0 974362 740006

97-43-62-74

(124.41)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 11 КЛАСС 5 вар

Место проведения г. Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Ломоносов"
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Емельянова Кирилла Игоревича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Выход 12:54 – 12:57

Дата
«29» 03 2026 года

Подпись участника
Емельянов

75 (семьдесят пять) [illegible] ЛИСТ-ВКЛАДЫШ [illegible]

97-43-62-74
(124.4)

1. $\sqrt{6(1-tg^2x)}=4\sin x$ Чистовик

$\cos x\neq 0$

$1-tg^2x\geqslant 0$

$tg^2x\leq 1\Rightarrow tgx\in[-1;1]$

$\sin x\geqslant 0$

$6(1-tg^2x)=16\sin^2x$

$6-6tg^2x=16\sin^2x$

$6-6\frac{\sin^2x}{\cos^2x}=16\sin^2x$

$6\cos^2x-6\sin^2x-16\sin^2x\cos^2x=0$

$6(1-\sin^2x)-6\sin^2x-16\sin^2x(1-\sin^2x)=0$

$6-6\sin^2x-6\sin^2x-16\sin^2x+16\sin^4x=0$

$16\sin^4x-28\sin^2x+6=0$

$8\sin^4x-14\sin^2x+3=0$

$t=\sin^2x\quad |t|\leq 1$

$8t^2-14t+3=0$

$D=14^2-4\cdot 8\cdot 3=100$

$t_1=\frac{14-10}{16}=\frac{1}{4}\quad t_2=\frac{14+10}{16}=\frac{6}{4}$ не удовл-ет $|t|\leq 1$

$\sin^2x=\frac{1}{4}$

$\sin x=\pm\frac{1}{2}$, т.к $\sin x\geqslant 0$

$\sin x=\frac{1}{2}$ ~~$tgx=\frac{\sin x}{\cos x}=\frac{\sin x}{\sqrt{1-\sin^2x}}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$~~

$x_1=\frac{\pi}{6}+2\pi k;\ k\in\mathbb{Z}$

$x_2=\frac{5\pi}{6}+2\pi n;\ n\in\mathbb{Z}$

Проверка

$\sqrt{6(1-tg^2(\frac{\pi}{6}+2\pi k))}=4\sin(\frac{\pi}{6}+2\pi k)$

$\sqrt{6(1-\frac{1}{3})}=4\cdot\frac{1}{2}$

$\sqrt{4}=2$ верно

$\sqrt{6(1-tg^2(\frac{5\pi}{6}+2\pi k))}=4\sin(\frac{5\pi}{6}+2\pi k)$

$\sqrt{6(1-\frac{1}{3})}=4\cdot\frac{1}{2}\quad\sqrt{4}=2$ верно

Ответ: $\frac{\pi}{6}+2\pi k;\ k\in\mathbb{Z}$
$\frac{5\pi}{6}+2\pi n;\ n\in\mathbb{Z}$

$14\cdot 14=196$; $32\cdot 3=96$

2. Чистовик

$a = k \cdot S$ a - число; S - сумма его цифр

$a \in N$ $S \in N$ $k \in Z$

$k \vdots 9$

Если $k \vdots 9$, то и $a \vdots 9$ а значит и $S \vdots 9$ из св-ва делимости на 9.

А значит $a \vdots 81$.

~~Переберем все трехзначные числа кратные 81 и проверим~~ ~~это свой~~ ~~удовлетворяют ли они условию~~

~~$162 : \frac{162}{9} =$~~

~~Сумма цифр трехзначного числа не больше $9+9+9=27$. Значит после деления любого числа кратного 81 кроме 999 на сумму его цифр даст число кратное 9, т.к. сумма цифр не будет содержать в св. степени тройки кроме 9.~~

~~Тогда Первое Второе трехзначное из A — $81 \cdot 3 = 243$~~

Шестое — $81 \cdot 7 = 567$

Переберем все трехзначные кратные 81

$81 \cdot 2 = 162$ $\frac{162}{9} = 18$ ✓

$81 \cdot 3 = 243$ $\frac{243}{9} = 27$ ✓

$81 \cdot 4 = 324$ $\frac{324}{9} = 36$ ✓

$81 \cdot 5 = 405$ $\frac{405}{9} = 45$ ✓

$81 \cdot 6 = 486$ $\frac{486}{18} = 27$ ✓

$81 \cdot 7 = 567$ $\frac{567}{18}$ – не целое ✗

97-43-62-74
(124.41)

