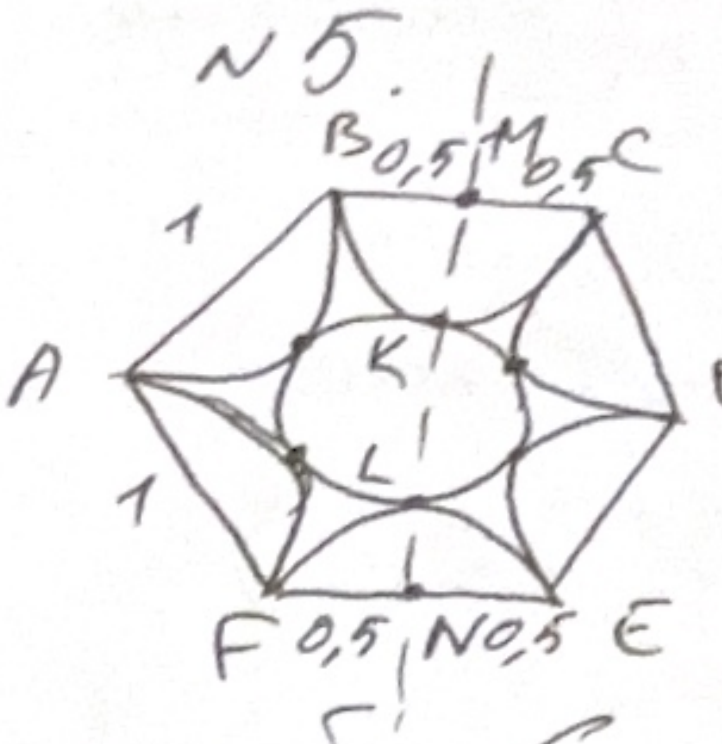
5) Итого: $1331\cdot3\cdot10\cdot10 = 399300$ вариантов.

Ответ. 399300.

25-17-15-62 (124.6)

Чистовик

№5. $R-?$



1) ~~А~~ Соединим отрезками соседние вершины исх. шестиугольника. Мы получили правильный 6-уг-к., т.к. по усл. изначальный 6-уг. симметричен, $AB = BC = \ldots = FA = 1$

2) Так как рисунок симметричен, проведем ось симметрии через середины BC и FE, как на рисунке отметим точки

3) $\left.\begin{array}{l} MN \perp FE \\ BF \perp FE \text{ (т.к. прав. 6уг)} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} MN \parallel BF \\ BM \parallel FN \\ BM \perp MN \end{array}\right\} \Rightarrow$

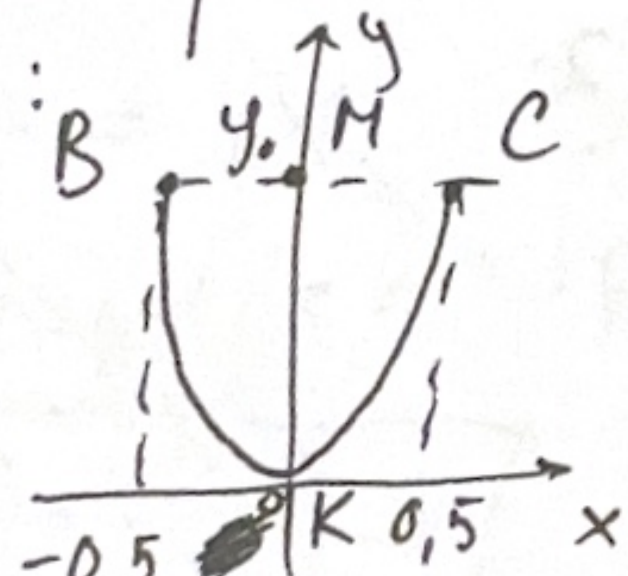
$BMNF$ - прямоуг-к $\Rightarrow MN = BF$

4) По т. косинусов для $\triangle ABF$:

$BF = \sqrt{1+1-2\cdot1\cdot1\cos120^\circ} = \sqrt{3} \Rightarrow MN = \sqrt{3}$

5) Т.к. MN - ось симметрии картинки, KL - ось симметрии впис. окружности $\Rightarrow KL$ - диаметр $\Rightarrow KL = 2R$

6) Рассмотрим верхнюю параболу в ~~ABCK~~: X_0Y



Найдём y_0:

$y_0 = C\cdot 0{,}5^2 = \dfrac{C}{4}$

$\Rightarrow \cancel{K}M = y_0 - 0 = \dfrac{C}{4}$

7) $MN = MK + KL + LN$

$\sqrt{3} = \dfrac{C}{4} + 2R + \dfrac{C}{4}$

$2R = \sqrt{3} - \dfrac{C}{2} \Rightarrow R = \dfrac{2\sqrt{3}-C}{4}$

$LN = MK$, т.к. картинка центрально симметрична

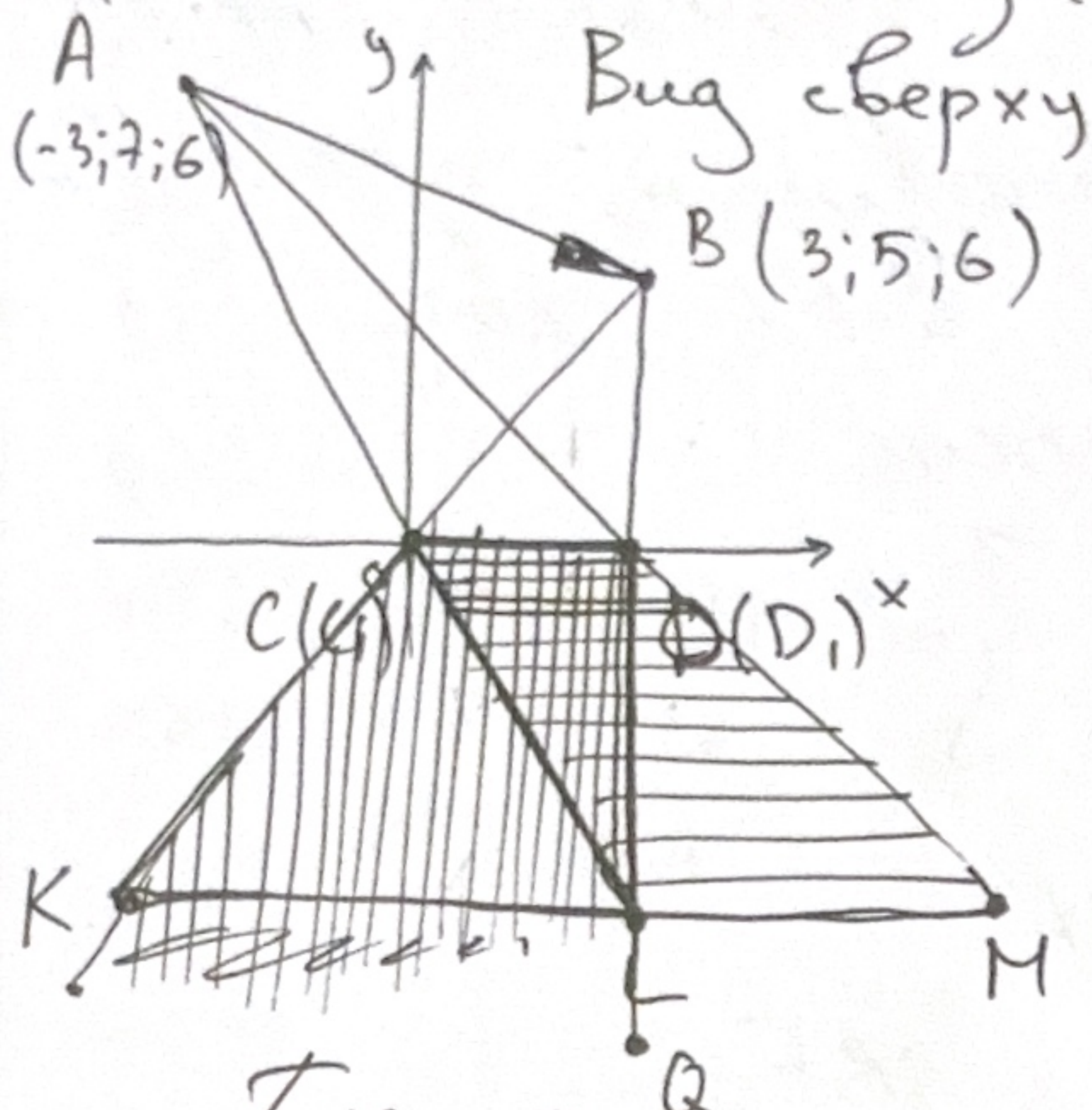
Ответ. $\dfrac{2\sqrt{3}-C}{4}$.

Чистовик

№6

Пусть забор CD - нижнее осн
C_1D_1 - верхнее основание

$C(0;0;0)$ $D(3;0;0)$ $C_1(0;0;2)$ $D_1(3;0;2)$
(т.к. высота забора 2 по усл.)

