



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант _____

Место проведения г. Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Буркина Вадила Сергеевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«29» марта 2026 года

Подпись участника
Буркина

Чистовик

70 (считается)

пересекаются

ВК

1) По теореме о хордах окружности
произведение отрезков одной хорды
равно произведению отрезков другой.

Пусть a_1, b_1 — отрезки, образованные
первой хордой, a_2, b_2 — второй.

Тогда

$$a_1 b_1 = a_2 b_2$$

Прямые хорды в точке пересечения
делятся пополам. Откуда $a_1 = b_1$
 $a_2 = b_2$

$$a_1^2 = a_2^2 \Rightarrow a_1 = a_2$$

Следовательно, хорды равны.

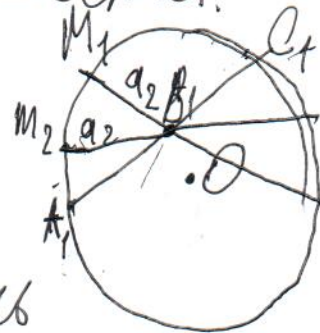
Заметим, что при пересечении ^{кажется} 2 хорд, они образуются только тогда, когда являются диаметрами и пересекаются в центре окружности. Так как третья хорда перескается с двумя первыми в одной же точке, третья хорда также является диаметром и ее длина равна $2r = 2 \cdot 5 = 10$

Ответ: 10

1

Вокруг M нарисовать окружность σ . Провести хорды из M к периферии окружности.

Построим еще хорды A_1B_1 .

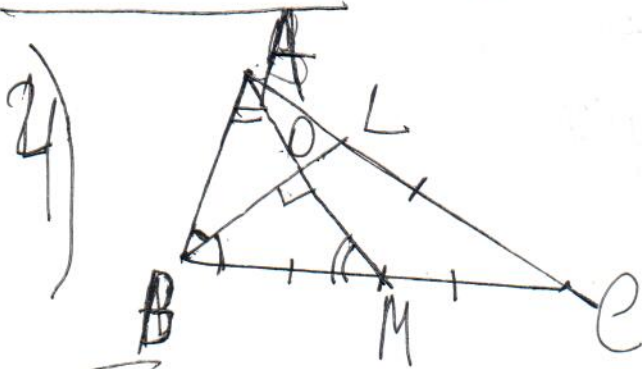


Теперь, если вторая хорда будет пересекать окружность на дуге A_1C_1 , она будет пересекать A_1B_1 в точке B_1 . Следовательно, это в таком случае

Пусть M — точка пересечения второй хорды с окружностью. Следовательно, тогда проводя хорды с любой внутренней точки M на дуге A_1C_1 , отрезок $a_2 MB_1$ будет меньше второй хорды, либо равен при M в точке A_1 , это закреплено условием.



Чистовик



Пусть O — точки пересечения AM и BL . Тогда $\angle AMB = 180^\circ - \angle BOM - \frac{\angle B}{2} = 90^\circ - \frac{\angle B}{2}$

$$\angle BAM = 180^\circ - \angle BOA - \frac{\angle B}{2} = 90^\circ - \frac{\angle B}{2}$$

Следовательно $\angle AMB = \angle BOA$.

Отсюда $\triangle ABM$ — равнобедренный \Rightarrow

$$AB = BM = 7$$

$$BC = 2BM = 2AB = 14$$

Запишем неравенство треугольника $\triangle ABC$

$$\begin{cases} AB < AC + BC \\ BC < AB + AC \\ AC < AB + BC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7 < AC + 14 \\ 14 < 7 + AC \\ AC < 14 + 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AC > 7 \\ AC > 7 \\ AC < 21 \end{cases}$$

3

Поскольку, $\triangle ABC$ по усл. неравнобедренный,
 следовательно $AC \neq 7$
 $AC \neq 14$