Черновик

$999 : 27 = 37$; -81, 189, -189, 0

$999 : 81 = 1$; 81, 189

81×11: 81, 81, 891

81×13: 243, 81

81×12: 162, 81, 972

$486 : 18 = 27$; 36, 126, 126

$648 : 18 = 36$; 54, 108, 108

$972 : 18 = 54$; -90, 72, -72

18×23: 54, 36, 414

18×23: 54, 36

81×23: 243, 162, 1863

81

$12 \times 9 = 108$

108×64: 432, 648, 6912

$(\sin 11\pi x)' = \cancel{11\cos}\ 11\pi \cos 11\pi x$

$11\pi \cos 11\pi x = 0$

$11\pi x = \frac{\pi}{2}$

Чистовик

$81 \cdot 8 = 648$ $\quad \frac{648}{18} = 36$ V

$81 \cdot 9 = 729$ $\quad \frac{729}{18}$ – не целое X

$81 \cdot 10 = 810$ $\quad \frac{810}{9} = 90$ V

$81 \cdot 11 = 891$ $\quad \frac{891}{18}$ – не целое X

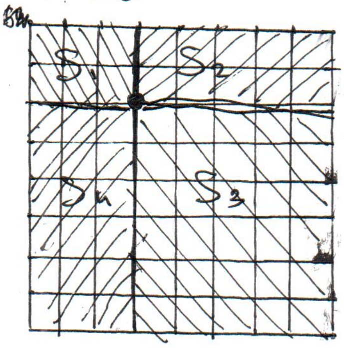
$81 \cdot 12 = 972$ $\quad \frac{972}{18} = 54$ V

$$243 + 648 + 972 = 81 \cdot (12 + 8 + 3) = 1863$$

Ответ: 1863.

97-43-62-74
(124.41)

3. Возьмем одно из листовик сечений куба, который образуют точки множества F, параллельное одной из координатных ~~[illegible]~~ плоскостей.



Возьмем произвольную точку и ~~примем ее~~ посчитаем сколько в можно начертить прямоугольных треугольников удовлетворяющих условию задачи, так что прямой угол в выбранной точке.

Кол-во таких треугольников будет равно ~~по~~ сумме произведений ~~по~~ кол-ва точек справа и снизу, снизу и слева, слева и сверху, ~~и~~ сверху и справа от точке.

Заметим, что эта сумма будет равна сумме площадей прямоугольников выделенных на рисунке или площади квадрата, т.е из каждой точки можно построить 64 треугольника.

Всего в каждом квадрате $9\times 9=81$ точек.

