



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант _____

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Ломоносов"
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Дашковской Веры Владимировны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

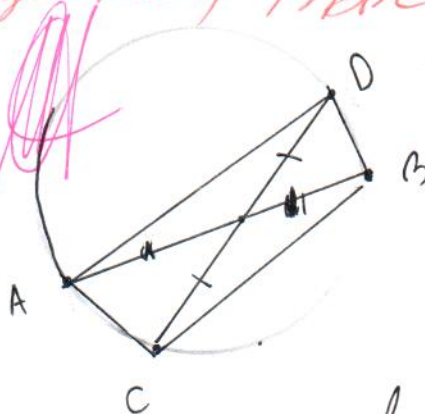
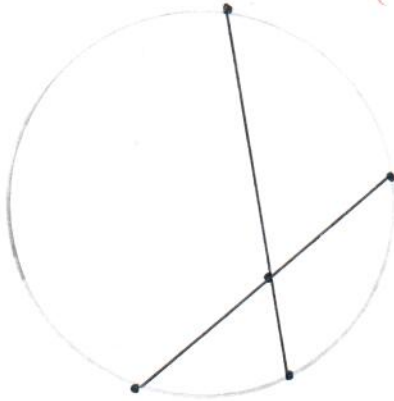
Дата
« 29 » марта 2026 года

Подпись участника
[Подпись]

02-39-45-94
(121.6)

Лист 7 гербовые.

90 (гербовые) КВА



$$10000^2 = 100000000$$

$$\frac{abcd}{abcd}$$

$$abcd \dots \equiv abcd \pmod{10000}$$

$$\begin{array}{r} 376 \overline{) 18} \\ 38 \\ \hline 56 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 3000 \\ 3000 \\ \hline 9000 \end{array}$$

$$\overbrace{abcd} \cdot \overbrace{abcd} \times \frac{abcd}{abcd}$$

$$abcd \cdot abcd = abcd$$

$$1001 \cdot abcd = abcd$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 625 \\ \hline 6 \\ \hline 3750 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1001 \\ \times 1001 \\ \hline 1001 \\ \hline 1001 \end{array}$$

$$abcd \cdot abcd0000 - abcd =$$

$$= abcd(10000 - 1) = 9999(abcd)$$

$$abcdxyz - abcd$$

$$9999 \cdot abcd + xyzw$$

$$\overline{abcdxyz} = 1000 \cdot abcd + xyz$$

$$\overline{abcdxyzw} = 1000 \cdot abcd + xyzw$$

$$\overline{900} \cdot \overline{900} = 8100$$

$$\overline{9AP} \cdot 1000 = \overline{TYK} \cdot \overline{TYK}$$

$$\overline{9AP} \cdot 1000 = \overline{TYK}(\overline{TYK} - 1)$$

$$\begin{array}{r} \times 340 \\ \times 340 \\ \hline 136 \\ \hline 115600 \end{array}$$

$$\overline{9AP} \cdot 1000 \begin{array}{r} \times 334 \\ \times 334 \\ \hline 334 \end{array}$$

3 4 5 6 7 8 9

$$320 \cdot 320 = 102400$$

$$31 \cdot 31 = 930 + 31 \cdot 29$$

$$\begin{array}{r} \times 333 \\ \times 333 \\ \hline 333 \\ \hline 333 \\ \hline 333 \\ \hline 110889 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 400 \\ \times 400 \\ \hline 16000 \end{array}$$

$$999 > x > 920$$

$$< 1000 \cdot \overline{9AP}$$

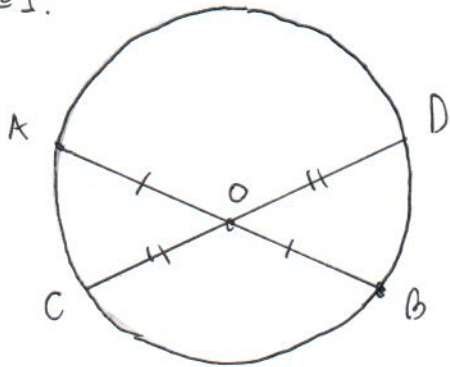
$$2^3 \cdot \overline{TYK} : 8$$

$$\overline{TYK} : 8$$

$$\overline{TYK} - 1 : 125$$

$$\begin{array}{l} 125 \\ 375 \\ 625 \end{array}$$

Задача 1. Числовые.
Реш.