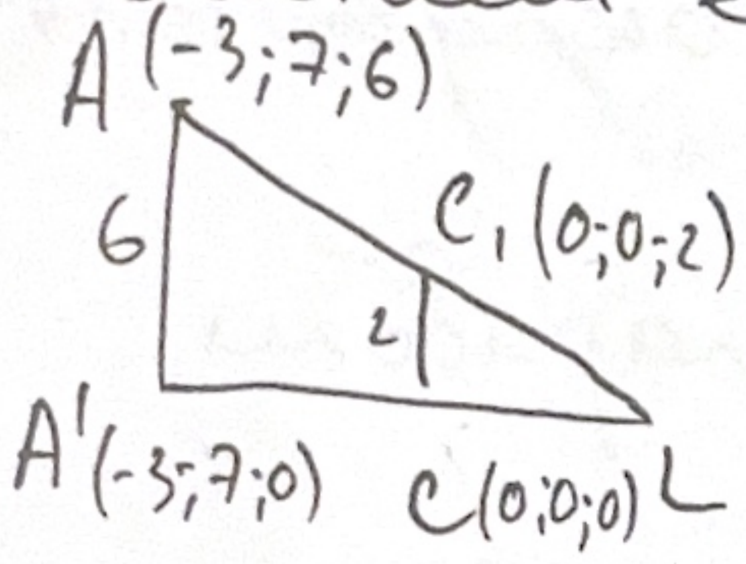


В точке A светлячок не освещает зону, закрашенную ≡

В точке B светлячок не освещает зону, закрашенную ||||

Т.к. это конечные точки, то итоговая площадь считается по ним

1) Пусть $(AC_1) \cap$ землю (X_oY) в точке L.
Посчитаем её: $L(x_L; y_L; 0)$



$$\frac{LC_1}{CC_1} = \frac{LA}{A'A} \Rightarrow 3\overrightarrow{LC_1} = \overrightarrow{LA}$$

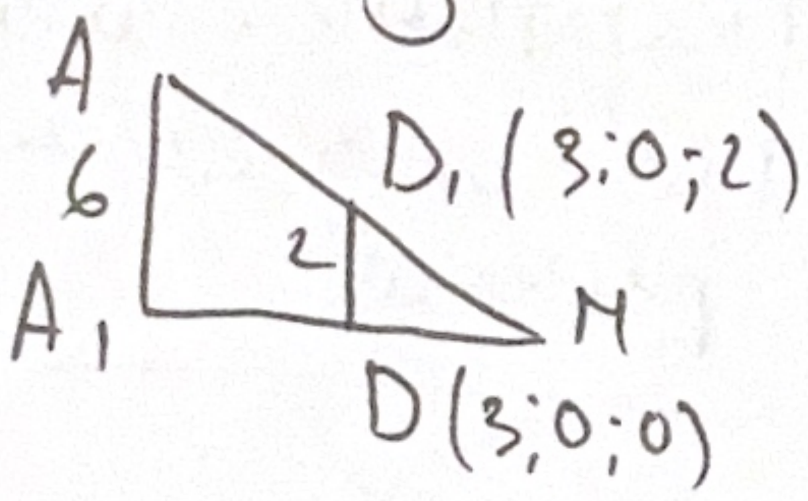
~~$3x_L = -3$ $x_L = -1$~~
~~$3y_L = 7 \Rightarrow y_L = \frac{7}{3}$~~

$3x_L = (x_L + 3) \Rightarrow x_L = \frac{3}{2}$

$3y_L = (y_L - 7) \Rightarrow y_L = -\frac{7}{2}$

$$\boxed{L\left(\frac{3}{2}; -\frac{7}{2}; 0\right)}$$

2) Пусть $(AD_1) \cap X_oY$ в т. $M(x_M; y_M; 0)$



$\Rightarrow 3\overrightarrow{MD_1} = \overrightarrow{MA} \Rightarrow$

$3(x_M - 3) = x_M + 3 \Rightarrow \cancel{x_M = \frac{3}{2}}$

$3x_M - 9 = x_M + 3 \Rightarrow x_M = 6$

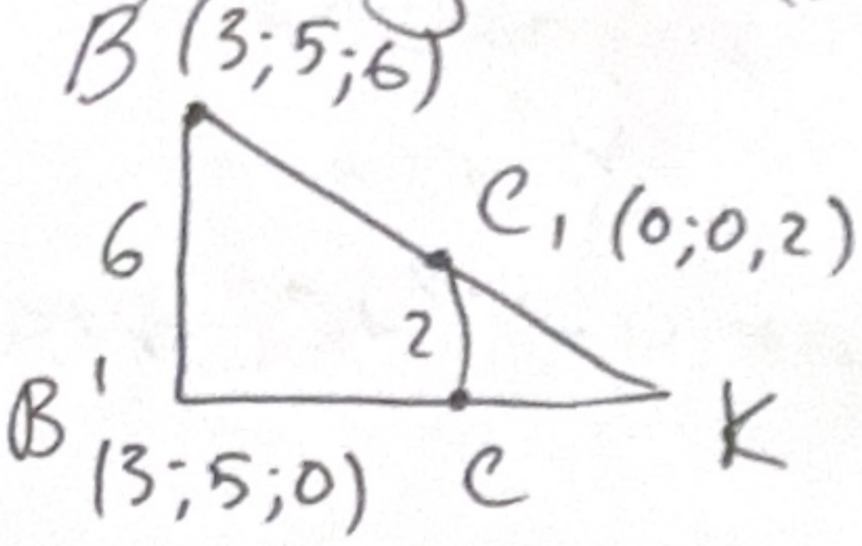
$3(y_M - 0) = y_M - 7$
$\Rightarrow y_M = -\frac{7}{2}$

$$\boxed{M\left(6; -\frac{7}{2}; 0\right)}$$

25-17-15-62
(124.6)

№6 (прод.) Чистовик

3) Пусть $(BC_1) \cap XOY$ в т. $K(x_K; y_K; 0)$



$3\overrightarrow{KC_1} = \overrightarrow{KB} \Rightarrow$ ∘ $3x_K = x_K - 3$

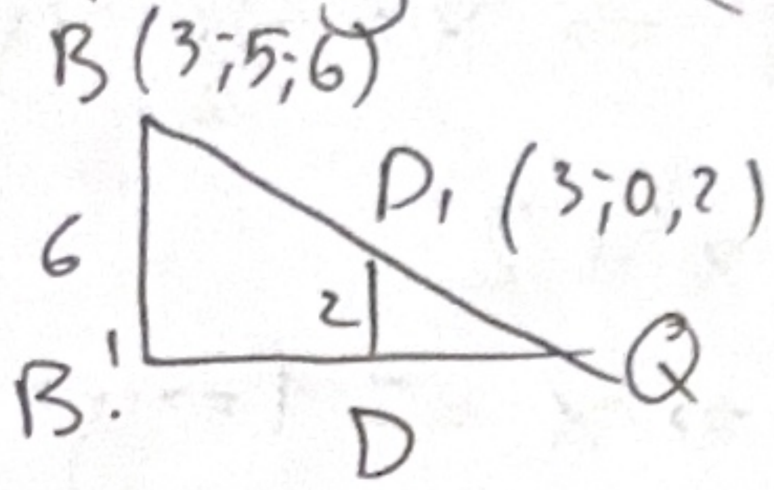
$x_K = -\frac{3}{2}$

∘ $3y_K = y_K - 5$

$y_K = -\frac{5}{2}$

$\boxed{K\left(-\frac{3}{2}; -\frac{5}{2}; 0\right)}$

4) Пусть $(BD_1) \cap XOY$ в т. $Q(x_Q; y_Q; 0)$



$3\overrightarrow{QD_1} = \overrightarrow{QB} \Rightarrow$ ▫ $3(x_Q - 3) = x_Q - 3$

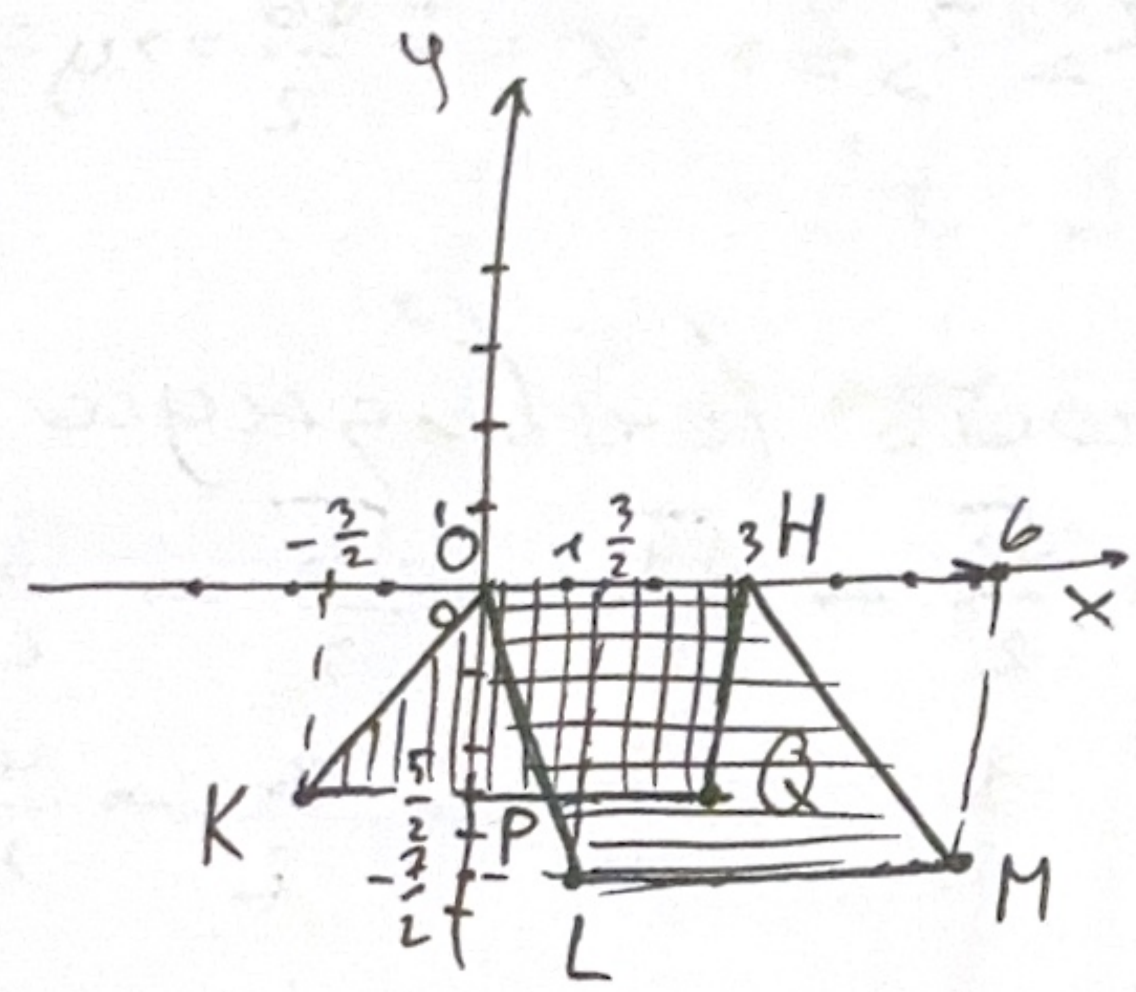
$\Rightarrow x_Q = 3$

▫ $3(y_Q) = y_Q - 5$

$y_Q = -\frac{5}{2}$

$\boxed{Q\left(3; -\frac{5}{2}; 0\right)}$

Итого:



