



18-92-97-89
(120.6)



РАБОТА СДАНА
ДОСРОЧНО 13:03
(Signature)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 5 класс

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов“
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Кабанова Галия Владимировна
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«29» марта 2026 года

Подпись участника
(Signature)

$$\overline{aabb} = (\overline{aa})^2 + (\overline{bb})^2$$

$$\overline{aabb} = \overline{1000a + 100a + 10b + b} = 1000a + 100a + 10b + b = 1100a + 11b = 11(100a + b) \quad 85/ \text{вообще не так}$$

$$(\overline{aa})^2 = (10a + a)^2 = (11a)^2 = 121a^2$$

$$(\overline{bb})^2 = (10b + b)^2 = (11b)^2 = 121b^2$$

$$1100a + 11b = 121(a^2 + b^2)$$

$$\overline{1100a + 11b} = 121($$

$$(121(a^2 + b^2)) : 121$$

$$\Downarrow$$

$$(1100a + 11b) : 121$$

$$\Downarrow$$

$$(1100a + 11b) : 121 = c; \text{ где } c - \text{ целое число}$$

$$\Downarrow$$

$$((1100a + 11b) : 11) : 11 = c$$

$$(100a + b) : 11 = c$$

$$\Downarrow$$

$$(100a + b) : 11$$

Число $100a + b$ это \overline{abb} . По признаку делимости на 11, $(a+b) : 11$. П.к. a, b - цифры, то $(a+b) \leq 9+9=18$. Числа, кратные 11 и менее 19 - это 11 и 0. Разберем оба случая.

$$1) a+b=0$$

$$a=b=0$$

$\overline{aabb} = 0000$. Но 4значное число не может

нашилаты с 0. Проверение

2) $a+b=11$. Все варианты a и b :

- a) $a=2$ $b=9$. Проверка: $22^2=484$; $99^2=9801$ ($\begin{smallmatrix} 99 \\ \times 99 \\ \hline 891 \\ +9801 \\ \hline 9801 \end{smallmatrix}$); $22^2+99^2=10285$
- б) $a=3$ $b=8$. Проверка: $33^2=1089$; $88^2=7744$ ($\begin{smallmatrix} 88 \\ \times 88 \\ \hline 704 \\ +704 \\ \hline 7744 \end{smallmatrix}$); $33^2+88^2=8833$
- в) $a=4$ $b=7$. Проверка: $44^2=1936$ ($\begin{smallmatrix} 44 \\ \times 44 \\ \hline 176 \\ +176 \\ \hline 1936 \end{smallmatrix}$); $77^2=5929$ ($\begin{smallmatrix} 77 \\ \times 77 \\ \hline 539 \\ +539 \\ \hline 5929 \end{smallmatrix}$); $44^2+77^2=7865$
- г) $a=5$ $b=6$. Проверка: $55^2=3025$; $66^2=4356$ ($\begin{smallmatrix} 66 \\ \times 66 \\ \hline 396 \\ +396 \\ \hline 4356 \end{smallmatrix}$); $55^2+66^2=7381$
- д) $a=6$ $b=5$. $66^2+55^2=7381$ (см. г)
- е) $a=7$ $b=4$. $77^2+44^2=7865$ (см. в)
- ж) $a=8$ $b=3$. $88^2+33^2=8833$ (см. б). подходит!
- з) $a=9$ $b=2$. $99^2+22^2=10285$ (см. а)
- и) $a \neq 0$; $a \neq 1$, т.е. тогда $b=11$ либо $b=10$ - все цифра