Тогда

$$AC \in (7; 14) \cup (14; 21)$$

Возможные значения периметра

$$7+14+8 = 29$$

$$7+14+9 = 30$$

$$7+14+10 = 31$$

$$7+14+11 = 32$$

$$7+14+12 = 33$$

$$7+14+13 = 34$$

$$7+14+15 = 36$$

$$7+14+16 = 37$$

$$7+14+17 = 38$$

$$7+14+18 = 39$$

$$7+14+19 = 40$$

$$7+14+20 = 41$$

$$7+14$$

2) Я. К. n-терезукаское среверши

$$\textcircled{1} \left\lfloor \frac{n^2}{1000} \right\rfloor = n \quad \text{для } n \text{ примерно меньше } 3333$$

$$\textcircled{2} \left\lfloor \frac{n^2}{10000} \right\rfloor = n \quad \text{для } n \text{ больше } 3333 \text{ и}$$

④

~~Заметим, что~~
 наименьшее число, удовлетворяющее
 условию ① можно найти, пере-
 бравшись.

$$\frac{n^2}{1000} = n$$

$$n^2 = 1000n$$

$$n^2 - 1000n = 0$$

$$n(n - 1000) = 0$$

$$n_1 = 0$$

$$n_2 = 1000.$$

А так как 1000-
 наименьшее
 совершенное число
 в округе, очевидно,
 что оно и будет
 правильным ответом

Ответ: 1000

5) Заметим, что первый светофор в городе желтый
 лишь через 30 секунд после всегда
 самокатачки, следовательно если
 ее скорость была $\frac{50}{80}$ м/с ей
 действительно. Проверим
 подходит ли водителю такая скорость.
 На первом светофоре она проезжает
 через 30 секунд после старта.
 Расстояние до второго светофора - ⑤

$50 + 30 + 120 = 200$ м, при $v_{\text{ж}}$
 скорости $\frac{5}{3}$ м/с девушка достигнет
 т. второго светофора через $200 : \frac{5}{3} = 120$ сек
 Решим задачу ^{второго} светофора от t ^{девушки}

t	цвет
0-10	зел
10-50	крас
50-110	зел
110-160	крас
160-210	зел



В момент времени 120 сек светофор
 запрашивает девушку. Ближайший
 благоприятный момент $t_2 = 160$ сек

Проверим, подходит ли скорость $v_2 =$
 $= \frac{200}{160} = \frac{20}{16} = \frac{5}{4}$ м/с