Пусть хорды $AB \cap CD = O$ и $AO = OB, CO = OD$. В какой симметричной $ACBD$ - хор. мт, и он вписанный. $\Rightarrow \angle PAC + \angle CBD = 180^\circ$ и $\angle DAC = \angle CBD \Rightarrow ACBD$ - прямоугольник. Тогда $AB = CD$ и

$CO = OD = AO = OB$. Значит, O - центр описанной окруж. $ACBD$. Т.е. хорда сур. равно \perp , то O и есть центр круга. Третья хорда через O и проходит \Rightarrow она - диаметр и равна 10 .

Ответ: 10.

Реш. Пусть наше число есть. Пусть это число - $abcd$. $1000^2 = 1.000.000, 10.000^2 = 100.000.000$, Значит, $abcd^2$ имеет 7 или 8 знаков. Если 7, то пусть $abcd^2 = \overline{abcdxyz} = 1000 \cdot \overline{abcd} + \overline{xyz} \div abcd$. Значит, $\overline{xyz} = 0$, т.е. оно $\in abcd$. Получаем, что $1000 \cdot abcd = abcd^2 \Rightarrow abcd = 1000$. Если знаков 8, то пусть $abcd^2 = \overline{abcdxyzw} = 10000 \cdot abcd + \overline{xyzw} \div abcd \Rightarrow \overline{xyzw} \div abcd$. Пусть $\overline{xyzw} = k \cdot abcd$. Тогда $abcd^2 = (10000 + k) \cdot abcd \Rightarrow abcd \geq 10000$, т.е. $k \geq 0$. Но $abcd \in 10000$ - слишком рано. Значит, единственное возможное наше число - 1000.

Ответ: 1000.

02-39-45-94
(121.6)

Лист 2. ~~Числовый~~. Числовый.
 $\sqrt{25} \cdot \text{ТУК} \cdot \text{ТУК} = \text{ФАР} \cdot 1000 + \text{ТУК}$
 $\text{ТУК} \cdot (\text{ТУК} - 1) = \text{ФАР} \cdot 1000$

Знаем, $\text{ТУК}(\text{ТУК} - 1) : 1000 \cdot 1000 = 2^3 \cdot 5^3$. ~~Если~~
 Очевидно, что ни ТУК, ни ТУК-1 не : 1000. Знаем одно из
 них : 8, другое - на 125, и.е. они взаимно просты. Попробуем,
 что то, которое делится на 125, меньше. Если 4
 варианта:

1. $x = 125, x-1 = 124, x+1 = 126$
2. $x = 375, x-1 = 374, x+1 = 376$
3. $x = 625, x-1 = 624, x+1 = 626$
4. $x = 875, x-1 = 874, x+1 = 876$