$S_{исх} = S_{KOHQ} + S_{OLMH} -$

$- S_{OPQH} =$

$= \frac{OH + LM}{2} \cdot \frac{7}{2} + \frac{OH + KQ}{2} \cdot \frac{5}{2}$

$- \frac{OH + PQ}{2} \cdot \frac{5}{2} =$

$= \frac{3 + \frac{9}{2}}{2} \cdot \frac{7}{2} + \frac{3 + \frac{9}{2}}{2} \cdot \frac{5}{2} - \frac{5}{2} \cdot \frac{3 + \left(3 - \frac{15}{14}\right)}{2}$

$= \frac{15}{4} \cdot \frac{12}{2} - \frac{5}{2} \cdot \frac{69}{14 \cdot 2} = \frac{15 \cdot 12 \cdot 7}{8 \cdot 7} - \frac{5 \cdot 69}{8 \cdot 7}$

$= \frac{1260 - 345}{56} = \frac{915}{56}$

$P: \left(x_P; -\frac{5}{2}; 0\right)$

$P \in OL$

$OL: \frac{x - 0}{\frac{3}{2} - 0} = \frac{y - 0}{-\frac{7}{2} - 0}$

$-\frac{7}{2}x = \frac{3}{2}y$

$y = -\frac{7}{3}x \Rightarrow x_P = -\frac{3}{7} \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{15}{14}$

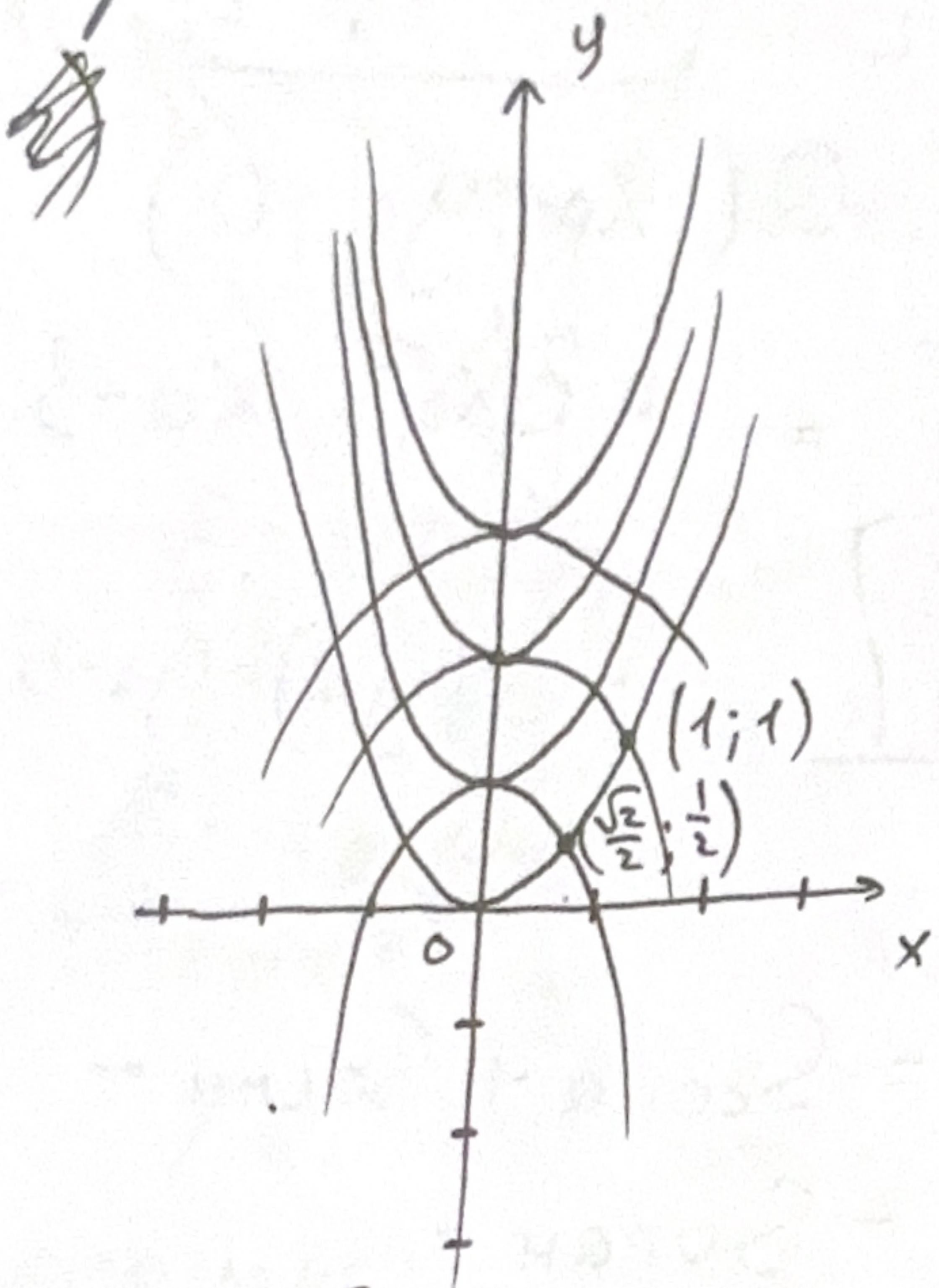
Ответ. $\frac{915}{56}$ м^2.

Листовик

№7.

Исследуем получающийся рисунок; найдём точки пересечения парабол

1) Очевидно, что при $c_1 \neq c_2$ x^2+c_1 не пересекается с x^2+c_2 (как и $-x^2+c_1$ не пересекается с $-x^2+c_2$)



2) x^2 и $-x^2+1$

$2x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2}$

3) x^2 и $-x^2+2$

$2x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow y = 1$

4) x^2 и $-x^3+3$

$2x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\frac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{2}$

5) Замечаем закономерность (очевидную в общем виде) x: $\frac{\sqrt{2}}{2} \to \frac{\sqrt{4}}{2} \to \frac{\sqrt{6}}{2} \to \frac{\sqrt{8}}{2} \dots$

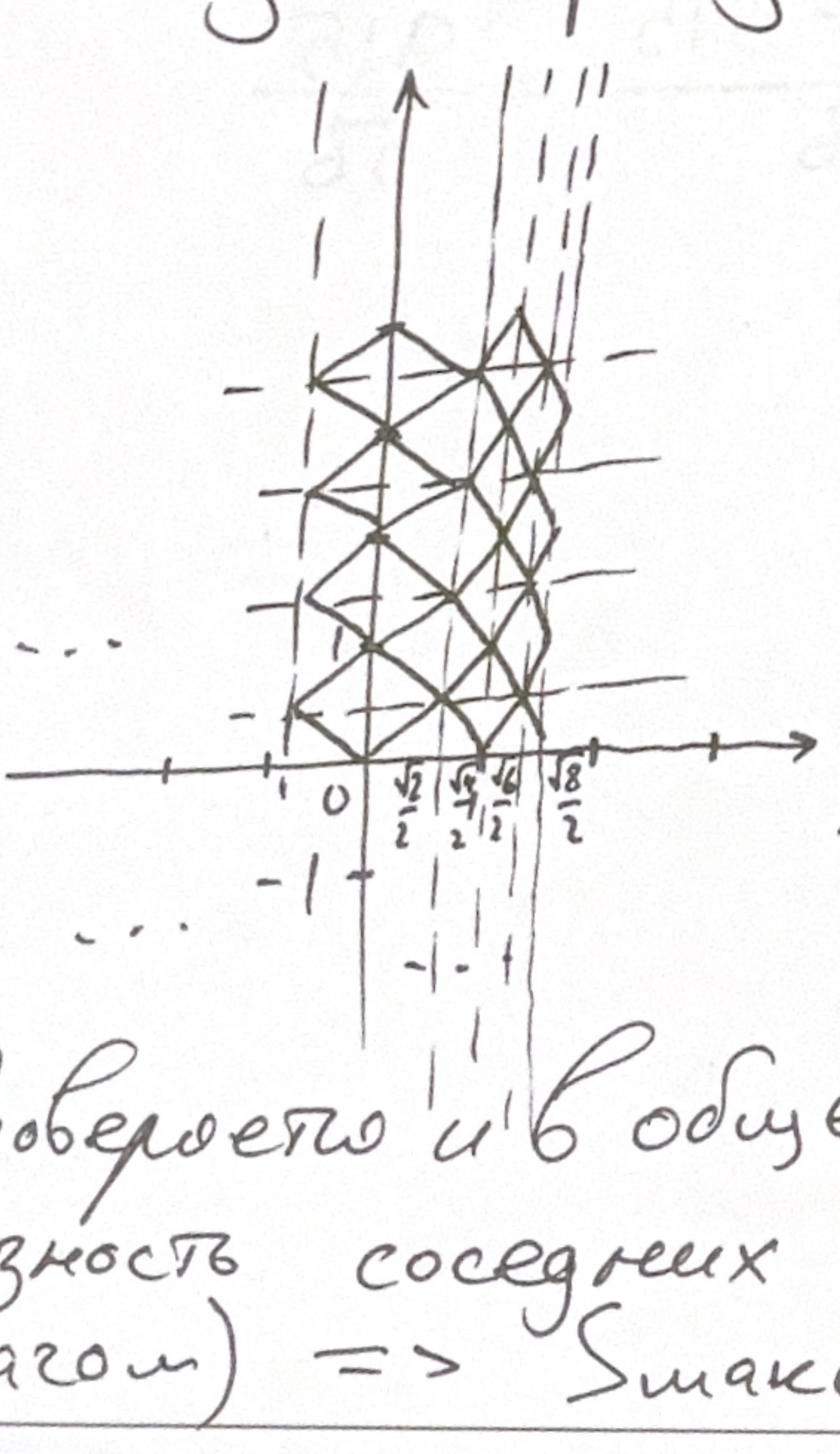
y: $\frac{1}{2} \to \frac{2}{2} \to \frac{3}{2} \to \frac{4}{2} \dots$

