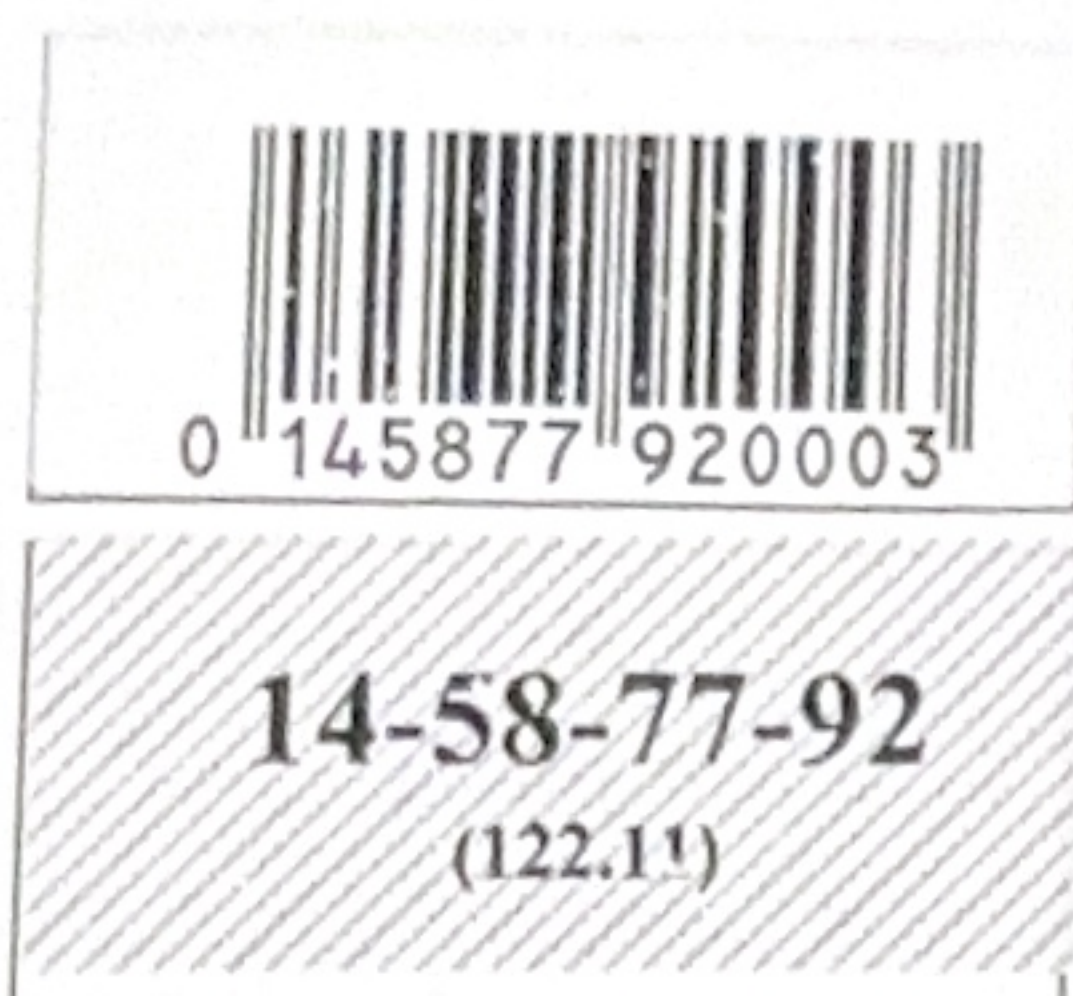




МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 9 класс

Место проведения г. Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Корасева Илья Викторовича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«29» марта 2026 года

Подпись участника

Корасев

100 (60) ~~100~~
 № 3) ~~100~~ Итого 100 точек.

Точка C - нулевой угол.

Рассмотрим только вид треугольника

ABC: 



Если C имеет координату $y=1$,

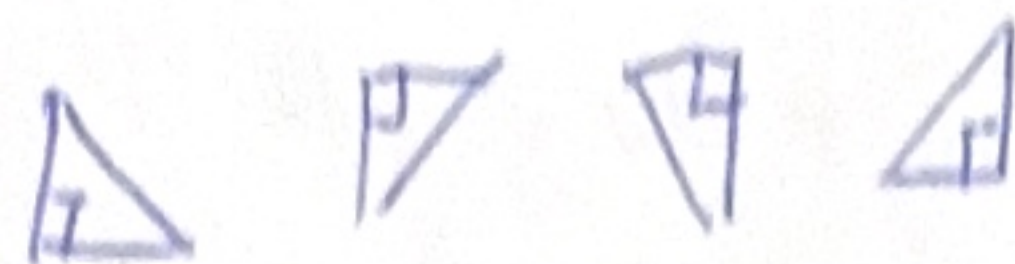
то способов выбрать A - 9; если $y_C=2$,

то способов выбрать A - 8; и т.д.

$\Rightarrow$ кол-во способов выбрать AC = $1+2+3+\dots+9=45$.