Ответ: $a=8$; $b=3$

Задача 6. Числовые

Пусть возраст Кошкин Аля. Тогда

$$(a \cdot 6 + 23) \cdot 21 = 27?1$$

Переберем все варианты $27?1$ и решим полученные уравнения

~~a) $(6a+23) \cdot 21 = 2701$~~

$27?1$ должно делиться на 21 , иначе возраст Кошкин не целый. Посмотрим, чему может быть равно $27?1$

$$\begin{array}{r} 2701 \overline{) 21} \\ \underline{-21} \\ 60 \\ \underline{-42} \\ 181 \\ \underline{-168} \\ 13 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2711 \overline{) 21} \\ \underline{-21} \\ 61 \\ \underline{-42} \\ 191 \\ \underline{-189} \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2721 \overline{) 21} \\ \underline{-21} \\ 62 \\ \underline{-42} \\ 201 \\ \underline{-189} \\ 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2731 \overline{) 21} \\ \underline{-21} \\ 63 \\ \underline{-63} \\ 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2741 \overline{) 21} \\ \underline{-21} \\ 64 \\ \underline{-63} \\ 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2751 \overline{) 21} \\ \underline{-21} \\ 65 \\ \underline{-63} \\ 21 \\ \underline{-21} \\ 0 \end{array}$$

делится

$$\begin{array}{r} 2761 \overline{) 21} \\ \underline{-21} \\ 66 \\ \underline{-63} \\ 31 \\ \underline{-21} \\ 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2771 \overline{) 21} \\ \underline{-21} \\ 67 \\ \underline{-63} \\ 41 \\ \underline{-21} \\ 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2781 \overline{) 21} \\ \underline{-21} \\ 68 \\ \underline{-63} \\ 51 \\ \underline{-42} \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2791 \overline{) 21} \\ -21 \\ \hline 69 \\ -63 \\ \hline 61 \\ -42 \\ \hline 19 \end{array}$$

Значит, подходит лишь 2751.

$$21(6a+23)=2751$$

$$6a+23=2751:21=131$$

$$6a=131-23=108$$

$$a=108:6=18$$

Ответ: 2751 год, февраля 18 лет

~~Условие~~

Чертовик:

~~a м/с~~

~~время до перехода~~

~~50/a с~~

~~c переходим~~

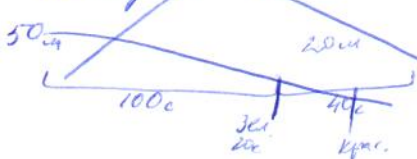
~~70/a с~~

~~перехода~~

~~20/a с~~

~~мил. ст. 0,5 м/с~~

~~Система:~~



~~$$(abc)(cba) = (100a+10b+c)(100c+10b+a) = 10000ac + 1000ab + 100a^2 + 1000bc + 1000b^2 + 100ab + 100c^2 + 10bc + ca = 10000ac + 1000(ab+bc) + 100(a^2+b^2+c^2)$$

$$= \begin{matrix} (a)0000 \\ (ab)000 \\ (c)00 \end{matrix}$$~~

~~$$V = a \text{ м/мин} \quad 20 \text{ м} \Rightarrow \frac{20}{a} \text{ мин}$$~~

~~ОДЗ~~

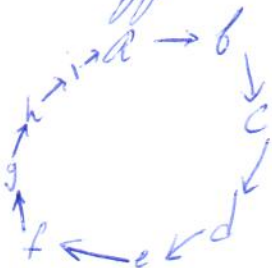
Задача 2. Чертовик:

Если птица была 23 или более, то они могли настать, все как минимум 23:9=207, короче, т.е. каждой птице, чтобы настать нужно не

до а. И с с на а бабочка не перелетит. Далее, на в уже прилетела бабочка и если туда перелетит еще одна, то на остальных 8 цветках будут сидеть 7 бабочек \Rightarrow будет пустой цветок (автомат.) Т.е. Ни на одном цветке после перелета не может быть 2х бабочки одновременно.

стр. 5

Значит, с с бабочка перелетит на другой цветок — назовем его d. Значит, расстояние от с до d короче, чем от в до с, которое короче, чем от в до а. И с d на а бабочка не перелетит. Иначе выйдем, что $(от а до d) < (от с до с) < (от с до в) < (от в до а)$, но от в до а короче, чем от а до любого другого (ли. выше.) Значит, на так же с d на с или в не перелетит, т.к. в в и с уже прилетели. Значит, из d улетит на другой цветок — назовем его e. Аналогично рассуждая, имеем следующий перелет:



Тогда $(от а до в) < (от а до i)$, но $(от i до а) < (от k до i) < (от j до k) \dots < (от в до а)$ — противоречие.

