0 821012 400004

82-10-12-40
(124.36)

+1 +1 васи

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 11класс вар.1

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Бочкарёвой Виолетты Владимировны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«29» марта 2026 года

Подпись участника

Бочкарева

65 (Шестьдесят пять) фит

исправление: 70 (Семьдесят)

82-10-12-40 (124.36)

чистовик

№1

$$\sqrt{6(1-tg^2x)} = 4\sin x$$

$$\begin{cases} 6(1-tg^2x) = 16\sin^2x \quad |:2 \\ \sin x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3(1-tg^2x) = 8\sin^2x \quad (1) \\ \sin x \geq 0 \qquad \cos x \neq 0 \text{ (огран. для } tgx) \end{cases}$$

(1): $3 - 3tg^2x = 8\sin^2x$

$$3 = 8\sin^2x + \frac{3\sin^2x}{\cos^2x}$$

$$3 = 8\sin^2x + \frac{3\sin^2x}{1-\sin^2x}$$

$\sin^2x = t$

$$3 = 8t + \frac{3t}{1-t} \quad |\cdot(1-t)$$

$$3(1-t) = 8t(1-t) + 3t$$

$$3 - 3t = 8t - 8t^2 + 3t$$

$$8t^2 - 14t + 3 = 0$$

$$D = 196 - 32\cdot 3 = 196 - 96 = 100 = 10^2$$

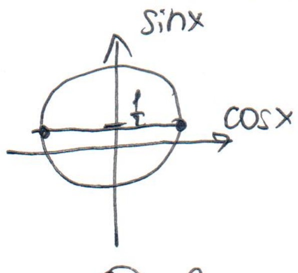
$$t = \frac{14+10}{16} = \frac{24}{16} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = \sin^2x \leq 1$$

$$t = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = \sin^2x$$

$\sin x \geq 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2}$, $\cos x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$ $tgx = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\sqrt{6\left(1-\frac{1}{3}\right)} = 2$$

$\sqrt{6-2} = 2$ – верно



$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \qquad k \in \mathbb{Z}$$
$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$ $\quad k \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$

черновик

A: $a \vdots S(a)$ a – 3 знака.

$\frac{a}{S(a)} = 9k$ $\overline{abc}$

2 + 5 + предпосл.

$\frac{100a+10b+c}{a+b+c} = 9k$

$100a+10b+c = 9k(a+b+c)$

$a(100-9k)+b(10-9k)+c(1-9k)=0.$

$k = \frac{100a+10b+c}{9a+9b+9c} \in \mathbb{Z}.$

$100a+10b+c = k(9a+9b+9c)$

если $k \geq 11$

$\frac{100a+10b+c}{90a+90b+90c}$

$\cancel{10a \geq 80b+89c}$

$10a \geq 80b+89c$

k=2
k=3

$100a+10b+c = k(9a+9b+9c)$ $k \geq 12$

$a+b+c$ $\overline{abc} \vdots 9$ $k \leq 11$

$k \leq 11$

$k = \frac{100a+10b+c}{9a+9b+9c}$

k = 1

$100a+10b+c = 9a+9b+9c$

$k = \frac{100a+10b+c}{9a+9b+9c} =$

$8 \cdot 9$ 17

$k = \frac{100a+10b+c}{9a+9b+9c} \geq 9$

$8b+3 \vdots 17$
b=1
b=2

9(8+17)

$100a+10b+c \geq 81a+81b+81c$

$19a \geq 80c+71b$

если $c \geq 3$

$19 \cdot 9 = 162$

c=2

c=1 c=0

82a ≤ 225

a ≤ 3

a=1

Черновик №2

$\frac{\overline{abc}}{a+b+c} = 9k$ $k \in \mathbb{Z}$ $a \geq 1$ a, b, c – цифры

$\frac{100a+10b+c}{9a+9b+9c} = k$

$100a+10b+c = k(9a+9b+9c)$

если $k \geq 12$ $100a+10b+c \geq 108a + 12(9b+9c) = 108(a+b+c)$ –

противоречие $\Rightarrow$

$1 \leq k \leq 11$

$k=1$: $100a+10b+c = 9a+9b+9c$

$\underbrace{81a}_{\geq 81 \cdot 9} + b = 80 = 8 \cdot 9 = 72$ – противоречие

$k=2$ $100a+10b+c = 18a+18b+18c$

$82a = 8b+17c$

~~$\vdots 2$ $\vdots 2$ $\Rightarrow c \vdots 2$ $c = 2c_1$~~

~~$82a = 8b + 17 \cdot 2c_1$ $|:2$~~

~~$41a = 4b + 17c_1$~~

$82a = \underbrace{8b+17c}_{= 8 \cdot 9 + 17 \cdot 9 = 9 \cdot 25 = 225}$

$a \leq \frac{225}{82}$

$a \leq 3$

$a=1$ $82 = 8b+17c$ $82 - 8b \equiv_{17} 0$ $14 \equiv_{17} 8b \Rightarrow 8b+3 \vdots 17$

$a=2$ $164 = 8b+17c$

$a=3$ $246 = 8b+17c$

черновик

$\frac{100a+10b+c}{9a+9b+9c} \in \mathbb{Z}$.