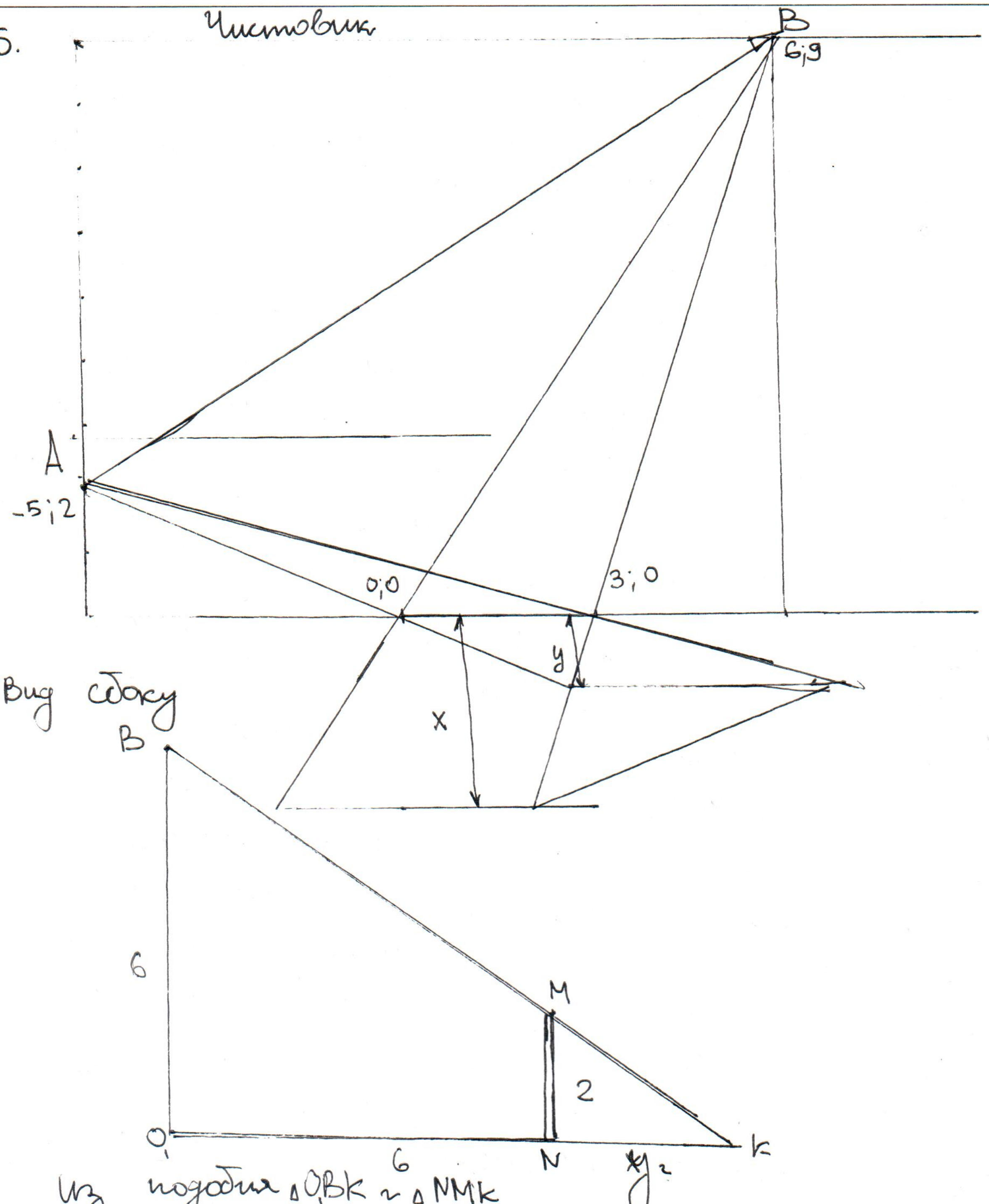
а таких квадратов $9\times 3=27$.

Значит всего можно построить

$81\cdot 27\cdot 64=6912$

Ответ: 6912.

Б. Чистовик



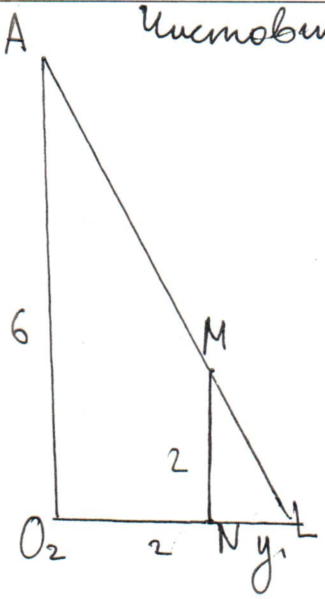
Из подобия $\triangle O_1BK \sim \triangle NMK$

$$\frac{6}{2} = \frac{6+\cancel{x}y_2}{\cancel{x}y_2}$$

$$6\cancel{x}y_2 = 12 + 2\cancel{x}y_2$$

$$\cancel{x}y_2 = 3$$

Чистовик



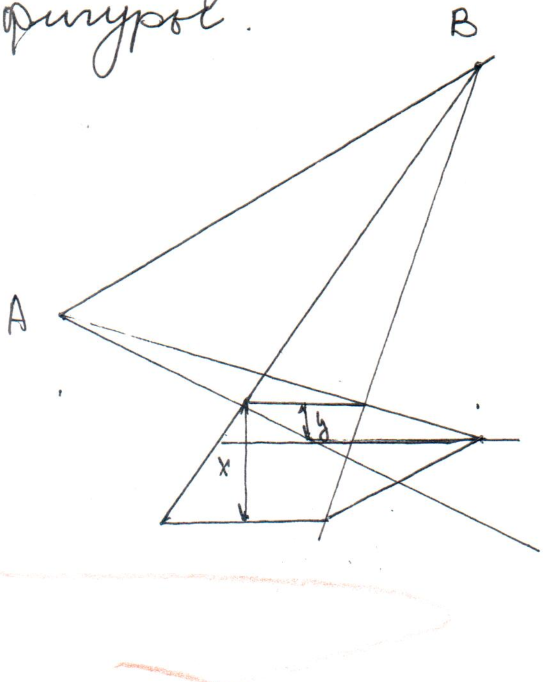
Из подобия $\triangle AO_2L \sim \triangle MNL$