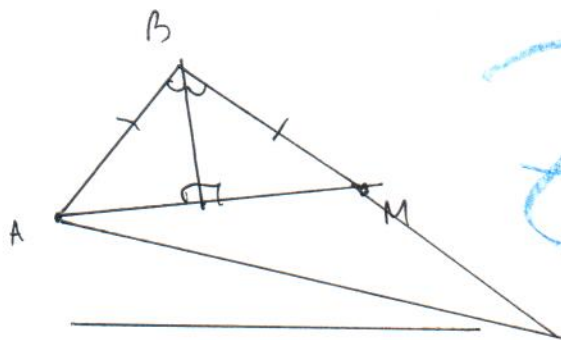
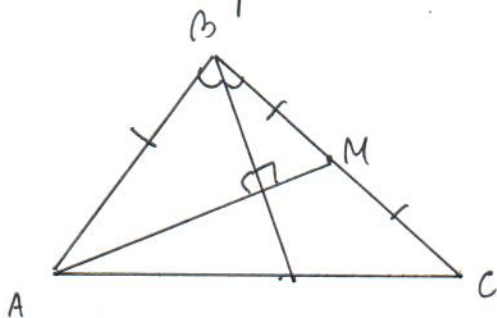
Из чисел, отличных от x на 1, меньше 8 только
 624, 376. Знаем, возможные значения для ТУК -
 625 и 376.

$$\begin{array}{r} \cancel{624} \times \cancel{624} \\ \times \cancel{624} \\ \hline 3125 \\ + 1250 \\ \hline 390625 \text{ - идем} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{376} \\ \times \cancel{376} \\ \hline 2256 \\ + 2632 \\ \hline 141376 \text{ - не идем} \end{array}$$

Знаем, $\text{ФАРТУК} = 390625$.
 Ответ: 390625.

Лист 8 Веревки.



2

$$\begin{aligned} abc : a+b+c &= 14+21=34 \\ 100a+10b+c : a+b+c &= 20+21=41 \\ u : 81 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 81 \cdot 2 &= 162 \\ 81 \cdot 3 &= \end{aligned}$$

$$162 + 81 = 243$$

$$\begin{aligned} x+1+x+2+x+3+x &= \\ = (4x+6) &= 4(x+1)+2 \end{aligned}$$

45
~~44, 43, 42, 41, 40, 39, 38, 37.~~
~~38, 42.~~ 3 или 7.

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times 18 \\ \hline 162 \\ + 81 \\ \hline 972 \\ - 90 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ 18 \\ 9 \\ \hline 369 \\ - 648 \\ \hline 108 \\ - 54 \\ \hline 54 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ + 162 \\ \hline 648 \\ 810 \\ \hline 1458 \end{array}$$

1 2 3 4 5 6 8 9

$$\begin{aligned} 8 &= 2+6 = 3+5 \\ 9 &= 1+8 = 3+6 = 4+5 \\ 10 &= 2+8 = 1+9 = 4+6 \\ 11 &= 2+9 = 3+8 = 5+6 \end{aligned}$$

$$9 = 4+5 = 2+7 = 1+8$$

$$\begin{aligned} 9 &= 4+5 \\ 10 &= 1+9 = 2+8 = 4+6 \end{aligned}$$

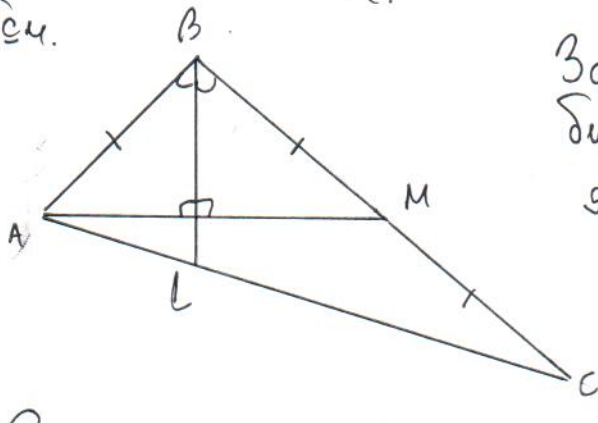
$$12 = 4+8 = 5+7$$

$$11 = 9+2 = 7+4 = 5+6$$

$$12 = 4+8 = 5+7$$

02-39-45-94
(121.6)

Лист 3. Чистовик.
Бсч.



Заметим, что BL также
бис. в $\triangle ABM$. В нем она
является и высотой, значит,
 $\triangle ABM$ - р/б, $AB = BM$. Также
 $BM = MC$, т.к. AM - медиана
 $\Rightarrow BC = 14$.