$y = cx^2$

$\cancel{9a}$ $\quad S$

$\frac{900}{9}$ 891

$900a + 90b + 9c \; : \; 9a + 9b + 9c$

$\cancel{891a+81b} : 9a+9b+9c$

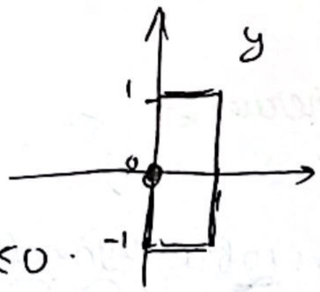
$\sin 0 = 0$ $\quad y = \sin(k\pi x)$

$k = 13, 15, 17$

$100a + 10b + c = k(9a+9b+9c)$

$0 \le x \le 1$

$-1 \le y \le 1$



$y = \sin(13\pi x)$

$y = \sin(15\pi x)$

$y = \sin(17\pi x)$

$8x^2 \cdot \log_a x - \log_x a - 2x \le 0$

$8x^2 \cdot \log_a x - \frac{1}{\log_a x} - 2x \le 0$

$D = 4x^2 + 32x^2 = 36x^2 = (6x)^2$

$\frac{8x^2 \cdot \log_a^2 x - 2x \cdot \log_a x - 1}{\log_a x} \le 0.$ $\quad \log_a x = \frac{2x + 6x}{16x^2} = \frac{8x}{16x^2} = \frac{1}{2x}$

$15 + 7 = 22$

$\log_a x = -\frac{4x}{16x^2} = -\frac{1}{4x}$

$8x^2\left(\log_a x - \frac{1}{2x}\right)\left(\log_a x + \frac{1}{4x}\right)$

$243 + 486 = 729$

$729 + 810 = 1539$

$\frac{(2x \cdot \log_a x - 1)(4x \cdot \log_a x + 1)}{\log_a x} \le 0.$

$9k - 1 = \frac{9(11a+b)}{a+b+c} = \frac{11a+b}{m}$ $\quad 9k-1 = \frac{11a+b}{m}$

$a+b+c = 9m$

$a+b+c = 9m \le 9 \cdot 3$

$m \le 3$

$\cancel{m=1}$

$m = 2$

$25 + 6 = 31$

$a+b+c=9$ $\quad m=2$, $a+b+c=18$ $\quad m=3$ $\quad a+b+c = 9 \cdot 3$ $\quad a=b=c=9$

$9k - 1 = 11a + b \equiv_9 2a + b \equiv_9 -1$

$9k - 1 = \frac{9(99+9)}{9 \cdot 3} = 33 + 3 = 36$

32-10-12-40
(12436)

черновик

$100a+10b+c = k(9a+9b+9c)$

$2 \le k \le \cancel{12}.11$ $\quad \cancel{k=11}$

$100a+10b+c = 99a+99b+99c$

$a = 89b+98c \Rightarrow b=c=0$

$k=10$

$100a+10b+c = 90a+90b+90c$ $\quad$ если b и $c \geq 1$ $\Downarrow$

$10a = 80b+81c$

$\cancel{b=0}$ $\quad \cancel{10a=81c}$

$c=0$ $\quad 10a = 80b$

$100 - 81 = 19$

$a=8b$ $\quad b=1$ $\quad a=8$

$k=9$

$100a-81a = 81b-10b+81c-c$ $\quad$ ~~если~~ b и $c \geq 1$

$19a = 71b+80c$ $\quad 8 \cdot 9 = 72$

$k = \frac{100a+10b+c}{9a+9b+9c}$ 1·9 целое.

$9k = \frac{100a+10b+c}{a+b+c} = \frac{99a+9b}{a+b+c}+1$

$9k-1 = \frac{99a+9b}{a+b+c} \Rightarrow a+b+c = 9m$

$c = 9m-a-b$

$9k-1 = \frac{99a+9b}{9m} = \frac{11a+b}{m}$ $\quad 11a+b \vdots m$

$a+b+c=9m$

$9k-1 = \frac{11a+b}{m}$

$99a+9b \vdots a+b+c$

$99a+9b \geq 9(a+b+c)$

$9k-1 = \frac{99a+9b}{a+b+c} = \frac{9(11a+b)}{a+b+c} \le 9 \cdot 9 = 81$

$\cancel{9} \cdot 99a+\cancel{9b} \geq 9a+\cancel{9b}+9c$

$90a \geq 9c \ |:9$

~~$99a+9b \vdots (a+b+c)$~~

$10a \geq c$

$a+b+c \vdots 9$ $\quad a+b+c=9m \le \cancel{90}\ 9 \cdot 3$

$\frac{99a+9b}{a+b+c} \cancel{\geq 99} \le 98$ $\quad m \le 3$

$9k-1 = \frac{11a+b}{m}$ $\quad \cancel{m=1}$ $\quad m=2$ $\quad m=3.$

Чистовик №2

$$\frac{\overline{abc}}{a+b+c}=9k$$ a, b, c – цифры, $a \geq 1$

$$\frac{100a+10b+c}{a+b+c}=$$

$$=\frac{a+b+c+99a+9b}{a+b+c}=9k$$

$$1+\frac{9(11a+b)}{a+b+c}=9k$$

$$\frac{9(11a+b)}{a+b+c}=9k-1 \not\vdots 9 \Rightarrow \not\vdots 3$$

$a+b+c=9m$, $m\in\mathbb{Z}$, иначе $9k-1 \vdots 3$

$$\frac{9(11a+b)}{9m}=9k-1 \qquad \frac{11a+b}{m}=9k-1$$

$$a+b+c=9m\leq 9+9+9=27$$

$$m\leq 3\Rightarrow$$

$m=1, 2$ или 3

$m=3$: $\Rightarrow a=b=c=9$ $\qquad \frac{\cancel{9}(11\cdot 9+9)}{\cancel{27}_3}=9k-1$