Тогда, на первом светофоре
 она пройдет в момент времени

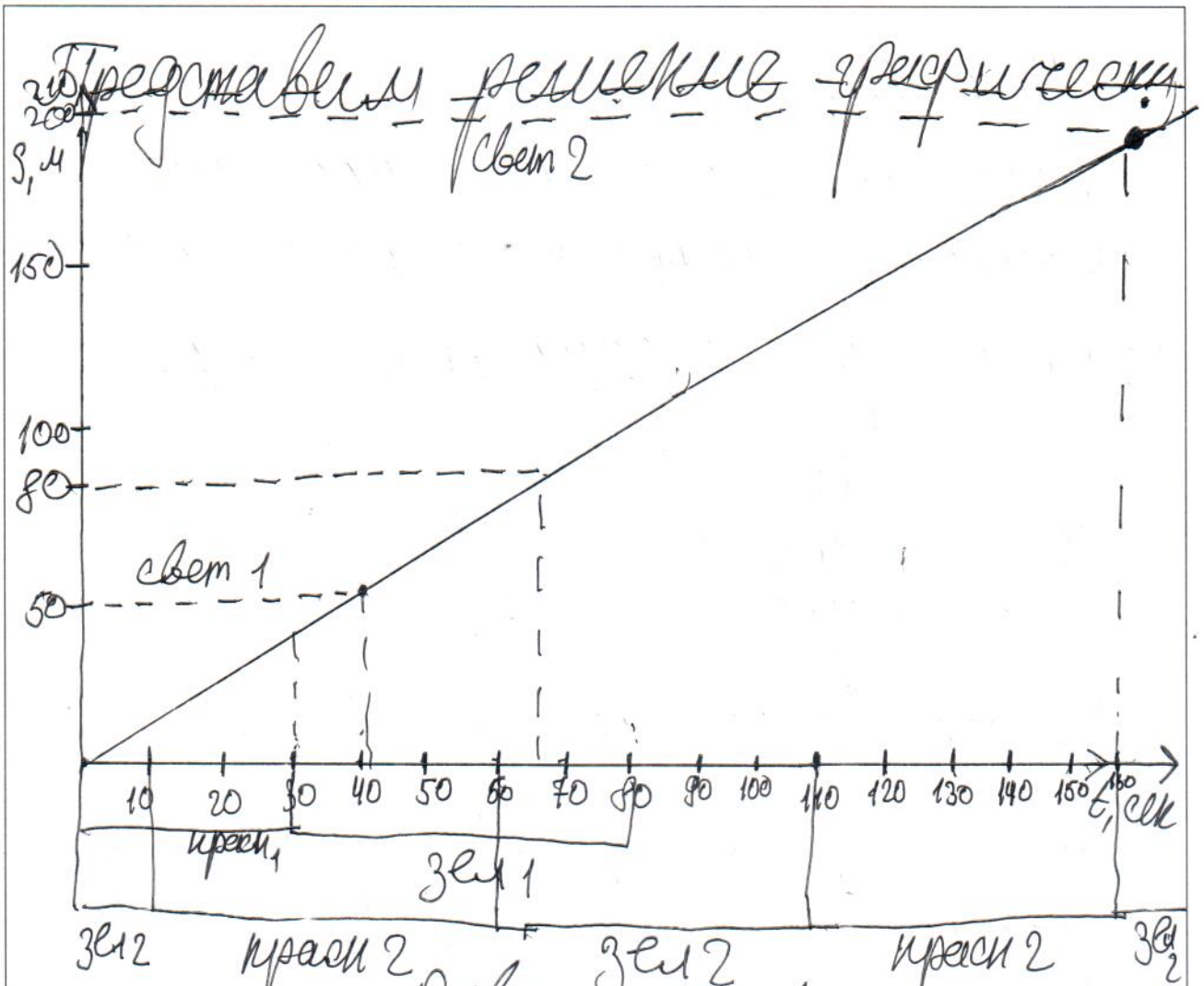
$50 : \frac{5}{4} = 40$ сек

Решим задачу первого светофора

t	цвет
0-30	крас
30-80	зел

скорость $\frac{5}{4}$ м/с подходит





Ответ: 1.25 м/с

3) Заметим, что число квадрат числа, в которое оканчивается на 25, оканчивается на $25^2 = 625$. Проверим, подходит ли число 625 в качестве ПИФК

	6	25	
	16	25	2
1	3	1	25
1	2	5	0
3	7	5	0
<hr/>			
3	9	0	625

Число 625 подходит в ПИФК. ПИФК = 390625

Ответ: 390625



(7)

б) Найдем

Примеры чисел, какие числа
может давать произведение
числа при делении на сумму
своих цифр:

$$100 : (1+0+0) = 100$$

$$999 : (9+9+9) = 999 : 27 = 37$$

Представим числа в А как

$$100a + 10b + c = 9 \cdot (a+b+c) \cdot k, \text{ где } k - \text{натуральное}$$

$$100a + 10b + c = 9ak + 9bk + 9ck$$

Для $k=1$:

$$91a + b - 8c = 0$$

Для $a, b, c \leq 9$ это невозможно

Для $k=2$:

$$82a - 8b - 17c = 0, \text{ также невозможно}$$

Возможно при $a=1, b=6, c=2$

Для $k=3$

$$73a - 17b - 26c = 0$$

Для $k=4$

$$64a - 26b - 35c = 0$$

Для $k=5$.