Р-м x^2 и $-x^2+c$

$2x^2 = c \Rightarrow x = \pm\frac{\sqrt{2c}}{2}$

$y = x^2 = \frac{c}{2}$

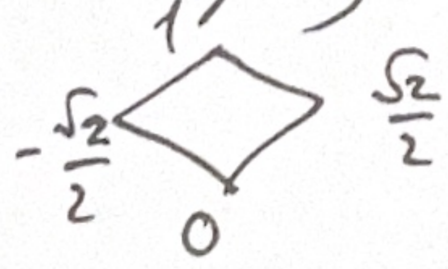
Тогда нарисуем сет-ки, кот. получил Вовочка:



У нас получаются дельтоиды, Их площадь $= \frac{1}{2} \cdot d_{верт} \cdot d_{гориз}$

$d_{верт}$ у них одинаковая $= 1$

Нетрудно заметить, что $d_{гориз}$ максимальна для



(и тех, которые получились его смещением по вертикали)

Проверяется и в общем виде, т.к. $\frac{\sqrt{2}}{2} \to \frac{\sqrt{4}}{2} \to \frac{\sqrt{6}}{8} \to \frac{\sqrt{8}}{2} \to \dots$ разность соседних элементов уменьшается с каждым шагом) $\Rightarrow S_{макс} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ Ответ. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ см^2

№8. Чистовик

$8x^2 \cdot \log_a x - \log_x a - 2x \leq 0$

Ограничения: $\begin{cases} a>0 \quad a \neq 1 \\ x>0 \quad x \neq 1 \end{cases}$

На ограничениях исх $\Leftrightarrow$ $8x^2 \cdot \log_a x - \frac{1}{\log_x a} - 2x \leq 0$

1) $\log_a x > 0$: $8x^2 \cdot \log_a^2 x - 2x \cdot \log_a x - 1 \leq 0$

Пусть $x \cdot \log_a x = t$ (>0; т.к. $x>0$, $\log_a x > 0$)

$8t^2 - 2t - 1 \leq 0$

$8(t+\frac{1}{4})(t-\frac{1}{2}) \leq 0 \qquad t \in (0; \frac{1}{2}]$

2) $\log_a x < 0$: $8x^2 \cdot \log_a^2 x - 2x \cdot \log_a x - 1 \geq 0$

Пусть $x \cdot \log_a x = t$ ($t<0$)

$8t^2 - 2t - 1 \geq 0 \qquad 8(t+\frac{1}{4})(t-\frac{1}{2}) \geq 0$

$t \in (-\infty; -\frac{1}{4}]$

Т.е. исх $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} a \in (0;1) \cup (1;+\infty) \\ x \in (0;1) \cup (1;+\infty) \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \log_a x > 0 \\ x \cdot \log_a x \leq \frac{1}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} \cancel{\log_a x < 0} \ \log_a x < 0 \\ x \cdot \log_a x \leq -\frac{1}{4} \end{cases} \end{array}\right. \end{cases}$

~~точно не может быть полуинтервал~~ не может быть точкой

$x \in (0; \sqrt[2x]{a}]$ $\cancel{x \in (0; \sqrt{a}]}$

I. $a \in (0;1)$: $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \log_a x > 0 \Leftrightarrow x < 1 \\ x \cdot \log_a x \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cancel{x^x \leq \sqrt{a}} \end{cases} \\ \begin{cases} \log_a x < 0 \Leftrightarrow \cancel{x \geq 1} \ x > 1 \\ x \cdot \log_a x \leq -\frac{1}{4} \quad x^x \geq \frac{1}{\sqrt[4]{a}} \end{cases} \end{array}\right.$ полуинтервал

$\Rightarrow$

II. $a \in (1;+\infty)$
$\log_a x > 0 \Leftrightarrow x > 1$
$x \cdot \log_a x \leq \frac{1}{2}$ ← отрезок
$\log_a x < 0 \quad x < 1$
$x \cdot \log_a x \leq -\frac{1}{4}$

Ответ: решений нет.

(Черновик)

№8.

$8x^2 \log_a x - \log_x a - 2x \le 0$

Огр: $x > 0$ $x \ne 1$

$a > 0$ $a \ne 1$

На огр: $8x^2 \log_a x - \frac{1}{\log_a x} - 2x \le 0$

$\log_a x > 0$

$\cancel{x > 1}$: $8x^2 \log_a^2 x - 2\log_a x \cdot x - 1 \le 0$

$t = x \cdot \underset{>0}{\log_a x}$: $8t^2 - 2t - 1 \le 0$

$D/4 = 1 + 8 = 3^2$

$t = \frac{1 \pm 3}{8}$ $\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{4}$