$$11\cdot 3+3=9k-1 \not\vdots 3 \Rightarrow \text{против.}$$

$m=1$: $a+b+c=9$

$$11a+b=9k-1$$

$$11a+b+1=9k$$

$$11a+b+1 \equiv_9 2a+b+1 \equiv_9 0$$

$$2a+b\leq 2(a+b+c)=2\cdot 9\Rightarrow$$

$$2a+b+1\leq 18+1=19\Rightarrow$$

$2a+b+1=9$ $\qquad$ $2a+b+1=18$

$2a+b=8$ $\qquad$ $2a+b=17$

$a+b+c=9$ Чистовик

$2a+b=8 \Rightarrow 2a \leq 8 \Rightarrow a \leq 4$

$a=1 \quad b=6 \quad c=2$ 162

$a=2 \quad b=4 \quad c=3$ ~~26~~ 243

$a=3 \quad b=2 \quad c=4$ 324

$a=4 \quad b=0 \quad c=5$ 405

$2a+b=17$

$a+b+c=9 \qquad c=9-a-b \geq 0$

$a+b \leq 9 \qquad b=17-2a$

$2a+b=17 \qquad a+17-2a \leq 9$

$a \geq 6 \qquad 6 \leq a$

при $a \geq 9 \quad 2a+b \geq 18 \Rightarrow$

$6 \leq a \leq 8$

$a=6 \quad b=5 \quad c<0$

$a=7 \quad b=3 \quad c<0$

$a=8 \quad \cancel{b<0} \; b=1 \quad c=0$ 810

$m=2 \qquad a+b+c=18$

$\frac{11a+b}{2}=9k-1 \qquad 11a+b \,\vdots\, 2 \Rightarrow a+b \,\vdots\, 2 \Rightarrow c \,\vdots\, 2.$

$11a+b=18k-2 \Rightarrow 11a+b+2 \,\vdots\, 18$

$c=0 \qquad a+b=18 \qquad a$ и $b \leq 9 \qquad a+b \leq 18 \Rightarrow a=b=9$

$\underbrace{\frac{11\cdot 9+9}{2}}_{\vdots 9}=9k-1 \not\vdots\, 9 \Rightarrow$ против.

$c=2 \qquad a+b=16 \qquad \frac{11a+16-a}{2}=9k-1$

$\frac{10a+16}{2}=5a+8=9k-1$ 972

$5a+9=9k \Rightarrow a \,\vdots\, 9 \Rightarrow a=9 \Rightarrow b=7$

Чистовик

$c=4 \quad a+b=14$

$\frac{11a+14-a}{2}=9k-1$

$\frac{10a+14}{2}=5a+7=9k-1$

$5a+8=9k$

$\Rightarrow a \equiv_9 2 \Rightarrow a=2 \; b=12$ - против.

$c=6 \quad a+b=12$

$\frac{11a+12-a}{2}=9k-1=5a+6$

$9k=5a+7$

$a \equiv_9 4 \Rightarrow a=4 \quad b=8$

$9k=27 \Rightarrow k=3$

486

$c=8 \quad a+b=10$

$\frac{11a+10-a}{2}=9k-1$

$\frac{10a+10}{2}=5a+5=9k-1$

$5a+6=9k$

$a \equiv_9 6 \Rightarrow a=6 \Rightarrow b=4$

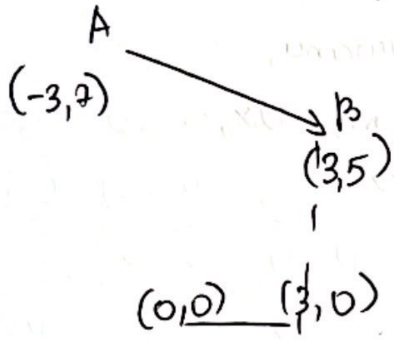
648

Получили: 162, 243, 324, 405, 486, 648, 810, ~~974~~ 972

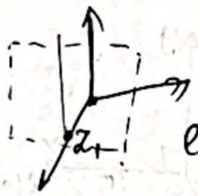
$243+486+810=1539$

Ответ.

Черновик.

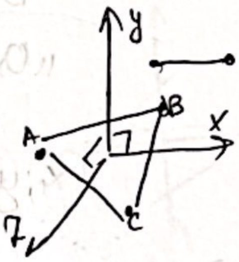


вид сверху:

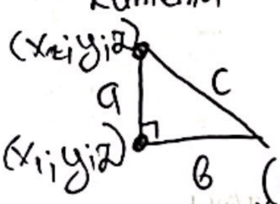


$\log_a x = \frac{1}{2x}$

$(a;\ b)$ $\quad 2x \cdot \log_a x = 1 \quad a^{\frac{1}{2x}} = x.$



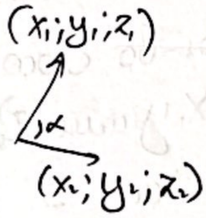
катеты



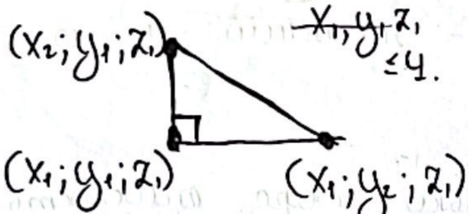
$a \parallel Ox$

$b \parallel Oy$ $\quad b \parallel Oy$

$(y' z_1)$



$\cos\alpha = \frac{xyz}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$



~~x_1, y_1, z_1~~ $\leq 4.$

$\cos\alpha$ ~~$= x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$~~

$(2x \cdot \log_a x - 1)(4x \cdot \log_a x + 1)$

$(a-1)(x-1)\ \dfrac{(2x \cdot \log_a x - 1)(4x \cdot \log_a x + 1)}{\log_a x \vee \log_a 1} \leq 0$

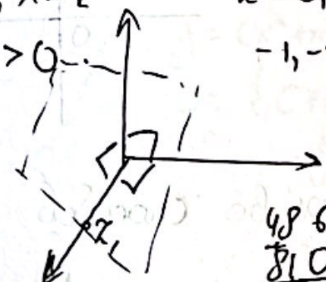
$2x \cdot \log_a x = 1 \quad (a-1)(x-1) \qquad a \neq 1,\ x \neq 1 \qquad z = 0, 1, 2, 3, 4.$