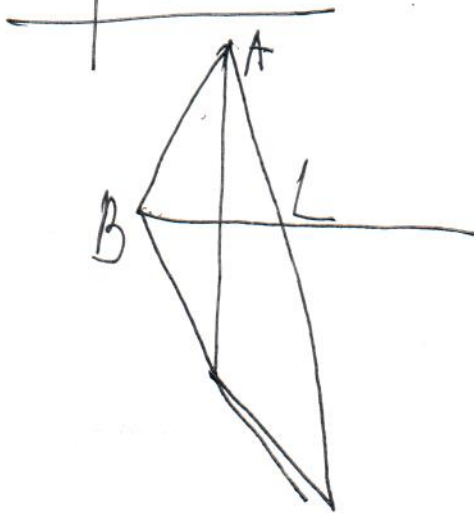
$$55a - 35b - 4c = 0$$

$$0 \text{ или } k = 5$$

$$46a - 44b - 53c = 0$$

Решения данных уравнений
в явном виде не имеют и к тому же
не входят в А.

Торковек



$$\begin{array}{r} 73 \\ + 26 \\ \hline 99 \end{array} \quad 1$$

$$\begin{array}{r} 73 \\ + 52 \\ \hline 125 \end{array}$$

$21 + 26 = 47$

$$\begin{array}{r} 9999 \\ \times 9999 \\ \hline 89991 \\ 89991 \\ 89991 \\ 89991 \\ \hline 99980001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9999 \\ \times 9999 \\ \hline 89991 \end{array}$$

$1000 \cdot 1000 = 1000000$

$$\frac{200}{3} = \frac{198}{3} + \frac{2}{3} = 66 \frac{2}{3}$$

$$\frac{50}{30} \text{ м/с} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{200}{7} \cdot \frac{3}{5} = 120$$

- 0-10 3
- 10-50 2
- 50-110 3
- 110-160
- 160-

$$\begin{array}{r} 125 \\ + 125 \\ \hline 250 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 252 \\ \times 25 \quad 2 \\ \hline 125 \\ 50 \\ \hline 625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 225 \\ + 225 \\ \hline 450 \\ + 450 \\ \hline 900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 999 \quad 127 \\ \times 31 \\ \hline 189 \\ 189 \\ 189 \\ \hline 30867 \end{array}$$

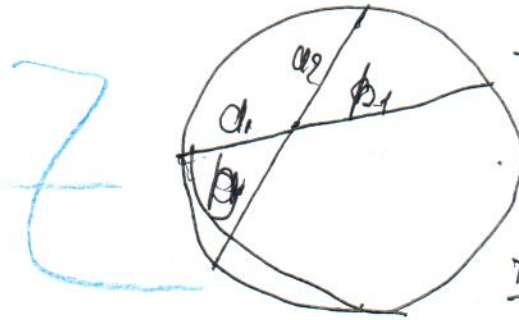
$$\begin{array}{r} 625 \\ + 625 \\ \hline 1250 \\ + 1250 \\ \hline 2500 \\ + 2500 \\ \hline 5000 \end{array}$$

$82 - 89 = -17$
 $82 > 89 + 17c$



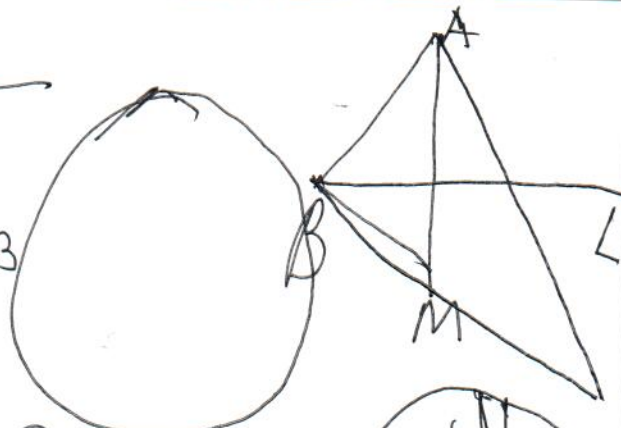
Черновик

82117



$$\begin{array}{r} 17 \\ + 5 \\ \hline 85 \end{array} \cdot 3$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ + 4 \\ \hline 68 \end{array} \cdot 2$$