$t \in (0; \frac{1}{2}]$

$0 < \underset{>0}{x} \cdot \underset{>0}{\log_a x} \le \frac{1}{2}$

lo

$3\left(\frac{\sin^2x-\cos^2x}{\sin^2x}\right)=8\cos^2x$

$\boxed{\text{Черновик}}$ $\cos x \geq 0$

$-3\cos 2x = 2\sin^2 2x$

$2(1-\cos^2 2x)+3\cos 2x=0$

$2t-3t-2=0 \quad D=9+16=5^2$

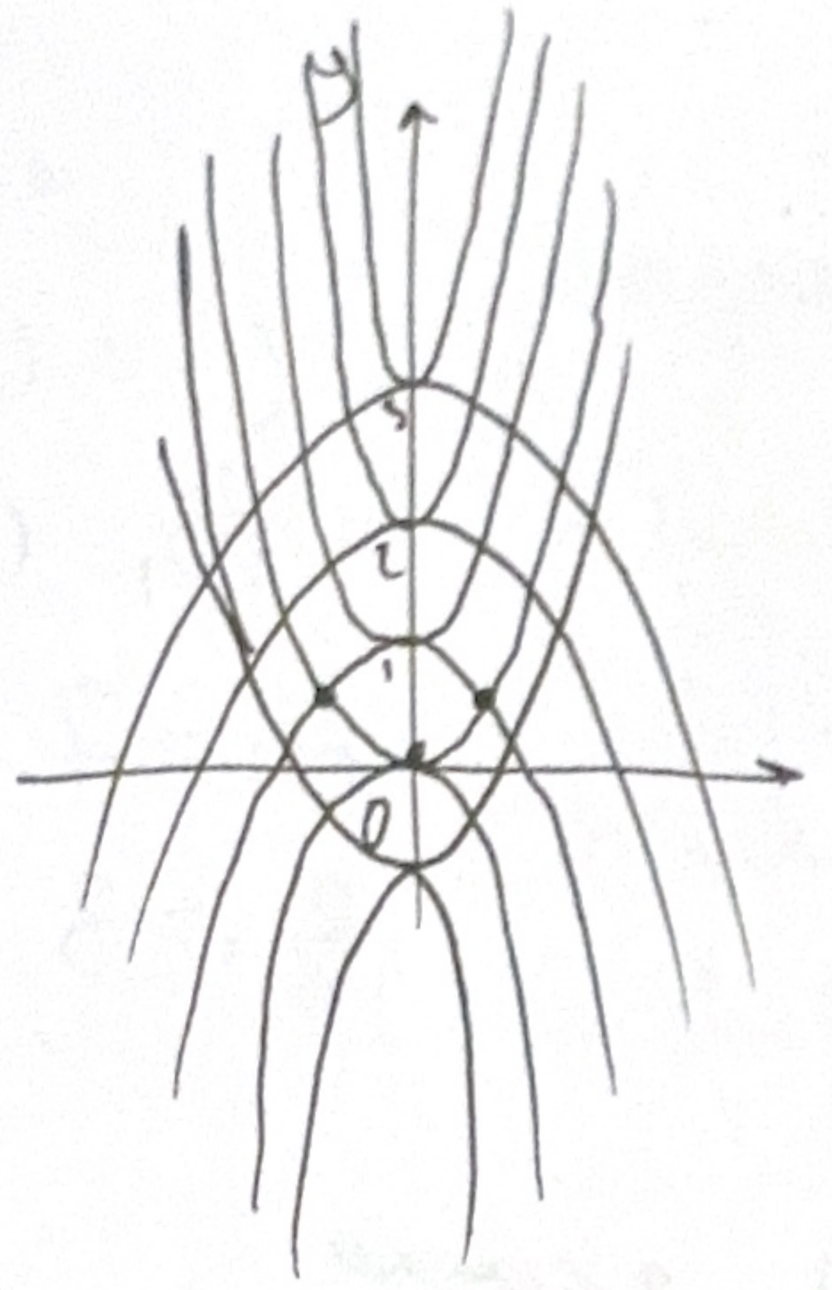
$t=\frac{3\pm5}{4} \qquad t=2$

$t=-\frac{1}{2}$

$\cos 2x=\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k$

$x=\pm\frac{\pi}{3}+\pi k$

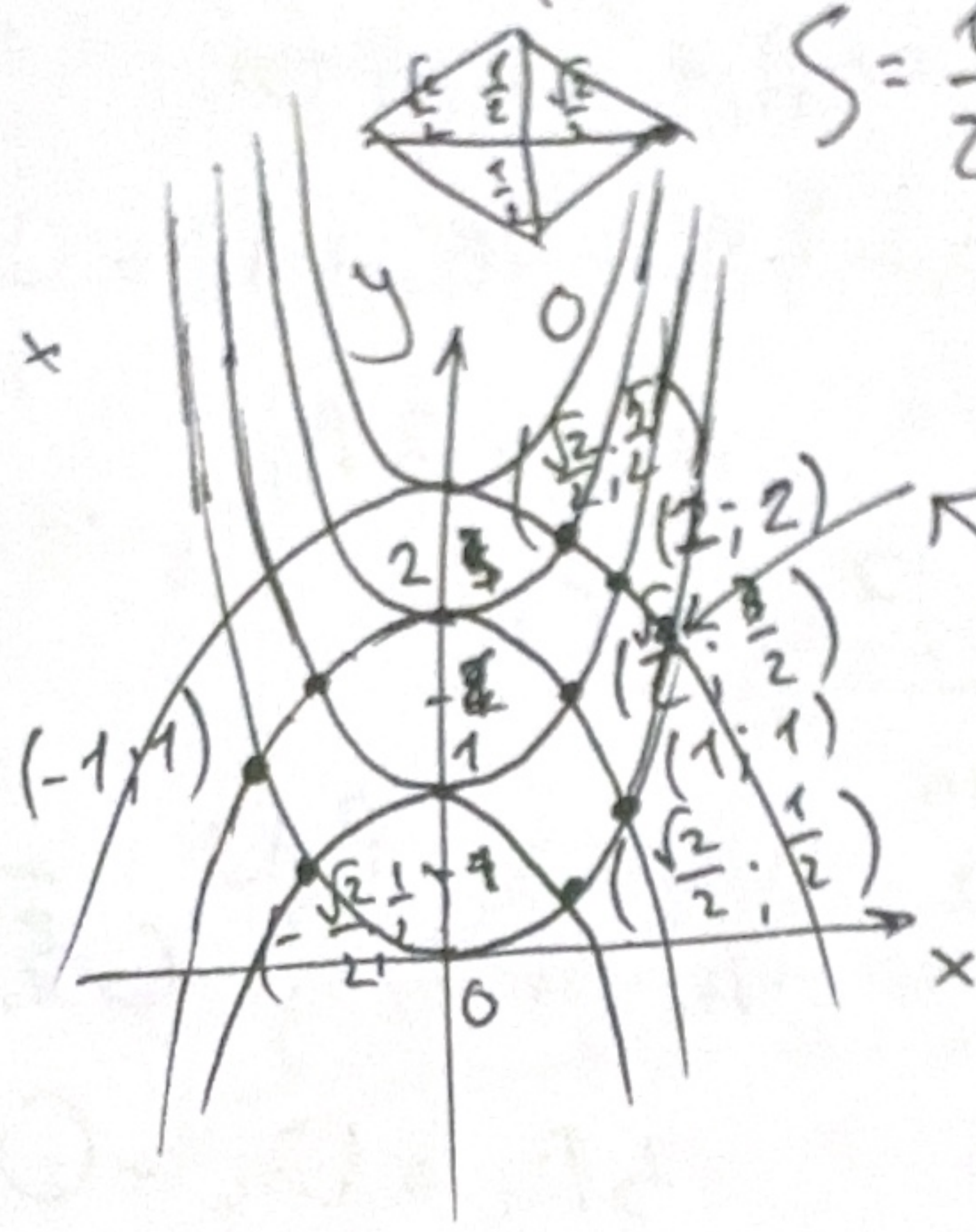
№ 7.



