0 147403 640003

14-74-03-64
(123.20)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант ____________

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Кабанова Егора Дмитриевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

14:22-14:24

Дата

«29» марта 2026 года

Подпись участника

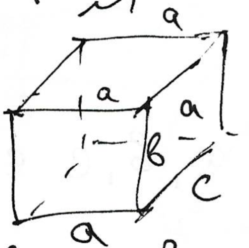
Кабанов

 50 (Пятьдесят)

14-74-03-64
(123.20)

Черновик

№1



a, b, c – различные и $\in N$

$abc + 2ab + 2bc + 2ac +$
$+ 4a + 4b + 4c = 2026$

$abc = 2026 - (a+b+c) - (2ab+2bc+2ac)$

$abc \geq x$ – ?

$2ab \leq a^2+b^2$
$2bc \leq b^2+c^2$
$2ac \leq a^2+c^2$

$(a+2)(b+2) = ab + 2a + 2b + 4$

~~$2c + 1 + 4c + 2c + 2 + 1 + c$~~
~~$c + 2 + 2c + 2c + 2 + c = 2026$~~

$2019 : 9 = 224$; $2022 : 6 = 337$

~~$bc = 2022$~~
~~Пусть $ac \leq 337$~~
~~$abc \geq 202$~~
~~$c = 337$~~

$(a+2)(b+2)(c+2) =$

$= abc + ab2 +$

$abc + 2a^2 + 2b^2$

~~$a+2$~~ $(ab+2a+2b+4)(c+2) = abc + 2ac + 2bc + 4c +$
$+ 2ab + 4a + 4b + 8$

$1017 : 3 = 339$

$(a+2)(b+2)(c+2) = 2034 + \cancel{2(a+b+c)}$

~~$(a+1)(b+1) = ab + a + b + 1$~~ ~~$(ab+a+b+1)(c+1) = abc + ac + bc + c + ab + a + b + 1$~~

$2034 = 2 \cdot 1017 = 2 \cdot 3 \cdot 339 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 113$

$339 : 3 = 113$

1. 3 6 113

1 4 112

$113 \times 18 = 2034$

Чистовик

Задача №1

Решение:

Пусть стороны (ребра) призмы: $a, b, c \in \mathbb{N}$

Запишем условие:

$abc + 2ab + 2bc + 2ac + 4a + 4b + 4c = 2026$

Заметим, что:

$(a+2)(b+2)(c+2) = \underbrace{abc + 2ab + 2bc + 2ac + 4a + 4b + 4c} + 8$

Тогда: $(a+2)(b+2)(c+2) = 2026 + 8 = 2034$

$2034 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 113$

Т.к. $(a+2), (b+2), (c+2)$ попарно различны, а $a, b, c \in \mathbb{N}$

$\Rightarrow$ делители могут быть равны:

3 ; $2 \cdot 3$; 113

(иначе или переменные меньше 0 или число делителей не равно 3)

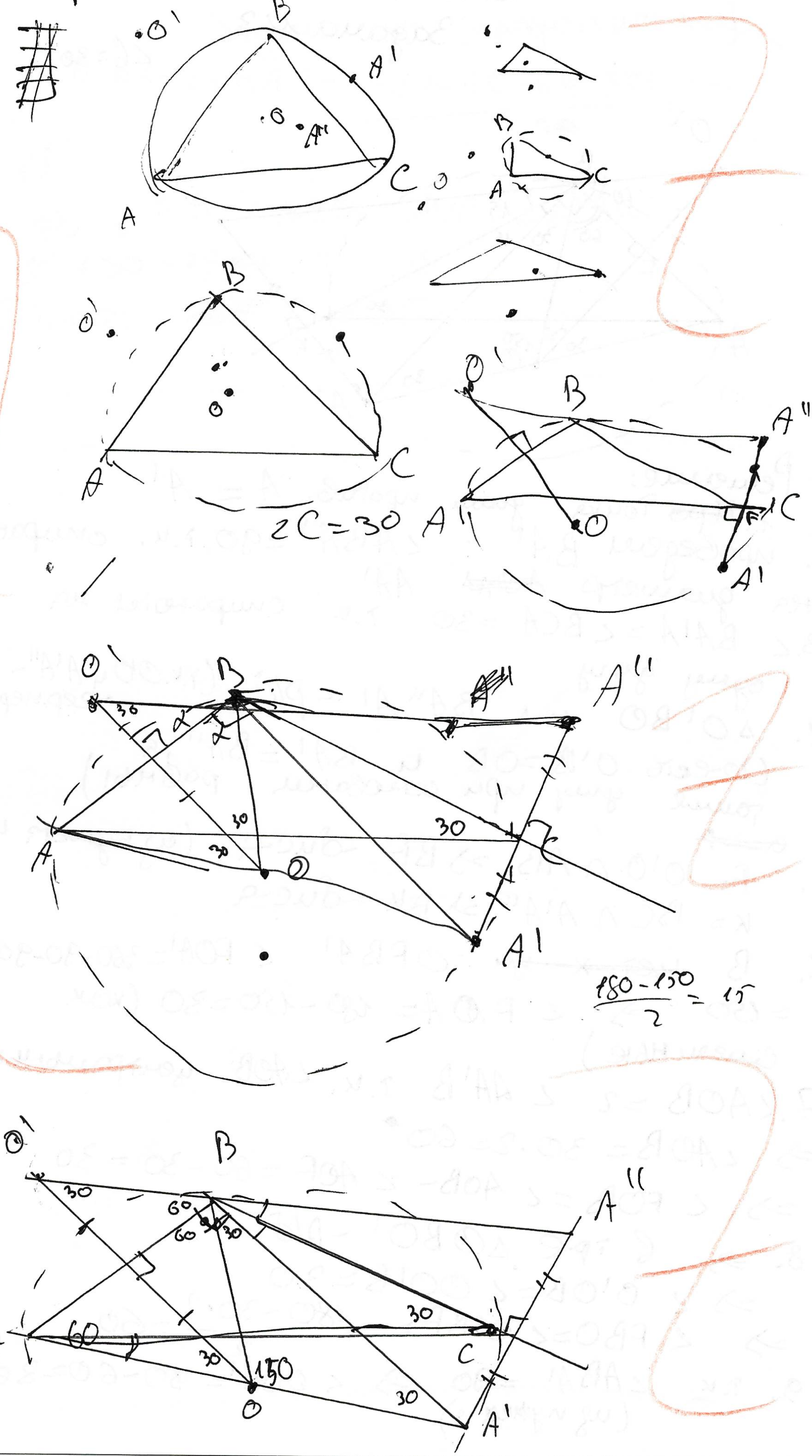
$\Rightarrow$ a, b, c в каком-то порядке равны 1, 4, 111