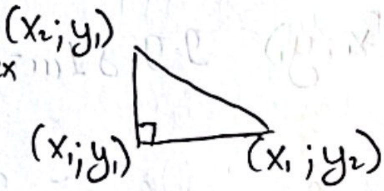
$\log_a x = \frac{1}{2x} \qquad a, x > 0 \qquad -1, -2, -3, -4$

$\left(\log_a x - \frac{1}{2x}\right)$

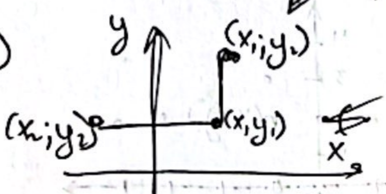
$a^{\frac{1}{2x}} = x$

$a = x^{2x}$





$$\begin{array}{r} 486 \\ \times\ 810 \\ \hline 1296 \\ +\ 243 \\ \hline 539 \end{array}$$



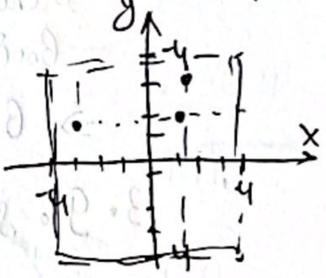
потом выбир.

~~выберем~~

x, y, z

$(x_2; y_1)$

$3 \cdot 9.$



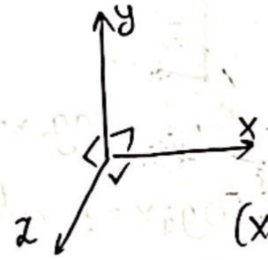
$\cdot\ (x_1; y_1)$

и $(x_1; y_2)$

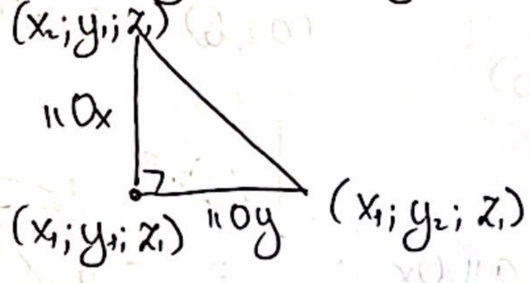
$9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 9$

Чистовик

№3



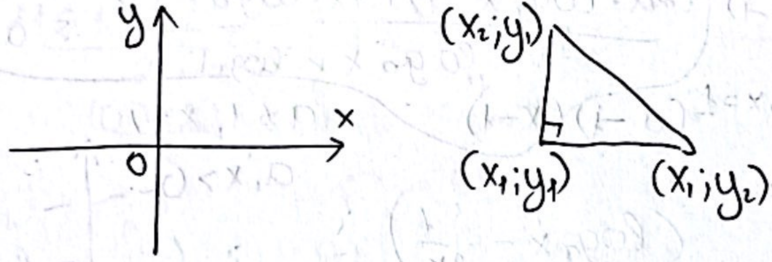
Не умаляя общности, пусть один катет $\parallel Ox$, другой Oy $\Rightarrow$



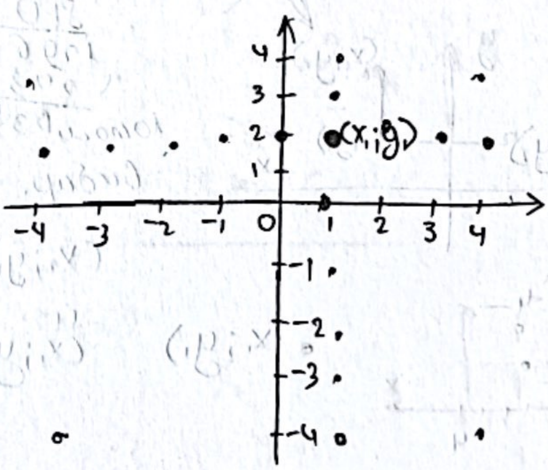
$\Rightarrow$ координата $z = const$

Кол-во способов выбрать const координату $(x, y$ или $z)$ - 3 шт., у неё значений: $-4, \dots, 0, \dots, 4$ - 9 шт. $\Rightarrow$ $3 \cdot 9$ способов.

Далее рассмотрим только коорд. плоскость xOy, параллельно перенесём Δ-к.



Кол-во способов выбрать $(x_1;y_1)$ $9 \cdot 9 = 81$ шт.



8 способов выбрать $(x_2;y_1)$

8 способов выбрать $(x_1;y_2)$

$\Rightarrow$ всего способов

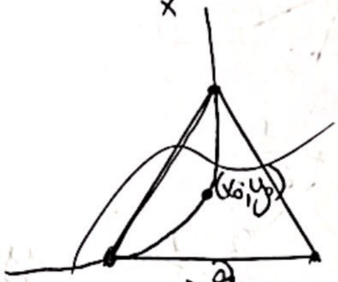
$3 \cdot 9 \cdot 81 \cdot 8 \cdot 8 = 31968$

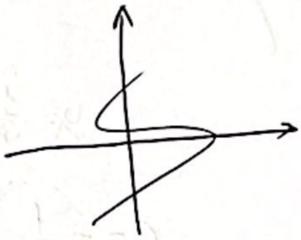
Ответ: 31968

черновик

$$\begin{array}{r} \times\, 64 \\ \hline +\,324 \\ 86 \\ \hline 1184 \\ \times\quad 3 \\ \hline 3552 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \cancel{81} \\ \times\ \cancel{3} \\ \hline \cancel{243} \\ \times\ \ \cancel{9} \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 81 \\ \times 64 \\ \hline 324 \\ +\,86 \\ \hline 1198\ 4 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1184 \\ \times\quad 3 \\ \hline 3552 \\ \times\quad 9 \\ \hline 31968 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 27 \\ +\ 4 \\ \hline 31 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1184 \\ \times\ \ 27 \\ \hline 8288 \\ +\,2368 \\ \hline 31968 \end{array}$$