1) x^2 и $-x^2+1$

$2x^2=1 \quad x=\pm\frac{\sqrt2}{2}$

$S=\frac12\cdot1\cdot\sqrt2=\frac{\sqrt2}{2}$



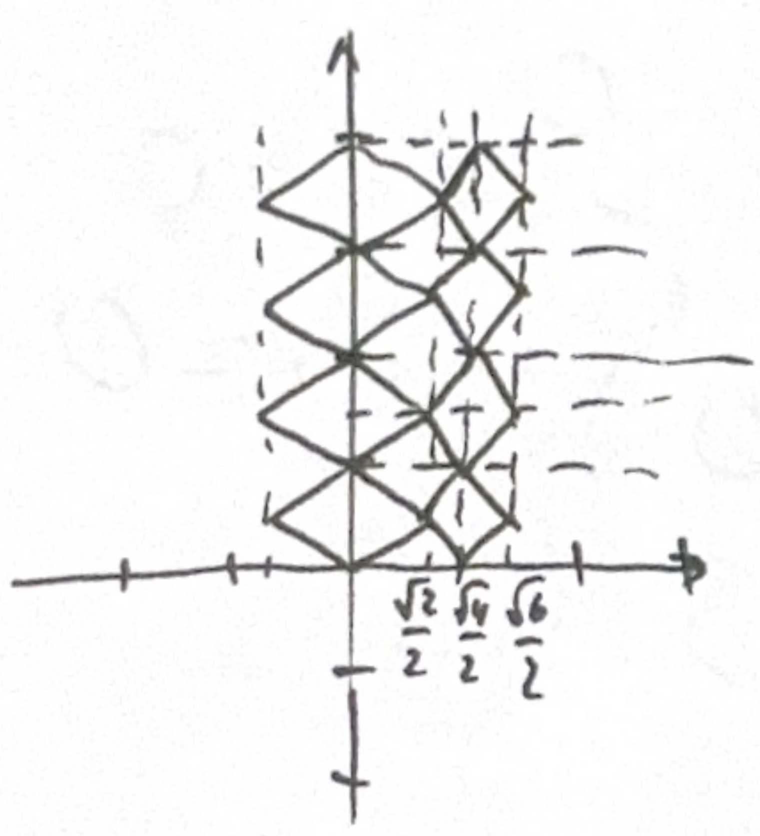
$-x^2+2$ и x^2

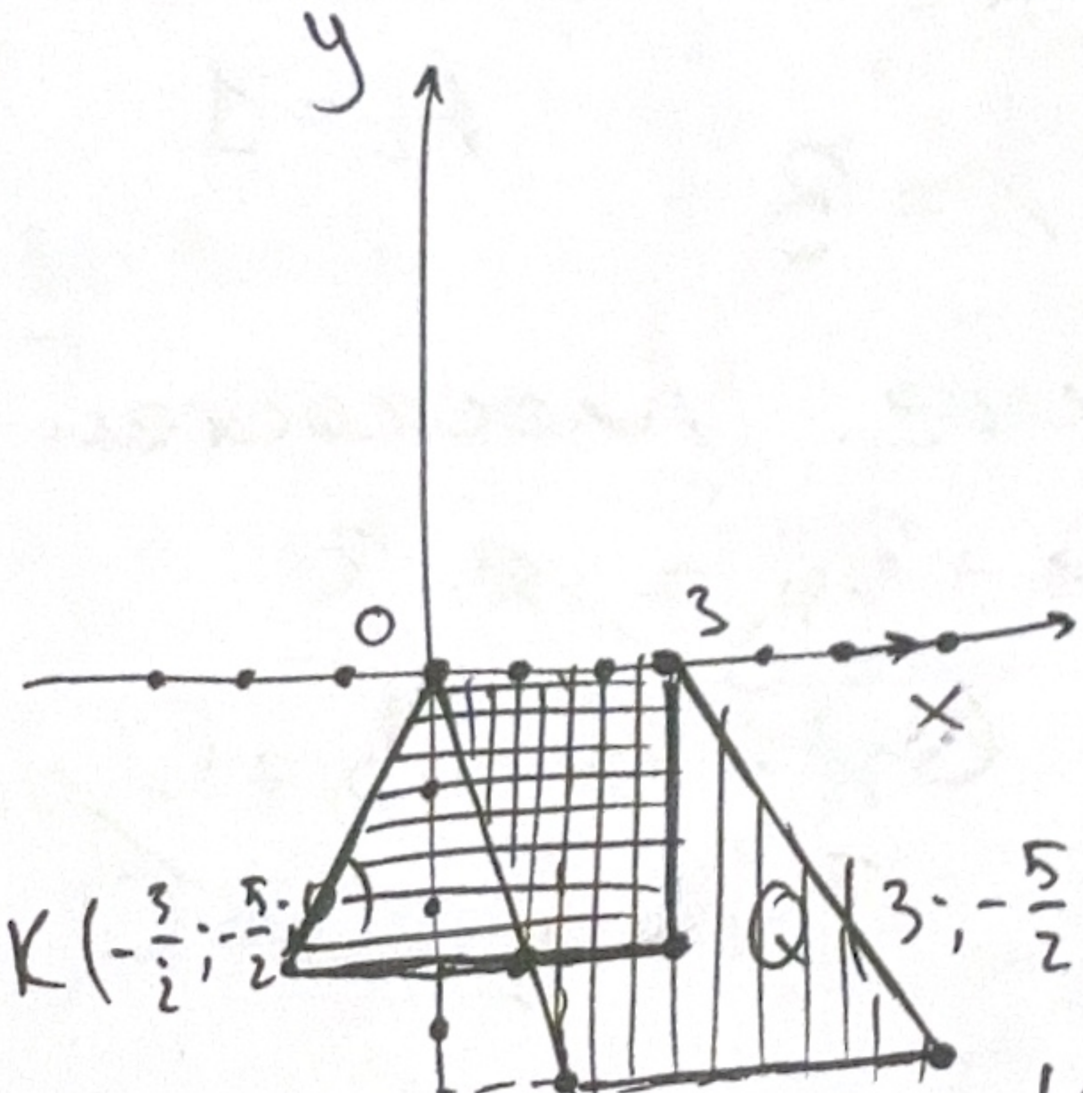
$2x^2=2 \quad x=\pm1$

x^2 и $-x^2+3$

$2x^2=3 \Rightarrow x=\pm\frac{\sqrt6}{2}$

$y=\frac{3}{2}$





$K\left(-\frac32;-\frac52;0\right)$ $Q\left(3;-\frac52;0\right)$

$L\left(\frac32;-\frac72\right)$ $M\left(6;-\frac72;0\right)$

$P\left(x_p;-\frac52;0\right)$

$\cancel{3-2x_p=}$

$\frac{15}{2}-5x_p=2x_p$

$\frac{\frac32-x_p}{x_p}=\frac{-\frac72+\frac52}{-\frac52}$

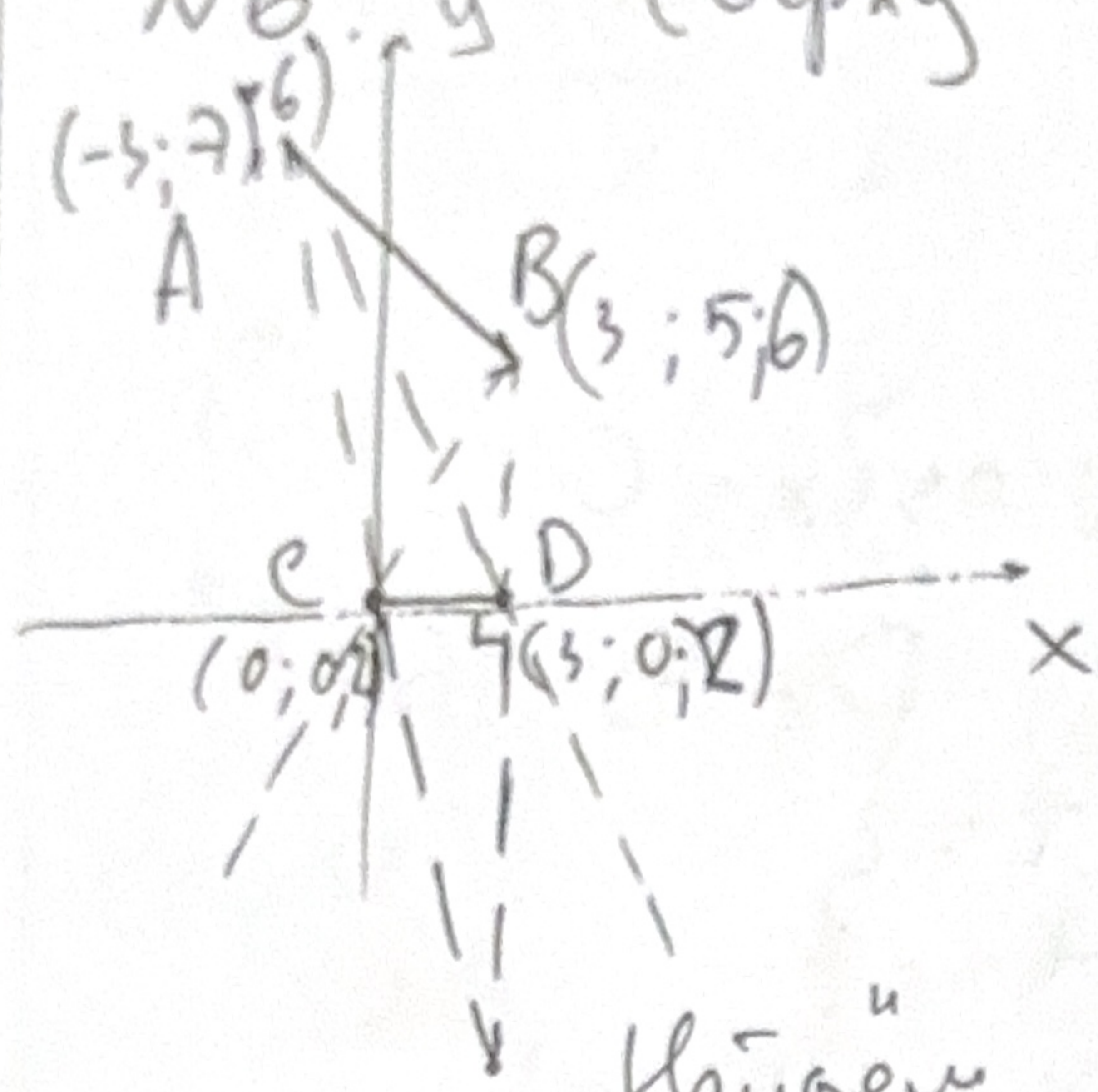
$\frac{\frac32-x_p}{x_p}=\frac25$

$x_p=\frac{15}{14}$

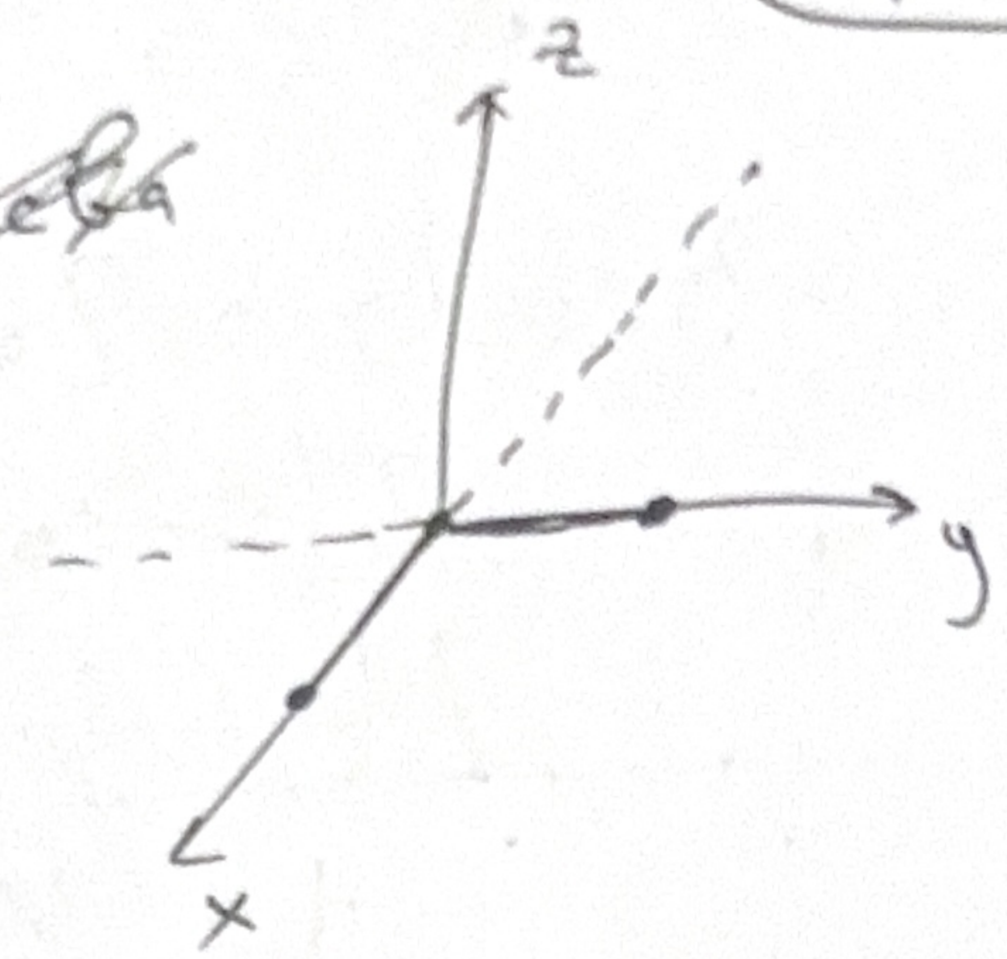
…ывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

(Черновик

№6 Сверху



Слева



Найдём плоскость α_1 через A, C $\perp$ земле

Земля: $z=0$

α_1: $A_1x+B_1y+C_1z+D=0$

$(0;0;2)$: $2C_1+D=0$ $\qquad C_1=0$

$(-3;7;6)$: $-3A_1+7B_1+6C_1+D=0$ $\qquad D_1=0$

т.к. $\perp$ земле $(-3;7;0)$: $-3A_1+7B_1+D=0$ $\qquad A_1=7$

$7B_1=3A_1$ $\qquad B_1=3$

α_1: $7x+3y=0$

Ан-но α_2 через B, D $\perp$ земле

$A_2x+B_2y+\cancel{C_2z}+D_2=0$ $\qquad C_2=0$

$(3;0;2)$ $\qquad 3A_2+D_2=0$

$(3;5;6)$ $\qquad 3A_2+5B_2+D_2=0$ $\Rightarrow B_2=0$

$A_2=1 \quad D_2=-3$

α_2: $x=3$

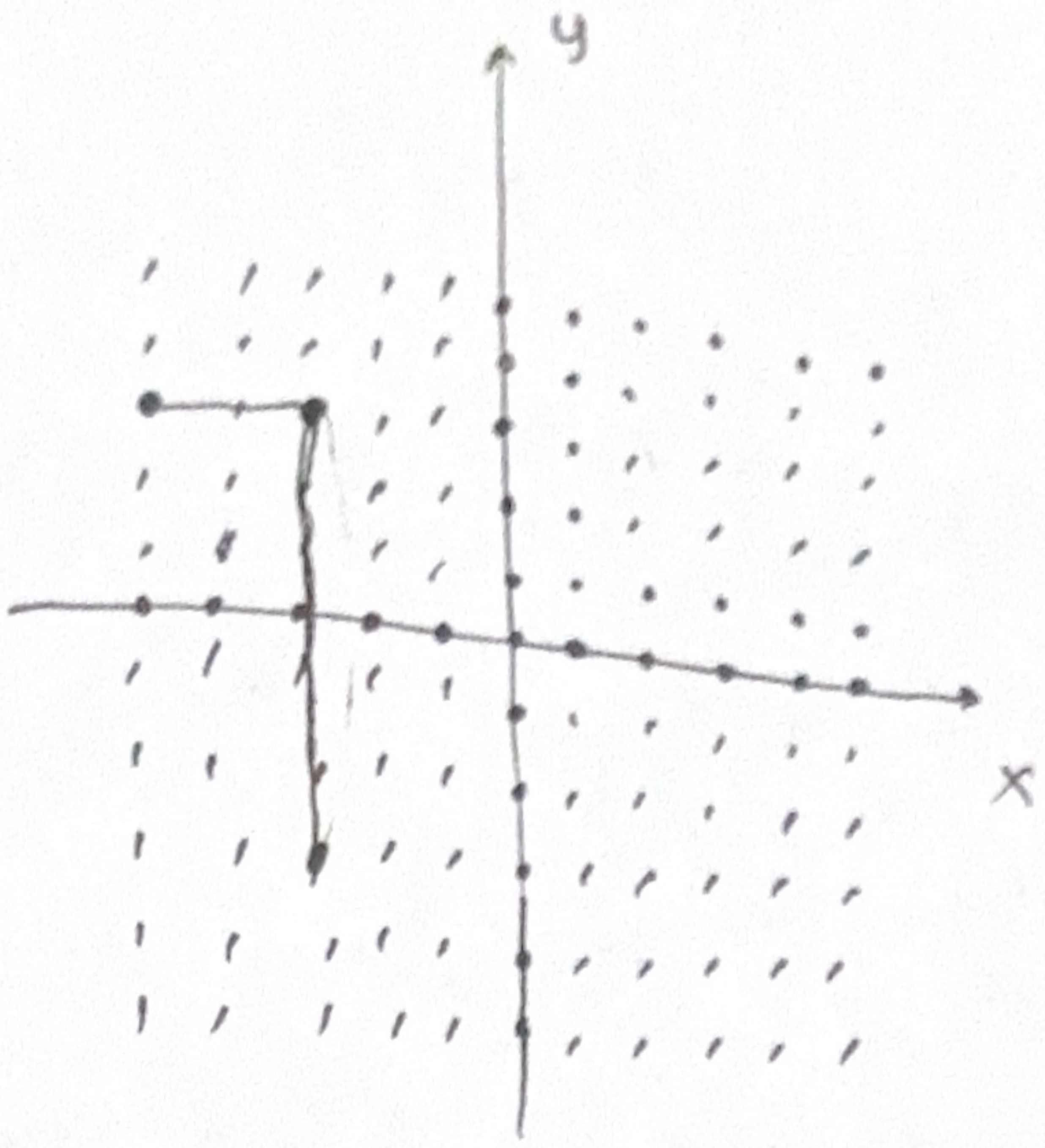
Пересечение плоскостей в Xoy (земле)