$$a_1 b_1 = a_2 b_2 \quad \frac{82}{68} = \frac{82}{68}$$

$$a_1 \phi_1 = a_2 \phi_2$$

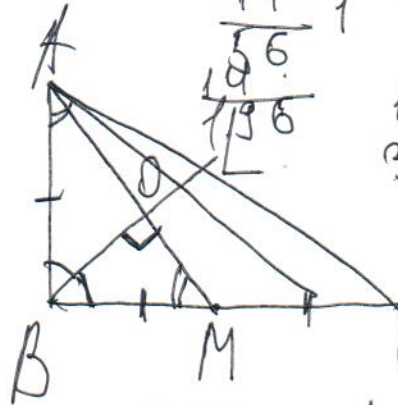


$$\begin{array}{r} 8 \\ \cdot 10 \\ \hline 100 \\ 27 \\ \hline 73 \end{array}$$

$$a_1^2 = a_2^2$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ + 10 \\ \hline 25 \\ 145 \end{array}$$

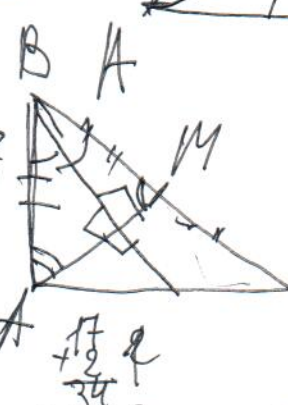
$$\begin{array}{r} 196 \\ + 49 \\ \hline 245 \end{array}$$



$$14 + 17 = 31$$

$$31 + 17 = 48$$

$$\frac{82}{48}$$



$$\angle AOM \quad \angle AMB = 180^\circ - 90^\circ - \frac{\angle B}{2} = 90^\circ - \frac{\angle B}{2}$$

$$\angle B = 180^\circ - 2\angle AMB =$$

$$= 180^\circ - 2\left(90^\circ - \frac{\angle B}{2}\right)$$

$$14^2 + 7^2 + a^2$$

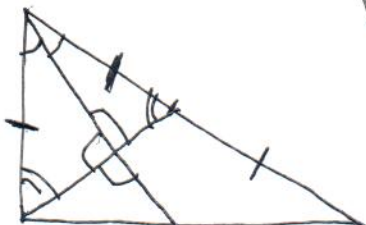
$$14(7+a)$$

$$a > 7$$

$$14(7+a)$$

$$aL$$

$$aL$$



Черкевик

$$(100M + 10\varphi + K)^2 = 100000\varphi + 10000K + 1000\varphi + 100M + 10\varphi + K$$

$$(100M + 10\varphi + K)^2 = (100M + 10\varphi + K)(100M + 10\varphi + K)$$

$$= 10000M^2 + 1000M\varphi + 100M \cdot K + 1000M\varphi + 100\varphi^2 + 10\varphi \cdot K + 100M \cdot K + 10\varphi K + K^2 = 10000M^2 + 1000\varphi^2 + K^2 + 2000M\varphi + 200M \cdot K + 20\varphi \cdot K$$

$$\frac{n^2}{100} = n$$

$$\left[\frac{n^2}{10000} \right] = n$$

$$n^2 = 10000n$$

~~$$\frac{n^2}{n^2} = \frac{n}{n} = 1$$

$$n^2 - n = 9999n$$

$$n(n-1) = 9999n$$~~

$$n^2 - 10000n = 0$$

$$\frac{n^2}{n(n-10000)} = 0$$

$$n_1 = 0$$

$$n_2 = 10000$$

$$1000^2 = 1000.000$$