По т. \triangle , $AB + BC > AC \Rightarrow AC < 21$. Также $AC + AB > BC \Rightarrow$
 $\Rightarrow AC > 7$. $BC + AC > AB$ всегда, т.к. $BC > AB$ и $AC > 0$.

Знаем, как подсчитать значение AC от 8 до 20
вычисляем, кроме 14 , т.к. $\triangle ABC$ - не р/б. Знаем,
возможные значения периметра - 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 37,
38, 39, 40, 41.

Ошибки: 29, 30, 31, 32, 33, 34, 36, 37, 38, 39, 40, 41.

Бсб. Рассмотрим какое-то $n \in \mathbb{N}$, $n: 9$, значит, сумма цифр n
 $: 9 \Rightarrow n: 81$. Перечислим все возможные числа, кратные 81.

$81 \cdot 2 = 162 = 9 \cdot 18$ - не подходит.

$81 \cdot 3 = 243 = 9 \cdot 27$ - не подходит.

$81 \cdot 4 = 324 = 9 \cdot 36$ - не подходит.

$81 \cdot 5 = 405 = 9 \cdot 45$ - не подходит.

$81 \cdot 6 = 486 = \cancel{81} \cdot 6$ - не подходит.

$81 \cdot 7 = 567$ не кратно 18 - не подходит.

$81 \cdot 8 = 648 = \cancel{81} \cdot 8 = 18 \cdot 36$ - не подходит.

$81 \cdot 9 = 729 \neq 18$ - не подходит.

$81 \cdot 10 = 810 = 9 \cdot 90$ - не подходит.

$81 \cdot 11 = 891 \neq 18$ - не подходит.

$81 \cdot 12 = 972 = 18 \cdot 54$ - не подходит.

Знаем, все подходящие числа - 162, 243, 324, 405, 486, 648,
810, 972. $162 + 648 + 972 = 810 + 972 = 1782$.

Ошибки: 162, 243, 324, 405, 486, 648, 810, 972, сумма 1, 6 и 4 исп. = 1782.

Лист и Числовик.

Зад. Пусть в первой строке сумма чисел равна x . Тогда во второй строке $-x+1$, в третьей $-x+2$, в четвертой $-x+3$.

Цифра, которой в таблице чисел $-a$.

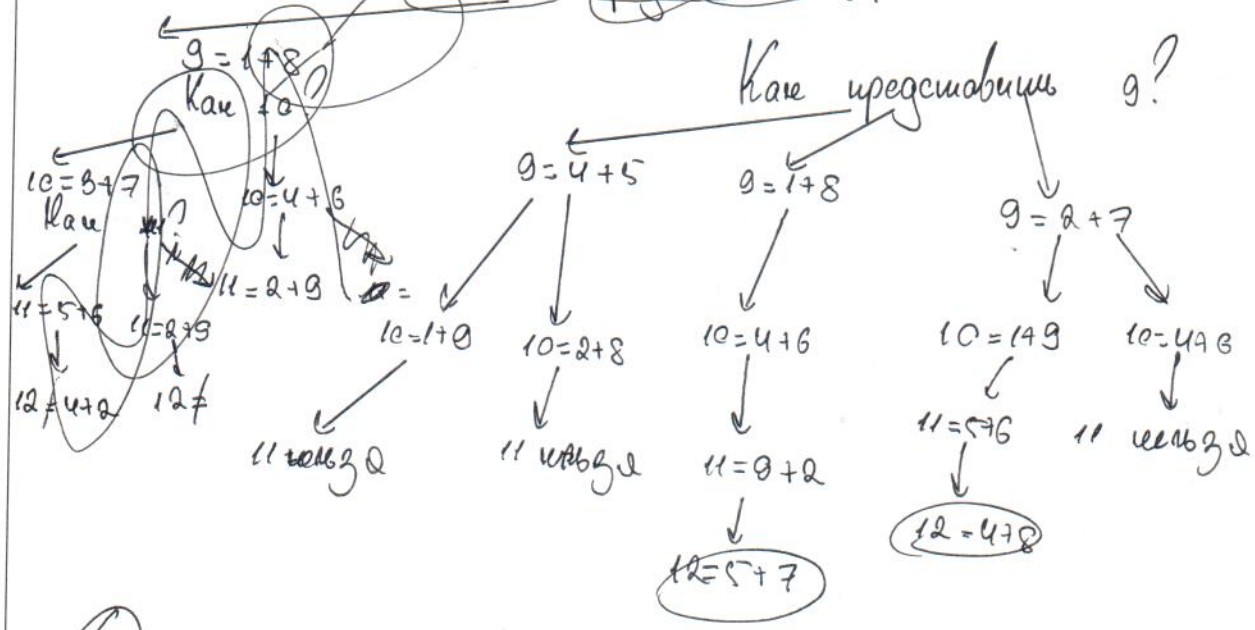
$$4x+6 = 4x-a \Rightarrow 4x-a \equiv 2 \pmod{4} \Rightarrow a \equiv 2 \pmod{4} \Rightarrow a=2 \text{ или } a=6.$$