в $x=3$: $\cancel{7x+3y=x-3}$ $\qquad \cancel{-\frac{7}{3}x=x-3}$

$21+3y=0$ $\qquad \cancel{6x+3y+3=0}$ $\qquad \cancel{3=\frac{10}{3}x}$

$y=-7$ $\qquad \cancel{2x+y+1=0}$ $\qquad \cancel{x=\frac{9}{10}}$

№3.



Черновик

Выбрать точку: 121·11

Выбрать 1ый катет: 10

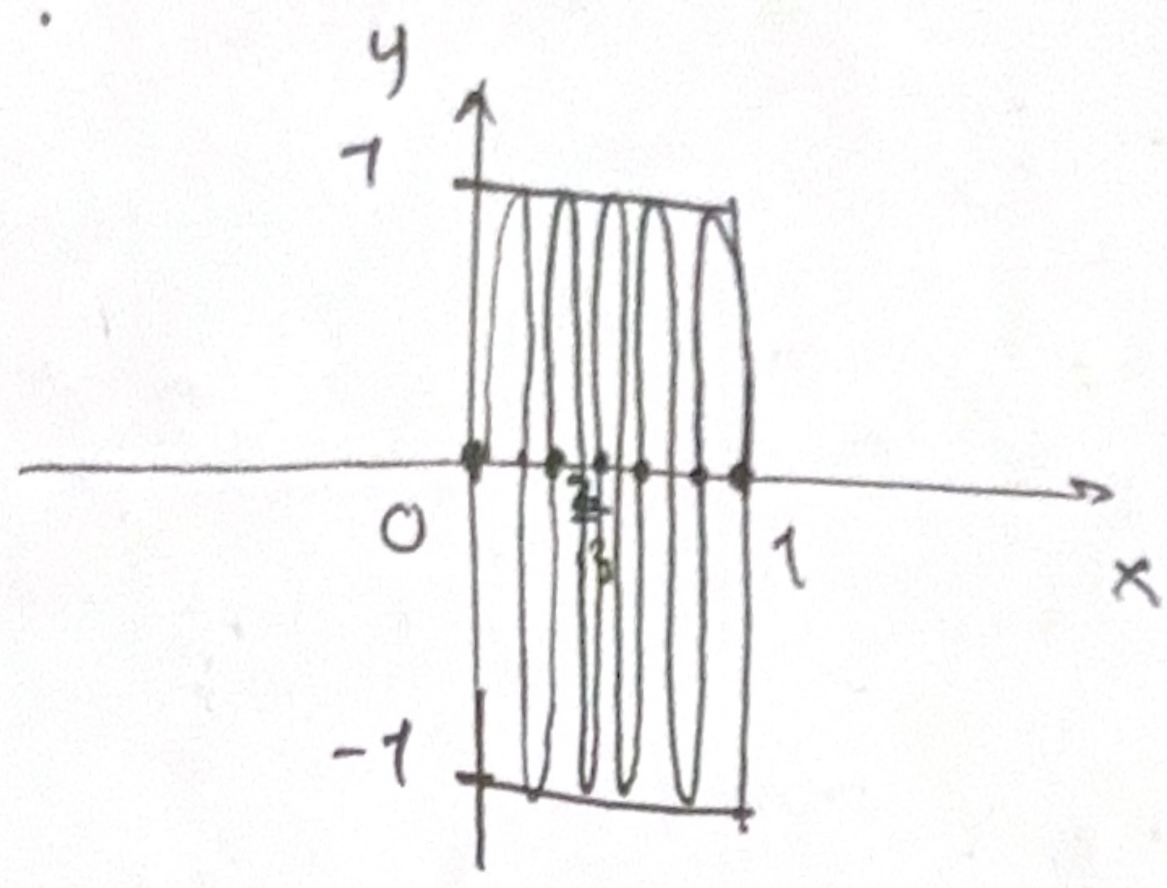
2ой: 10

Выбрать 2 напр: $\frac{5\cdot 2}{2}$

Выбрать 1ый катет 10

2ой: 10

№4.



$\sin 13\pi x = \sin 15\pi x$

$f_1(x) = \sin 13\pi x$

период: $\frac{2\pi}{13\pi} = \frac{2}{13}$

$x = \frac{1}{26}$: $f_1(x) = \sin\frac{\pi}{2} = 1$

$f_2(x) = \sin 15\pi x$

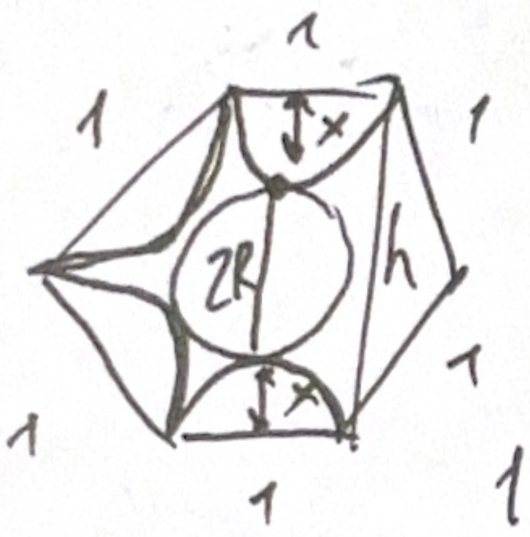
период $= \frac{2}{15}$

$f_3(x) = \sin 17\pi x$

период: $\frac{2}{17}$

№5.

По т. косинусов $\sin x - \sin y$

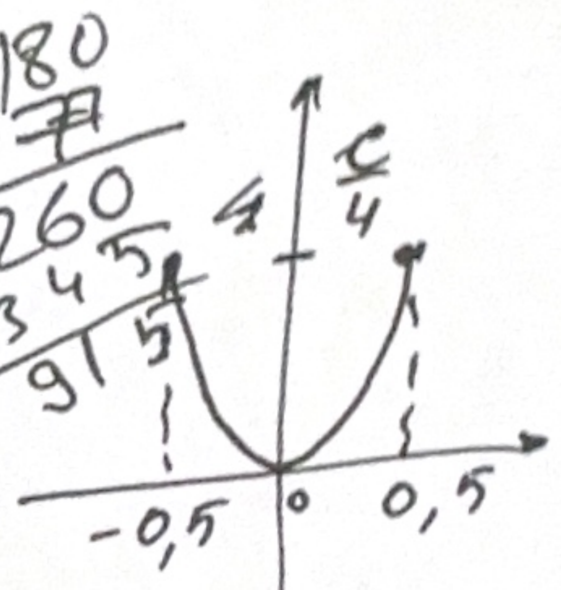


$h = \sqrt{1+1-2\cdot 1\cdot 1\cos 120} = \sqrt{2+2\cdot\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

$2R = h - 2x$

$\frac{180(6-2)}{6} = 30\cdot 4 = 120$

$15 \times 12 = 180$, $180 \times 7 = 1260$, $1260 - 345 = 915$



$84 - 15 = 69$

$y = C\cdot\frac{1}{4}$ $\quad \frac{69\cdot 5}{14\cdot 4}$

$\frac{15}{4}\cdot\frac{7}{2} + \frac{15}{4}\cdot\frac{5}{2} = \frac{15}{4}\cdot\frac{12}{2} = \frac{15}{4}\cdot 6 = \frac{15}{2}\cdot 3 = \frac{45}{2}$

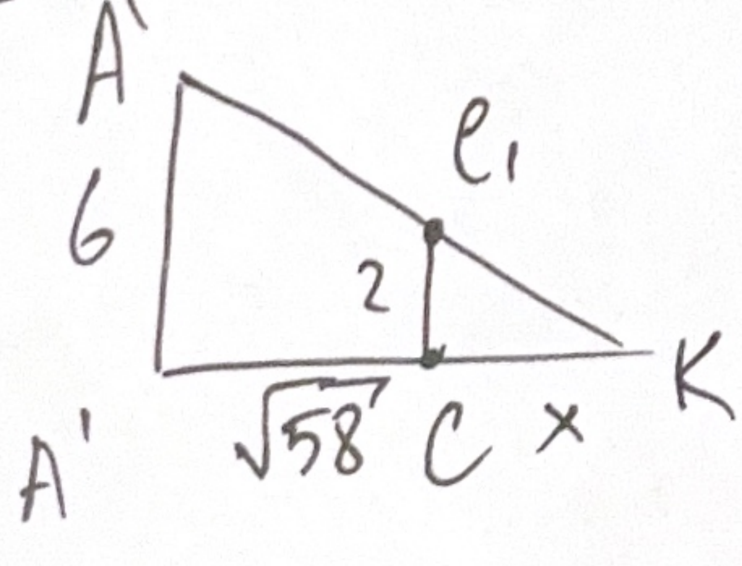
№6

Ур-ие (AC_1): $Ax + By + Cz + D = 0$

$A(-3;7;6)$: $-3A + 7B + 6C + D = 0$

$C(0;0;2)$: $2C + D = 0$

$\frac{42-15+42}{14} = \frac{69}{14}$



$A'C_1 = \sqrt{9+49+16} = \sqrt{74}$

$A_1C = \sqrt{9+49} = \sqrt{58}$

$\frac{x}{2} = \frac{x+\sqrt{58}}{6}$

$4x = 2\sqrt{58}$

$x = \frac{\sqrt{58}}{2}$

Черновик

№1.