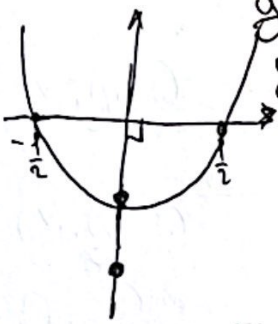


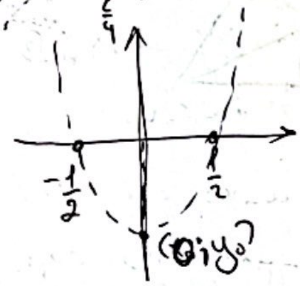
$y=Cx^2+m$

$y=Cx^2-\frac{C}{4}$

$y=Cx^2+m.$

$y=Cx^2+y_0$





$\frac{1}{4}C+m=0$

$m=-\frac{1}{4}C$

$y=C\cancel{x}^2+y_0$

$y_0=Cx_0^2+y_0.$

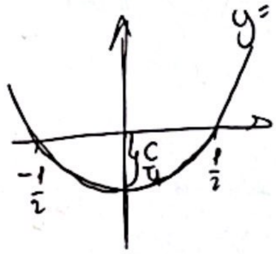
$y=Cx^2-\frac{C}{4}$

$y=C\cancel{x}^2-\frac{C}{4}$

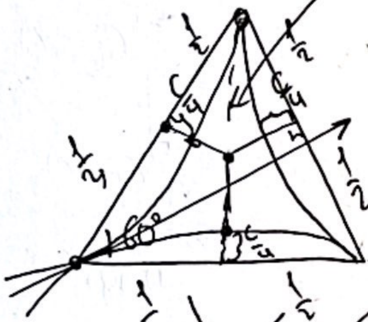
$y=Cx^2+m$

$0=\frac{1}{4}C+m$

$m=-\frac{1}{4}C$



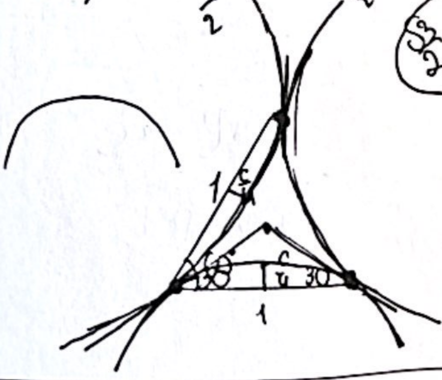
$h=\frac{\sqrt{3}}{2}.$

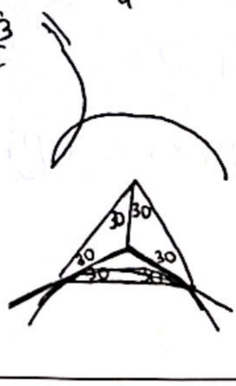


$\sqrt{1-\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

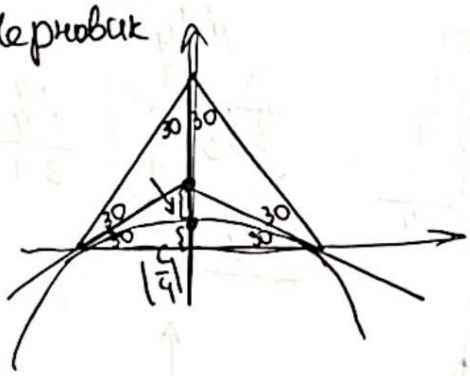
$\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{C}{4}.$

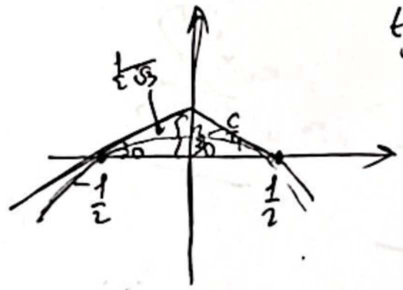
$\sqrt{1-\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$





Черновик





$tg\,30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$y = cx^2 + m$

$y = cx^2 - \frac{c}{4}$

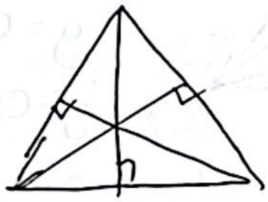
$y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + \frac{1}{2\sqrt{3}}$

$C = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

$y' = 2Cx_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $\quad x_0 = -\frac{1}{2}$

$y' = -C = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $\quad C = -\frac{1}{\sqrt{3}}.$



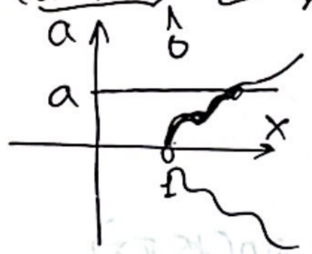
$\frac{1}{2\sqrt{3}} - \frac{1}{4\sqrt{3}}$

чистовик

2) $x>1$

$\cancel{0<}a<1$

$(\underbrace{a-x^{-4x}}_{\vee 0})(\underbrace{a-x^{2x}}_{\geq 0})\le 0$

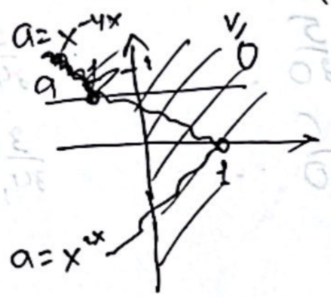


3) $0<x<1$

$a>1$

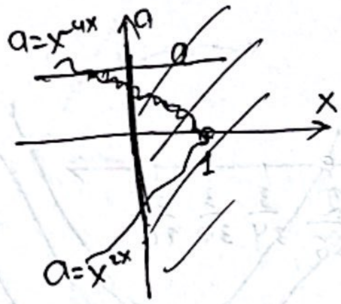
$(a-x^{-4x})(\underbrace{a-x^{2x}}_{\vee 0})\le 0$