1) $a=2$. Значит, $4x-a = 4x-2 = 4x+6 \Rightarrow 4x=8 \Rightarrow x=2$. Но тогда x должна быть суммой ряда с числом, которое ≥ 11 , что противоречит условию \Rightarrow в такой ситуации 0 вариантов.

2) $a=6$. Значит, $4x-a = 4x-6 = 4x+6 \Rightarrow 4x=12 \Rightarrow x=3$.

3) $a=2$. Значит, $4x-a = 4x-2 = 4x+6 \Rightarrow x=2$. Тогда x должна быть суммой ряда ≥ 8 . Разберем разные случаи.

Как представить 9 ?



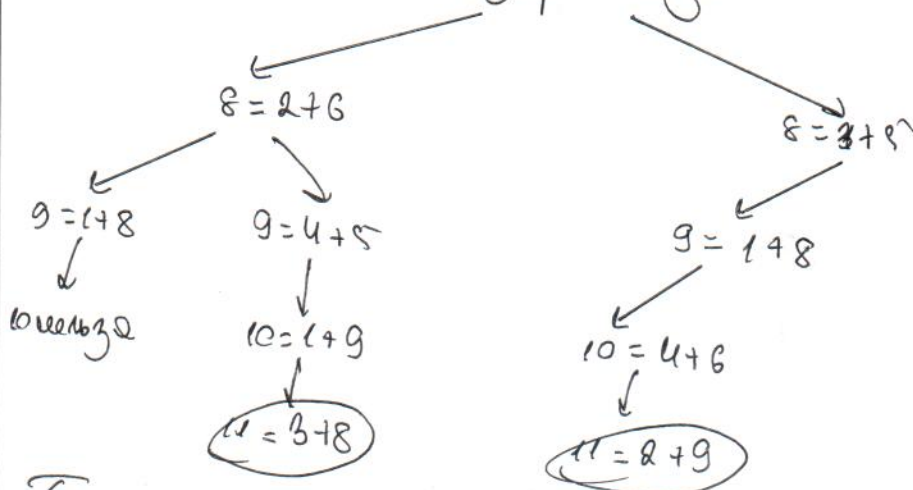
До 1 случая 2 способа представления.

Лист 5. Числени.

$\sqrt{e} \in 7$ (преобразование).