$\Rightarrow V = 444$ (единств. возм. значение)

Ответ: 444.

14-74-03-64
(123.20)

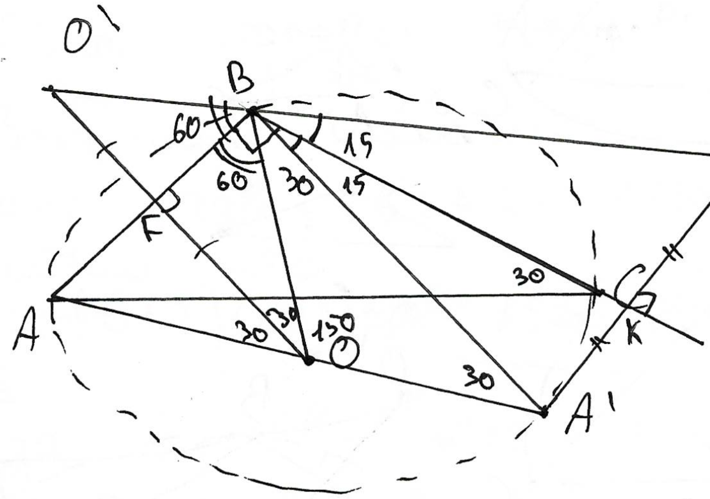
Черновик.



Чистовик

Задача №3

$\angle C = 30°$



Решение:

1. ~~Про~~ Точка диам. против. $A = A'$
2. проведем BA' : $\angle ABA' = 90$ т.к. опирается на диаметр ~~AOA~~ AA'
3. $\angle BA'A = \angle BCA = 30$ т.к. опираются на одну дугу
4. $\Delta O'BO$ и $\Delta BA''A'$ - р/б. (т.к. $O'O$ и $A'A''$ - сер.перп.) (то-есть $O'B = OB$ и $BA' = BA''$, а также углы при основании равны)

~~a~~

5. $F = O'O \cap AB \Rightarrow BF$ - бис-а (из пункта 4)
$K = BC \cap A'A'' \Rightarrow BK$ - бис-а
6. В ~~чет-х уг~~ $\cdot OFBA'$ $\angle FOA' = 360 - 90 - 90 - 30 = 150 \Rightarrow \angle FOA = 180 - 150 = 30$ (как смежные)
7. $\angle AOB = 2 \angle AA'B$ т.к. $\angle AOB$ - центральный $\Rightarrow \angle AOB = 30 \cdot 2 = 60°$
$\Rightarrow \angle FOB = \angle AOB - \angle AOF = 60 - 30 = 30$
8. $\Rightarrow$ в тре $\Delta OBO'$ - р/б
$\Rightarrow \angle O'OB = \angle OO'B = 30$
$\Rightarrow \angle FBO = \angle O'BF = \frac{180 - 30 \cdot 2}{2} = 60$
9. т.к. $\angle ABA' = 90$ (из пункта 2) $\Rightarrow \angle OBA' = 90 - 60 = 30$