$\cancel{=a}$



4) $0<x<1$

$a<1$



$(\underbrace{a-x^{-4x}}_{\vee 0})(\underbrace{a-x^{2x}}_{\vee 0})\geq 0$

Чистовик

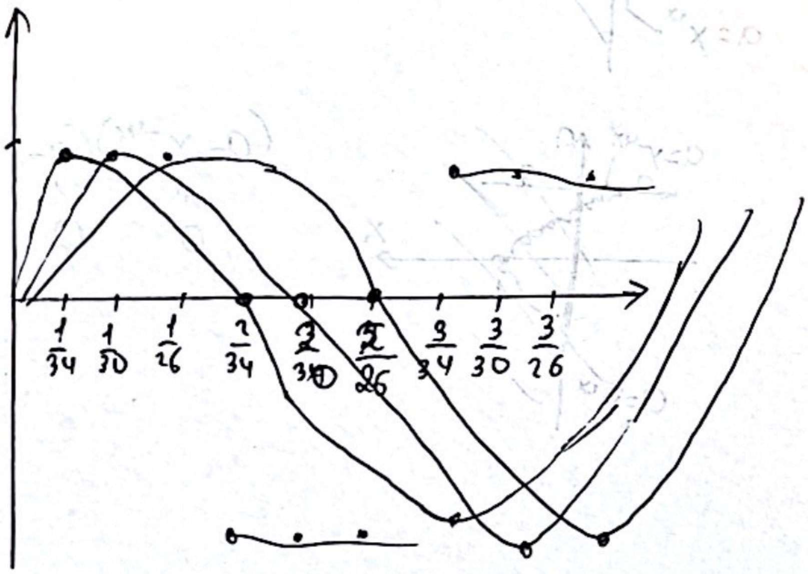
№4

$y = \sin(k\pi x)$

$0 \le x \le 1$

$-1 \le y \le 1$

	$y = \sin(13\pi x)$	$y = \sin(15\pi x)$	$y = \sin(17\pi x)$
$y=1$	$\frac{1}{26}$, $\cancel{\frac{3}{7}}$ $\frac{4}{26}$	$\frac{1}{30}, \frac{4}{30} \dots$	$\frac{1}{34}, \frac{4}{34}, \dots$
$y=0$	$\frac{2}{26}$ $\frac{5}{26}$	$\frac{2}{30}, \frac{5}{30} \dots$	$\frac{2}{34}, \frac{4}{34}, \dots$
$y=-1$	$\frac{3}{26}$ $\frac{6}{26}$	$\frac{3}{30}, \frac{6}{30} \dots$	$\frac{3}{34}, \frac{6}{34}, \dots$



Чистовик

№8

$8x^2 \cdot \log_a x - \log_x a - 2x \le 0$

$a, x \ne 1$

$a, x > 0$

$8x^2 \cdot \frac{1}{\log_x a} - \log_x a - 2x \le 0$

$\log_x a \ne 0$, т.к. $a \ne 1$

$\frac{8x^2 - \log_x^2 a - 2x \cdot \log_x a}{\log_x a} \le 0$

$\frac{\log_x^2 a + 2x \cdot \log_x a - 8x^2}{\log_x a} \ge 0$

$\frac{(\log_x a + 4x)(\log_x a - 2x)}{\log_x a} \ge 0$

$\frac{(\log_x a - \log_x x^{-4x})(\log_x a - \log_x x^{2x})}{\log_x a} \ge 0$

$\frac{\cancel{(x-1)}(a - x^{-4x})(x-1)(a - x^{2x})}{\cancel{(x-1)}(a-1)} \ge 0$

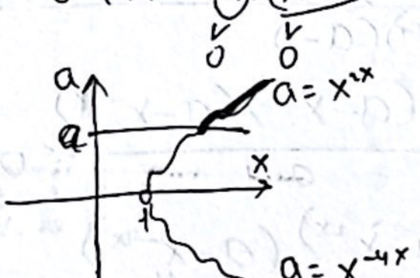
$\frac{(x-1)}{a-1} \cdot (a - x^{-4x})(a - x^{2x}) \ge 0$

$a = x^{-4x}$ $\quad f'(x) = -4x \cdot x^{-4x-1} > 0$ $\quad < 0$

$a = x^{2x}$ $\quad f'(x) = \underbrace{2x}_{>0} \cdot \underbrace{x^{2x-1}}_{>0} > 0$

1) $x > 1$

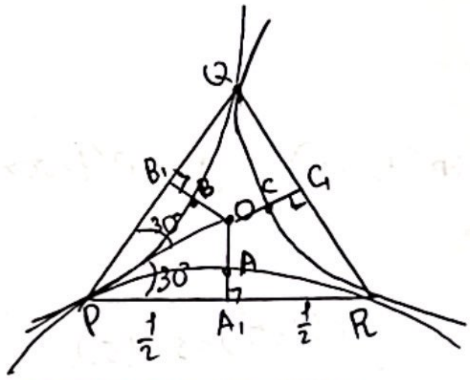
$a > 1$



$\underbrace{(a - x^{-4x})}_{>0}\underbrace{(a - x^{2x})}_{\ge 0} \ge 0$

S2-10-12-40 (124.36)

Чистовик №5



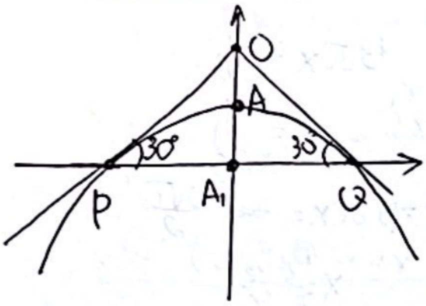
A, B, C – вершины парабол

Проведём касательные к параболам в т. P, Q, R

Это PO, OR, OQ

$\angle OPA_1 = \angle QPO = 30°$

Рассмотрим нижнюю параболу, параллельно перенесём её так, что A_1 – центр коорд. плоскости.