$$\frac{6}{2} = \frac{2+y}{y}$$

$$6y = 4 + 2y$$

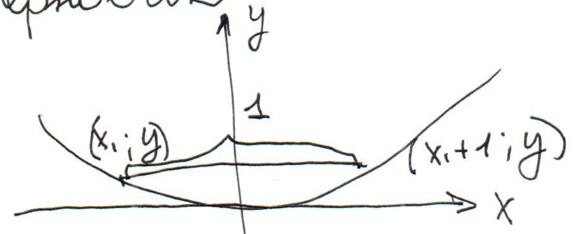
$$y_1 = 1$$

~~Мы на~~ Найдем крайние положения теней в начале и в конце пути светлячка. ~~Очевидно, что~~ длина тени ~~на земле бу~~ и ширина тени будут изменяться линейно, поэтому чтобы найти площадь затемнения ~~найдем~~ соединим крайние точки тени A и B и найдем площадь полученной фигуры.



стр. 6

Черновик

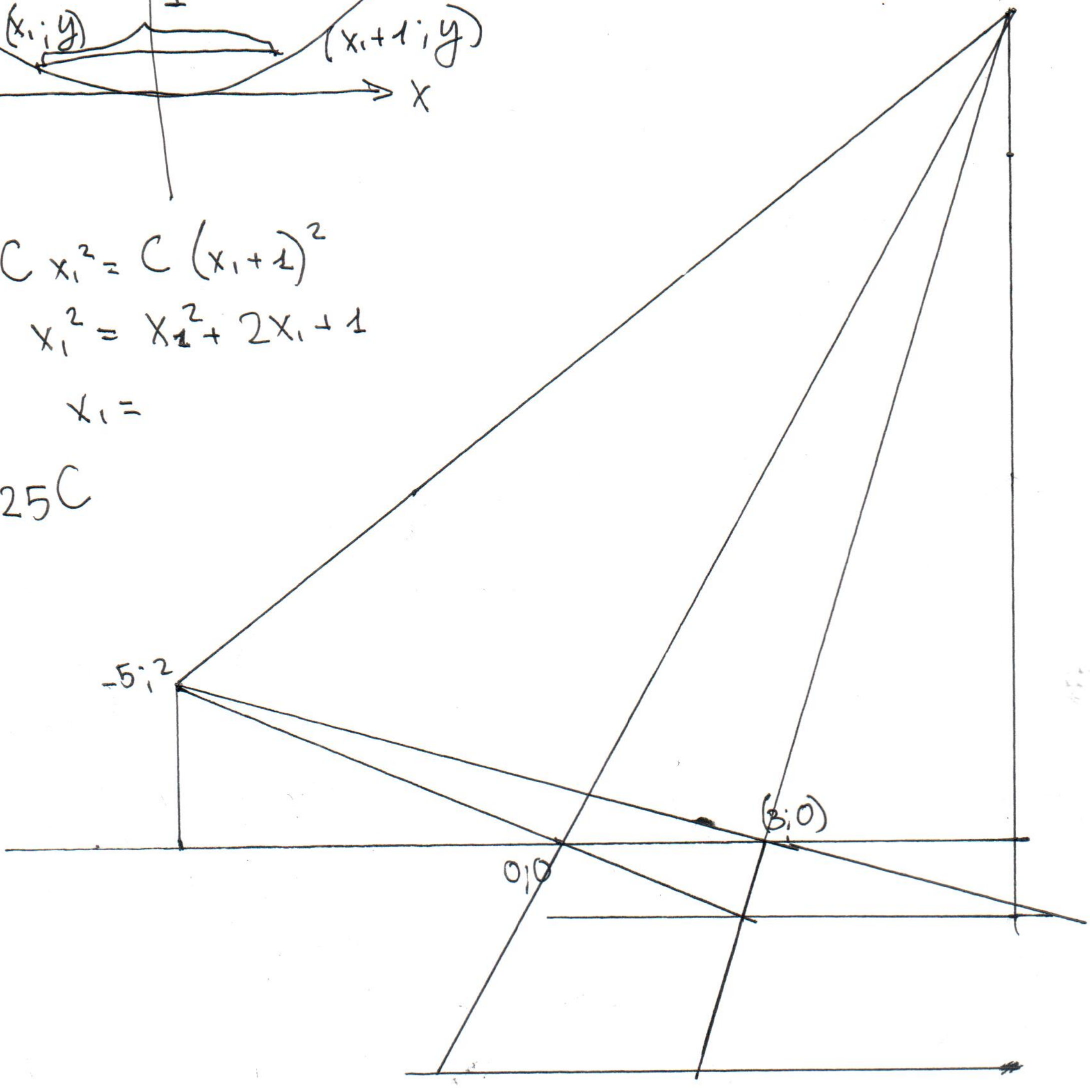


$$Cx_1^2 = C(x_1+1)^2$$

$$x_1^2 = x_1^2 + 2x_1 + 1$$

$$x_1 =$$

$$0{,}25C$$



$y = -0{,}4x$

$y =$

$3k + b = 0$

$6k + b = 9$

$k = 3 \qquad b = -9$

$-5k = 2$

$k = -\frac{2}{5} = -0{,}4$

$y = -0{,}4x$

$x = \frac{y}{0{,}4}$

$-0{,}4x = 3x - 9$

$2{,}6x = -9$

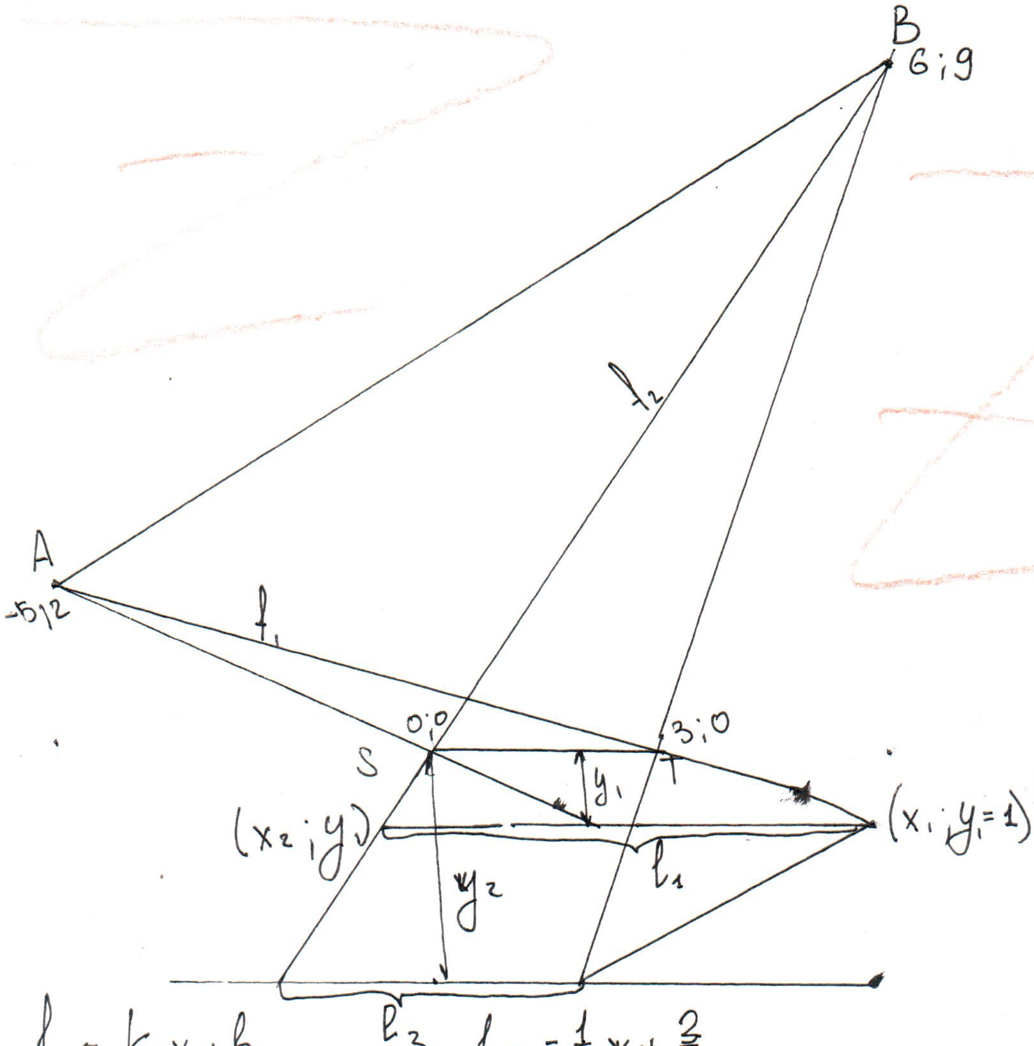
$y = 3x - 9$

$x = \frac{y+9}{3}$