14-74-03-64
(123.20)

Чистовик

Задача №3 (продолжение)

10. $\angle A'BK = \angle KBA'' = \frac{180-60-60-30}{2} =$

$= 15$

11. $\Rightarrow \angle B = \angle ABO + \angle OBA' + \angle A'BK =$

$= 60 + 30 + 15 = 105$

Ответ: 105

Черновик.

$$\frac{a^{2x}-3a^{x+1}+2a^2}{\log_2 a}\geq 0$$

$\frac{2\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{2}{1}$

$2\sqrt{3}\cdot 4$

$\log_2 a=0$ $a\neq 1$

$\frac{4\sqrt{3}-6}{8}=\frac{1}{3\sqrt{3}}$

$\Rightarrow$ при $a\in(0;1)$ чис. ≥ 0

$0<x,y,z<\frac{\pi}{2}$

$\operatorname{tg}x\operatorname{tg}y\operatorname{tg}z$ $x+y+z=\frac{\pi}{2}$

$\operatorname{tg}x\in$

$\frac{151}{7}$ $\frac{151}{2}$

$\cancel{\frac{a+b}{2}\leq\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}}$

151

$\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}=$

$=\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}\right)^2=$

$=\frac{3+1-2\sqrt{3}}{8}$

$\sqrt[2]{ab}\leq\frac{a+b}{2}$

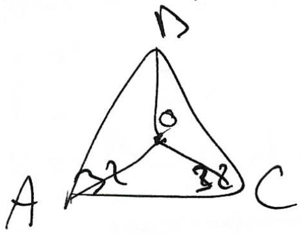
$\operatorname{tg}x\operatorname{tg}y\leq\frac{\operatorname{tg}^2x+\operatorname{tg}^2y}{2}$

$\Rightarrow\operatorname{tg}x\operatorname{tg}y\operatorname{tg}z\leq\sqrt{\frac{(\operatorname{tg}^2x+\operatorname{tg}^2y)(\ldots}{8}}$

$32=2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2$

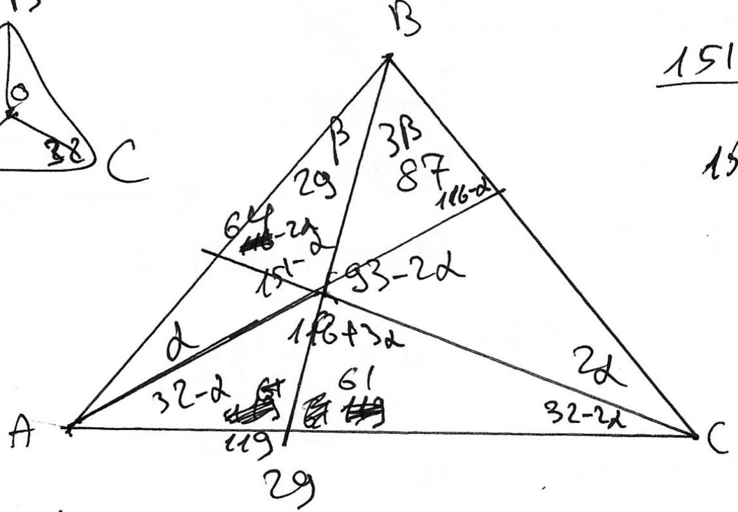
$\frac{1}{\cos^2x}-1+\frac{1}{\cos^2y}-1$

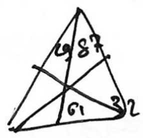
$\angle A=\angle C=32$



$\frac{151-\alpha}{\alpha}=\frac{151}{\alpha}-1$

$151=$





$\frac{180-64}{2}=116$

$180-116-2\alpha=64-2\alpha$

$87+32=119$

$\cancel{180-116-29+2\alpha=45+2\alpha}$

$\frac{4-6\sqrt{3}}{8}\wedge\frac{1}{3}$

$12-\frac{18\sqrt{3}}{8}\wedge 1$

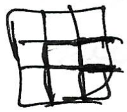
$12-18\sqrt{3}\wedge 8$

$6-9\sqrt{3}\wedge 4$

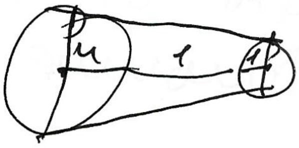
Черновик

$2 \cdot 2 \cdot 1{,}5 = 6$

$\operatorname{tg} x \operatorname{tg} y \operatorname{tg} z$



$100 \cdot 100 \cdot$



$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}}$

Чистовик

Задача №5

~~Увеличивая~~

Т.к. тангенс увеличивается от 0 доП

=> хотим брать наибольшие

числа

при этом тангенсы изменяются

пропорционально

=> $x = y = z = \frac{\Pi}{6}$

=> $tg x \, tg y \, tg z = \frac{\sqrt{3}}{9}$

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{9}$

Задача №2