$C<0$

$y = Cx^2 + m$

$Q(\frac{1}{2}; 0)$

$0 = \frac{1}{4}C + m \Rightarrow m = -\frac{1}{4}C$

$y = Cx^2 - \frac{C}{4} \Rightarrow$

$AA_1 = -\frac{C}{4}$

прямая PO: $tg30° = \frac{1}{\sqrt3}$, $A_1O = \frac{1}{2} \cdot tg30° = \frac{1}{2\sqrt3}$

$y = \frac{1}{\sqrt3}x + \frac{1}{2\sqrt3}$ кас. $y = Cx^2 - \frac{C}{4}$

$y' = 2Cx$

$2C \cdot \underbrace{\left(-\frac{1}{2}\right)}_{\text{точка } P} = \frac{1}{\sqrt3}$

$C = -\frac{1}{\sqrt3} \Rightarrow AA_1 = BB_1 = CC_1 = \left|\frac{C}{4}\right| = \left|\frac{1}{4\sqrt3}\right| = \frac{1}{4\sqrt3} \Rightarrow$

$OA_1 = B_1O = OC_1 = \frac{1}{2\sqrt3}$

$OA = OB = OC = \frac{1}{2\sqrt3} - \frac{1}{4\sqrt3} = \frac{1}{4\sqrt3}$ – радиус

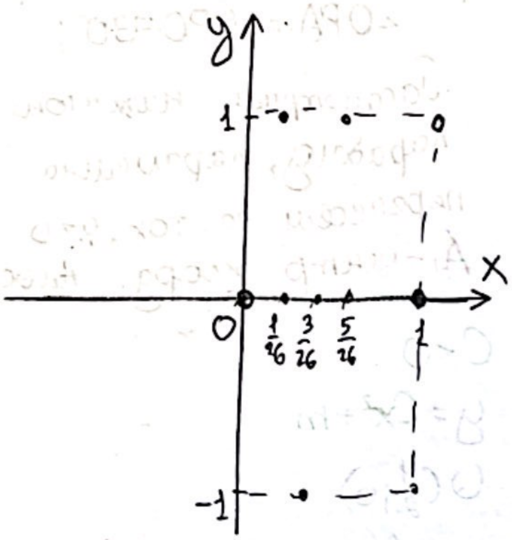
Ответ: $\frac{1}{4\sqrt3}$

черновик

$0 \le x \le 1$ $\quad y=\sin(k\pi x)$

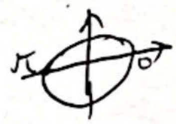
$-1 \le y \le 1$ $\quad k = 13, 15, 17$

$y=\sin(13\pi x)$ $\quad y=\sin(15\pi x)$ $\quad y=\sin(17\pi x)$



$\sin(13\pi)=\sin(\pi)=$

$=$



$13\pi x = \frac{\pi}{2}$

$x=\frac{1}{26}$

$13\pi x = \cancel{\quad} \frac{3\pi}{2}$

$x=\frac{3}{26}$

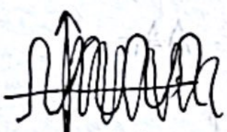
$15\pi x=\frac{\pi}{2}$

$x=\frac{1}{30}.$

$17\pi x=\frac{\pi}{2}$

$x=\frac{28}{30}$

$17\pi x=\frac{\pi}{2}$



$x=\frac{1}{34}$

$15\pi x=\frac{3\pi}{2}$

$x=\frac{3}{30}$

$x=\frac{3}{34}.$

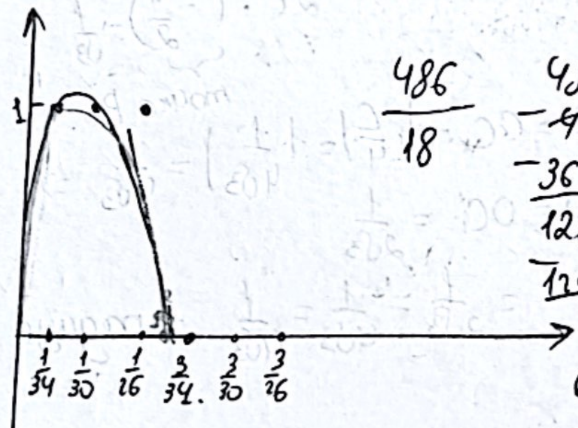
$x=\frac{5}{30}$ $\quad x=\frac{7}{30}$

$\frac{1}{26}, \frac{3}{26}, \frac{5}{26}$

$\frac{1}{30}, \frac{3}{30}, \frac{5}{30}, \frac{7}{30}, \cancel{8}\ \frac{9}{30}$ $\quad \frac{33}{34}$

$\cancel{\frac{1}{30}, \frac{3}{30}, 5\ \frac{7}{30}},$

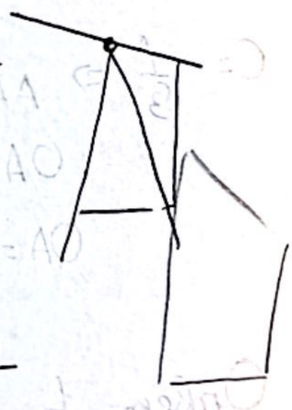
$\frac{1}{34}, \frac{3}{34}, \frac{5}{34}, \frac{7}{34}$