$-\frac{y}{0{,}4} = \frac{y+9}{3}$

$-3y = 0{,}4y + 3{,}6$

Чистовик



$f_1 = k_1x + b$ $f_1 = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$

$-5k_1 + b_1 = 2$ $b_1 = 0{,}75$

$3k_1 + b_1 = 0$ $-\frac{1}{4}x_1 + \frac{3}{4} = -1$

$8k_1 = -2$ $-\frac{1}{4}x_1 = -\frac{7}{4}$

$k_1 = -\frac{1}{4}$ $x_1 = 7$

$f_2 = k_2x$ $f_2 = \frac{x}{3}$

$6k_2 = 9$ $\frac{2x_2}{3} = -1$

$k_2 = \frac{2}{3}$ $x_2 = -1{,}5$

$l_1 = 7 + 1{,}5 = 8{,}5$

$\frac{3}{l_2} = \frac{9}{9+y_2}$ $\frac{3}{l_2} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \Rightarrow l_2 = 4$

стр. 7

Чистовик

$$S_{зат.} = \frac{3+8,5}{2} \cdot 1 + \frac{8,5+4}{2} \cdot 2 = 5,75 + 12,5 = 18,25$$

Ответ: 18,25

стр. 8

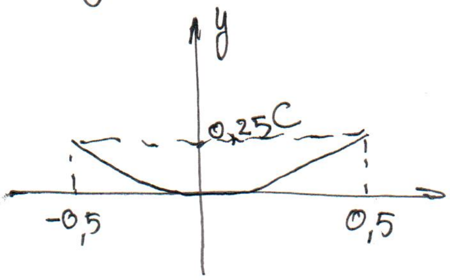
чистовик

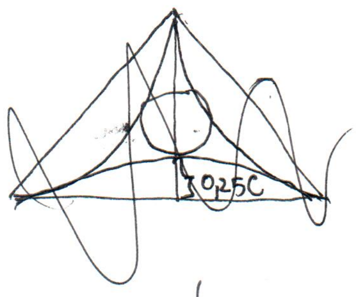