огран.: $3(1-ctg^2x) \geq 0$ и $\sin x \neq 0$

$ctg^2x \leq 1$

$-1 \leq ctg x \leq 1$

~~нагогр~~: исх $\Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{2}\cos x \geq 0 \\ 3(1-ctg^2x) = 8\cos^2x \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \geq 0 & (1) \\ 3 - 3\frac{\cos^2x}{\sin^2x} = 8\cos^2x & (2) \end{cases}$

(2): $3\left(\frac{\sin^2x - \cos^2x}{\sin^2x}\right) = 8\cos^2x$

$\frac{-3\cos 2x}{\sin^2x} = 8\cos^2x \Leftrightarrow$

$\begin{cases} \sin^2x \neq 0 & (4) \\ \cancel{4}\,8\cos^2x\sin^2x = -3\cos 2x & (3) \end{cases}$

(3): $2(2\sin x\cos x)^2 + 3\cos 2x = 0$

$2\sin^2 2x + 3\cos 2x = 0$

$81 \times 12 = 162$, 81

№2.

Число: Сумма цифр $\vdots 9 \Rightarrow$ Число $\vdots 9$, но тогда сумма цифр $\vdots 9 \Rightarrow$ Число $\vdots 3^4 = 81$

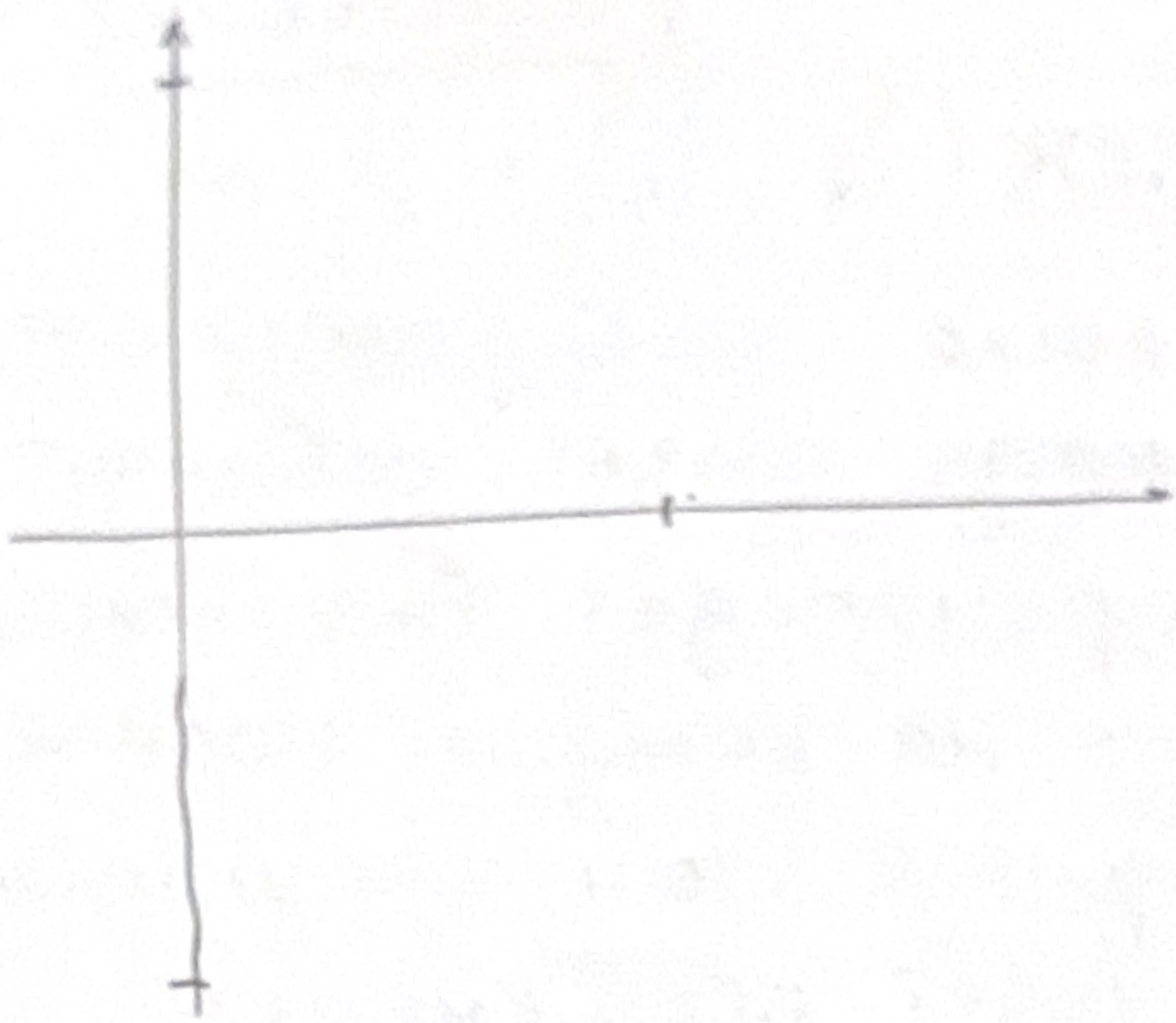
$171 : 9 = 19$, -9, 81

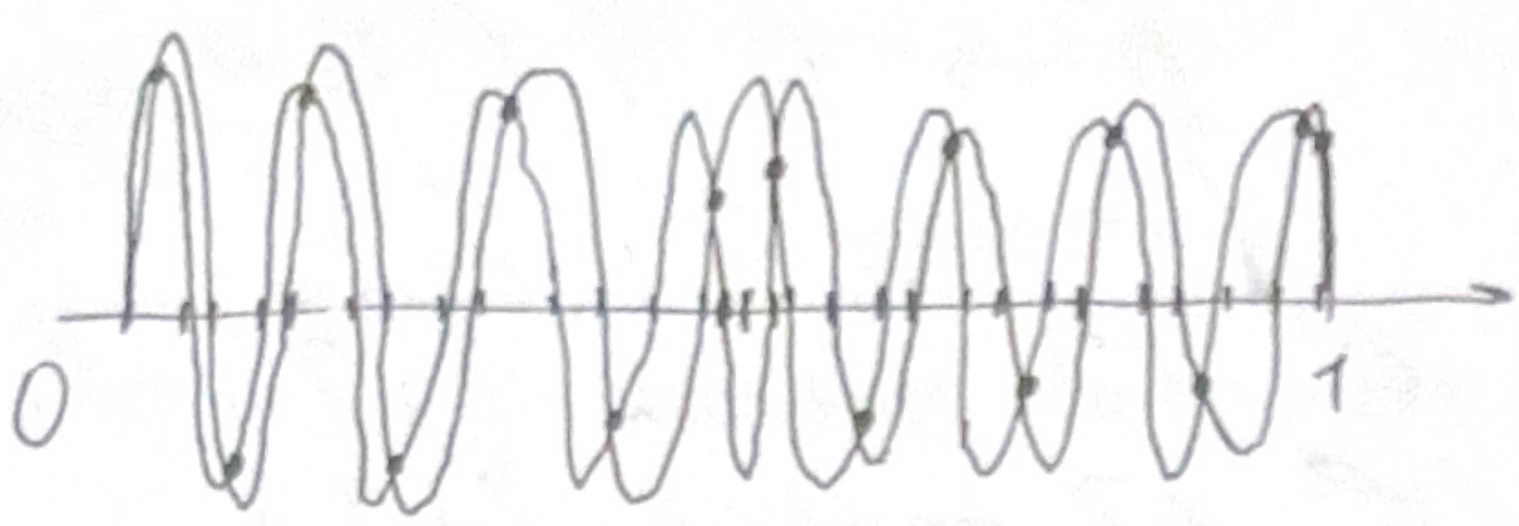
$9^2 \cdot 2$	162 :	9	18
$9^2 \cdot 3$	243 :	9	$9 \cdot 3$
	324	9	$9 \cdot 4$
	405	9	$9 \cdot 5$
	486	18	$9 \cdot 3$
	567	18	×
	648	18	$9 \cdot 4$
	729	18	×
	810	9	$9 \cdot 10$
	891	18	×
	972	18	$9 \cdot 6$

$1296 + 243 = 1539$

25-17-15-62
(124.6)

Черновик.





№4. [Чистовик]

$f_1(x) = \sin(13\pi x)$

$T_1 = \frac{2\pi}{13\pi} = \frac{2}{13}$

$f_2(x) = \sin(15\pi x)$

$T_2 = \frac{2\pi}{15\pi} = \frac{2}{15}$

$f_3(x) = \sin(17\pi x)$

$T_3 = \frac{2\pi}{17\pi} = \frac{2}{17}$

НОК$\left(\frac{2}{15}; \frac{2}{13}\right) = 2 \Rightarrow$ после $x=0$ ситуацию, когда „фазы" совпадут, произойдёт вне полоски $\Rightarrow$ на каждом полупериоде (том, что меньше) будет пересечение $\Rightarrow f_1 \cap f_2$ в 15 точках (и ещё 0 и 1)

Ан-но $f_2 \cap f_3$ в 17 точках (+2 от 1 и 0)

$f_1 \cap f_3$ в 17 точках (+2)

~~но~~ Числа 13; 15; 17 взаимно просты, $\Rightarrow$ все эти точки не совпадут. (кроме 0 и 1)

Пересечения с $y = 1: 7 + 8 + 9 = 24$

$y = -1: 6 + 7 + 8 = 21$