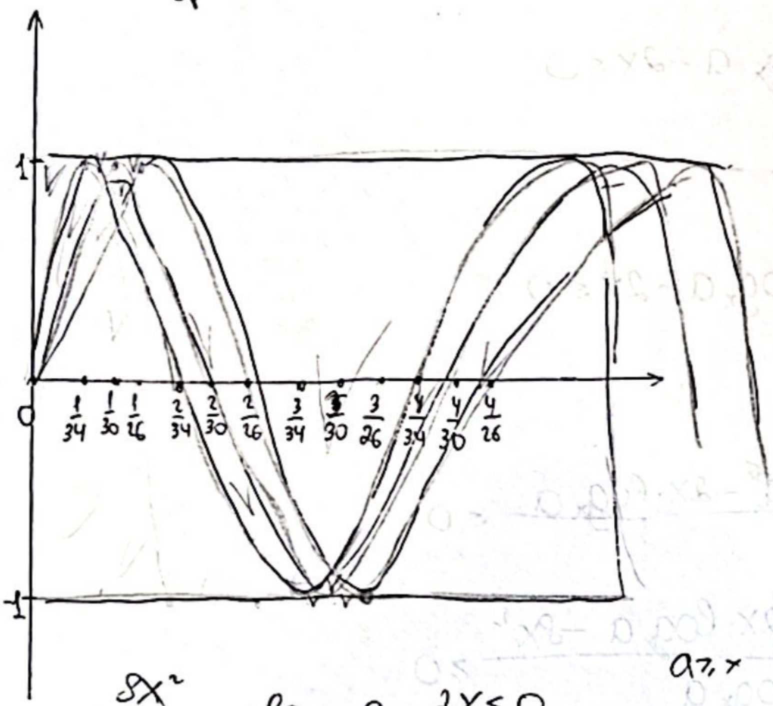
$\frac{486}{18}$

$$\begin{array}{r|l} 486 & 18 \\ -4\ \ & 3 \\ & 26 \\ -36 & \\ 126 & \\ -128 & \\ 6 & \end{array}$$

$648 \,\underline{|\,18}$



Черновик

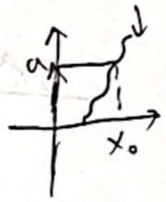


$f(x)=x^x$ при $x \geq 1$

$f'(x)=x \cdot x^{x-1} > 0$ возр.

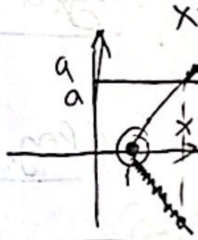
$f(x)=x^{-4x}$

$f'(x)=-4x \cdot x^{-4x-1} < 0$



$x \geq x_0$

$a \geq x$



$x \geq 1$

$x \geq 1$ противор.

$$\frac{8x^2}{\log_x a} - \log_x a - 2x \leq 0$$

$$\frac{8x^2 - \log_x^2 a - 2x \cdot \log_x a}{\log_x a} \leq 0$$

$a \leq x^{-4x}$

$1 \leq a \leq x^{2x}$

$$\frac{\log_x^2 a + 2x \cdot \log_x a - 8x^2}{\log_x a} \leq 0$$

$\cancel{a \geq x_1}$ $x \geq x_1$ $x \leq x_0$

при $x \geq 1$

$D = 4x^2 + 32x^2 = 36x^2$

$x \geq 1$

$(x-1)(a -$

$\frac{-2x+6x}{2} = \frac{4x}{2} = 2x$ $-4x$

$a \leq x^{\frac{1}{4x}}$

$= \cancel{\log_x x^{2x}} = \log_x x^{2x}$ $= -\log_x x^{-4x}$

$$\frac{(\log_x a - 2x)(\log_x a + 4x)}{\log_x a \vee \log_x 1} \leq 0$$

$1 \leq a \leq x^{2x}$

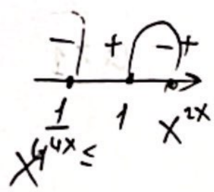
$\log_x a \leq \frac{1}{4x}$.

$$\frac{(x-1)(a-x^{2x})\cancel{(x-1)}(a-x^{-4x})}{\cancel{(x-1)}(a-1)} \leq 0.$$

$$\frac{(x-1)(a-x^{2x})(a-x^{-4x})}{a-1} \leq 0.$$

при $x \geq 1$ $(a-x^{2x})(a-x^{-4x})$

$$\frac{\left(a-\frac{1}{x^{4x}}\right)}{a-1} \leq 0.$$



Повысить оценку на 5 баллов (старая оценка – 65 б, новая оценка – 70 б.)

Председателю апелляционной комиссии олимпиады школьников „Ломоносов"
Ректору МГУ имени М.В. Ломоносова
академику В.А. Садовничему
от участника заключительного этапа по профилю „математика"
Бочкарёвой Виолетты Владимировны

апелляция.

Прошу пересмотреть мой индивидуальный предварительный результат заключительного этапа, а именно 65 баллов, поскольку считаю, что мой результат выше по критериям. Задачи №1, 2 и 5 решены полностью верно и обоснованно. В задаче №3 была допущена одна арифметическая ошибка при записи ответа: $3 \cdot 9 \cdot 81 \cdot 8 \cdot 8 = 31\,968$, а должно быть $139\,968$. ~~это~~ А в задаче №8 верно преобразовано выражение, все переходы равносильны.

Подтверждаю, что я ознакомлен с Положением об апелляциях на результаты олимпиады школьников „Ломоносов" и осознаю, что мой индивидуальный предварительный результат может быть изменён, в том числе в сторону уменьшения баллов.

22.04.2026

Бочкарёва