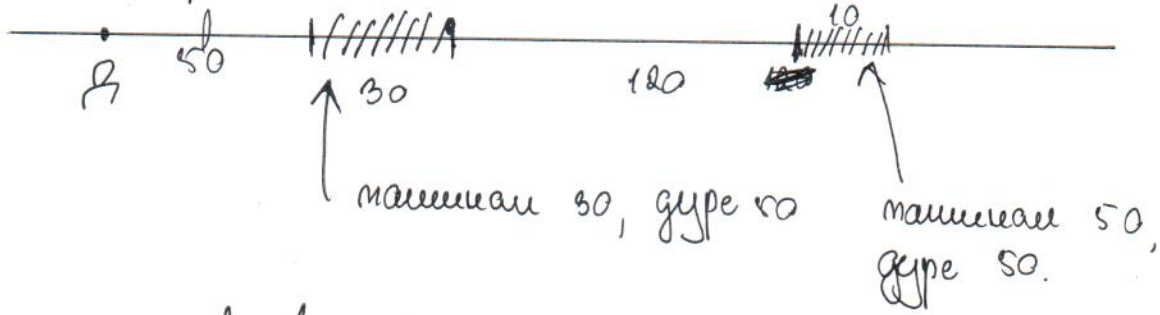
② $a=7$. $4x-a = 38 = 4x+6 \Rightarrow x=8$.

Разберем случаи.



Тут тоже я сбавляю. Знаешь, всего ч. сбавляю, и решет в каждом можно переопределить цифры местами в рамках 1 строки \Rightarrow всего ч. $2 = 4 \cdot 16 = 84$ сбавляю.
Сбавляю, 64.

Лист Г. Серович.



x метров в секунду = v.

$$S = 50 + 30 + 120 + 10 = 180 + 30 = 210 \text{ метров.}$$

50 метров, 30 секунд.

$$v_{\max} = \frac{50}{3} \text{ м/с. } v_{\min} = \frac{30}{50} \text{ м/с.}$$

$$150 \text{ метров} \cdot \frac{3}{5} = 30 \cdot 3 = 90 \text{ сек.}$$

$$\frac{10}{v} \leq 10 \text{ сек.}$$

$$\frac{200}{x} \geq 200 \cdot \frac{3}{5} = 120$$

$$\frac{10}{v} \geq 6 \text{ сек.}$$

$$\frac{200}{x} \neq 200.$$

$$10 + 50 + 50 + 50 = 160$$

10 машины
50 люди
50 машины
50 люди

120 секунд
6 +

$$\frac{200}{v} + 10 \geq \frac{10}{v}$$

110 с машина, когда закончена земля.

110 с закончена работа $(\frac{200}{v} - 10) \text{ mod } 50$

60 с закончена $\frac{200}{v} + 10$ секунд работа с

$$\frac{200}{v} - 10 \text{ с з.к.}$$

машина закончена земляю
x + 60, достало 90 людей.

$$\frac{200}{v} - 60 \text{ с з.з.}$$

$$\frac{200}{v} + 60 + 60 \quad \frac{200}{v} + 40 \quad 200 + 40$$

$$\frac{200}{v}$$

$$120 + 40$$

№ Лист 6. Числовик.

Зад. Рассмотрим ограничение скорости для Агринии, при котором она может преодолеть 1 переход.

$v_{\max} = \frac{50}{30} = \frac{5}{3}$ м/с (т.е. она должна добраться к переходу не ~~более~~ ^{меньше} чем за 30 секунд).

$v_{\min} = \frac{80}{80} = 1$ м/с (т.е. ей надо успеть преодолеть до перехода и переход за 80 секунд).

~~При таких скоростных ограничениях она преодолит первые 80 метров пути за $120 \leq t \leq 200$ секунд.~~

~~Если $v = \frac{5}{3}$ м/с, то первые 80 метров она преодолит за~~

~~120 секунд. Значит, в момент, когда она приехала ко второму переходу, прошло 120 секунд с момента, когда она первый раз загорела зеленый для ~~перехода~~ машины.~~

Если ее скорость v м/с, то в момент ее приезда ко 2 переходу должно оставаться $\geq \frac{10}{v}$ секунд. С v загорает зеленый для переходов прошло $\frac{80}{v} + 80$ секунд.