4. $y = \cancel{\sin 11\pi x}$; $y = \sin 15\pi x$; $y = \sin 17\pi x$

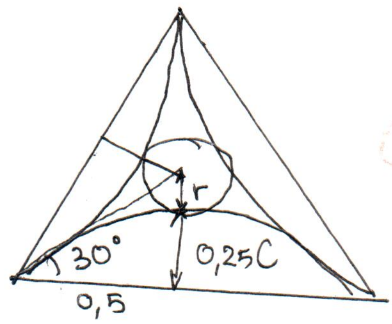
~~возрастают~~ на отрезке ~~от~~ 0;1, значит ~~если они~~ каждая пара функций ~~пересекается~~ максимум 1 раз на отрезке 0;1. И все они ~~пересекаются~~ в ~~начале~~ координат, ~~значит~~

каждая из этих

5.







$$tg\,30° = \frac{r + 0,25C}{0,5}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{r + 0,25C}{0,5}$$

$$0,5 = \sqrt{3}r + 0,25\sqrt{3}C$$

$$r = \frac{0,5}{\sqrt{3}} - 0,25C$$

$$r = \frac{\sqrt{3}}{6} - 0,25C$$

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{6} - 0,25C$

4. Чистовик

$y = \sin 11\pi x$ достигает максимума

при $x = \frac{1}{22}$

$y = \sin 15\pi x$ при $x = \frac{1}{30}$

$y = \sin 17\pi$ при $x = \frac{1}{34}$, после этого

они все начинают убывать