Если же бабочка с в перелетела на а, то туда уже никто не прилетит. Эту пару цветов исключаем из рассмотрения, выбираем другие цветы a_2 и b_2 , и проводим аналогичные рассуждения, приводящие к противоречию.

Следовательно, наше предположение неверно, а найдется цветок без бабочки.

Доказано.

стр. 6

Задача 1. Чистовик.

Наименьшее число кратно 100 \Rightarrow кратно 5·5·2·2.

Рассмотрим, как эти делители могли входить в состав множителей:

а) в какой-то есть делители 5 и 2 — он кратен 10.
 касается на 0 и это число с обратным расположением цифр в обратной поруче будет равняться 0.
 Противоречие

б) 5, 5 в одной; 2, 2 в другой. Тогда 1-е касается на 25, 50, 75 или 00 (признак делимости на 25).

Но, как мы выяснили, ~~число~~ кратно 10 чисел быть на доске не может (см. а) \Rightarrow

\Rightarrow число касается на 25 либо 75; т.е. вида

*25 или *75. Но 2-е, кратное 4; вида

52* или 57* соответственно. По признаку дели-

мости на 4, это либо 520, либо 524, либо

528, либо 572, либо 576. 520 кратно 10 —

не годится. Осталось 4 варианта:

$$\begin{array}{r} 1) \times 524 \\ \quad 425 \\ + \quad 2620 \\ + \quad 1048 \\ + \quad 2096 \\ \hline 222700 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) 528 \\ \times 825 \\ \hline 2640 \\ + 1056 \\ + 4224 \\ \hline 435600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \times 572 \\ \quad 275 \\ + \quad 2860 \\ + \quad 4004 \\ + \quad 1149 \\ \hline 157300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \times 576 \\ \quad 675 \\ + \quad 2880 \\ + \quad 4032 \\ + \quad 3456 \\ \hline 388800 \end{array}$$

Ответ: 222700, 435600, 157300, 388800

Задача 3. Чистовик.

До перехода Бартоломей идет в $2\frac{1}{2}$ раза дальше, чем переходит. Перейти он должен в пределах одного горшка зеленого

вста — не более, чем за 40 с. Тогда до перехода
~~он должен~~ он будет идти не более 100 с ($100 = 40 \cdot 2\frac{1}{2}$). А всего не более 140 с.

Но, если он будет идти от 120 до 140 с (именно более 120), то за 100 с он ^{точно} пройдет до дорожки, а значит, в момент "120 с" он будет ее переходить и уже загорится красный — он проедет 20 с, потом зеленый 40 с, потом красный 20 с, зеленый 40 с — всего 120 с. Значит, он будет идти до конца дороги не более 120 с. 120 с возможно — если со скоростью 35 м/мин, через 20 с он пройдет $11\frac{2}{3}$ м, еще через 40 с — 35 м, через 20 с — $47\frac{2}{3}$ м, через 40 с — 70 м — перейдет дорогу. Если же он пройдет менее, чем за 120 с, то скорость будет более 35 м/мин, а при меньшей 35 м/мин скорости он будет идти более 120 с, это невозможно (см. выше)

Ответ: 35 м/мин

стр. 8 /

чертовик.

$$V = a \text{ м/с}$$

$$\frac{30}{a} \text{ с}$$

$$\frac{70}{a} \text{ с}$$

$$\frac{20}{a} \text{ с}$$

$$t_{\text{перех}} \quad 0-40$$

$$t_{\text{го перех}} \quad 0-100$$

$$t_{\text{го перех}} \quad 20-60, 80-100$$

$$t_{\text{перех}} \quad 8-24, 32-40$$

$$t \quad 28-84, 112-140$$

$$t \quad \textcircled{28-60}, 112-120$$

$$\textcircled{920 \text{ с}}$$

$$\frac{70 \text{ м}}{t_{\text{мин}}}$$

$$35 \frac{\text{м}}{t_{\text{мин}}}$$