Заметим, что аналогично можно построить и с CB $\Rightarrow$ способов выбрать CB = 45

Заметим, что есть 4 вида треугольников:



$\Rightarrow$ кол-во прямоугольных треугольников $\rightarrow$

$$45 \times 45 \times 4 = 4(45 \times 40 + 45 \times 5) = 4(1800 + 225) = 4 \cdot 2025 = 8100$$

Ответ: 8100

Итого

4)

$$\left. \begin{array}{l} \angle ABL = \angle CBL \\ \angle ADB = \angle CDB = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow$$

BD - медиана

$$\Delta ABO = \Delta MBO \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AB = MB = \frac{1}{2} CB$$

$$BC = AB \cdot 2 = 14$$

из кр-а треугольника:

$$AB + BC > AC \Rightarrow$$

$$AC + AB > BC$$

$$AC < 21$$

$$AC > 7$$

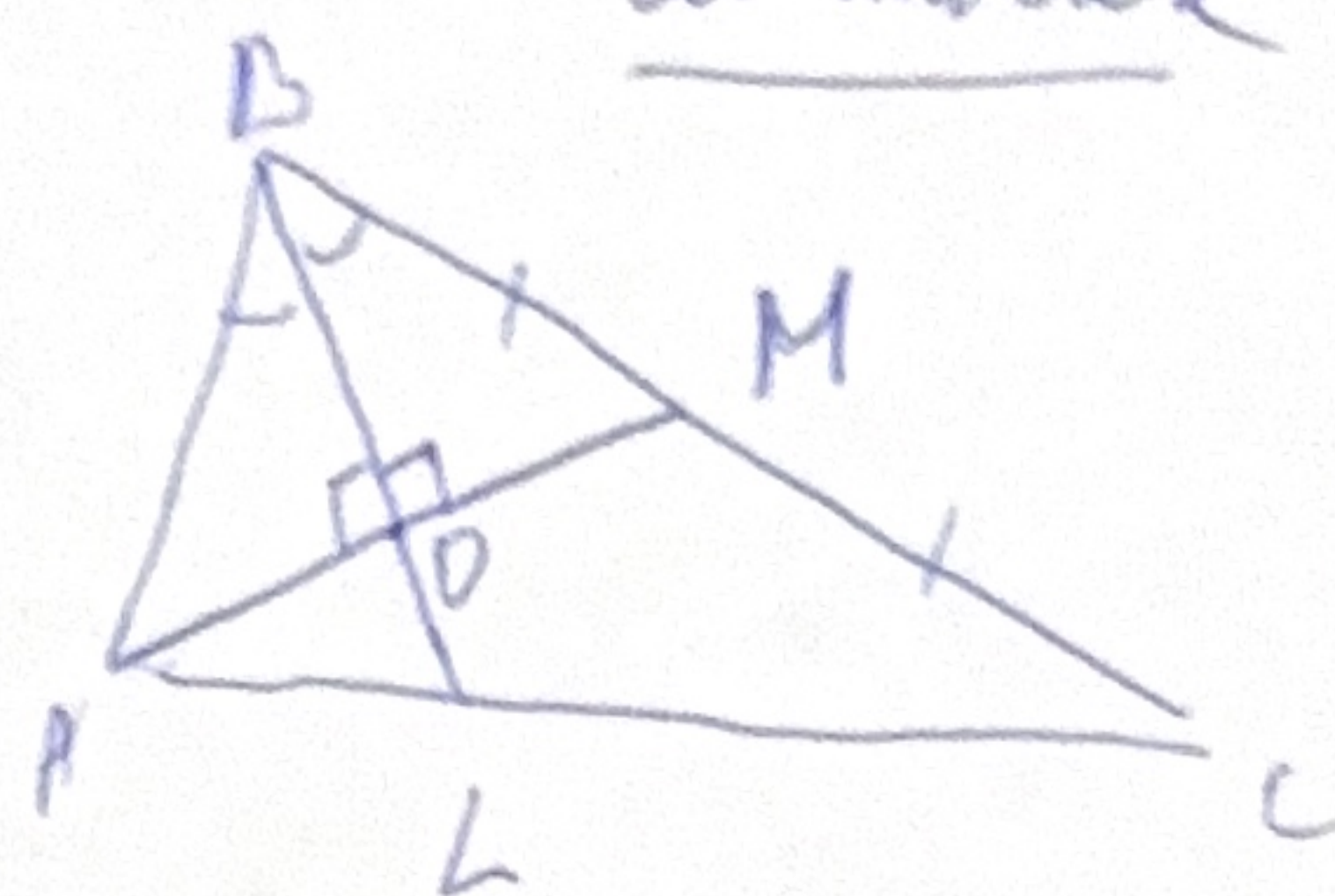
$$AC \neq 14 = BC$$

AC может равняться: 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 18, 19, 20

$\Rightarrow P = 21 + AC$ может равняться:

29, 30, 31, 32, 33, 34, 36, 37, 38, 39, 40, 41.

Ответ: 29, 30, 31, 32, 33, 34, 36, 37, 38, 39, 40, 41



V_1 - скорость движения
есть для красной и
го 200 красной и
обой светового

для 1: $\frac{80}{80} \leq V_1 \leq \frac{50}{30} \text{ м/с}$

для 2: $\frac{210}{110} \leq V_1 \leq \frac{200}{60} \text{ м/с}$

$V_1 \geq \frac{21}{11} \text{ м/с}$, но $V_1 \leq \frac{20}{12} \text{ м/с} \Rightarrow$ противоречие

V_2 - скорость движения

для 1: $\frac{80}{80} \leq V_2 \leq \frac{50}{30} \text{ м/с}$

$\Rightarrow V_2 \in [1; \frac{5}{3}] \Rightarrow$

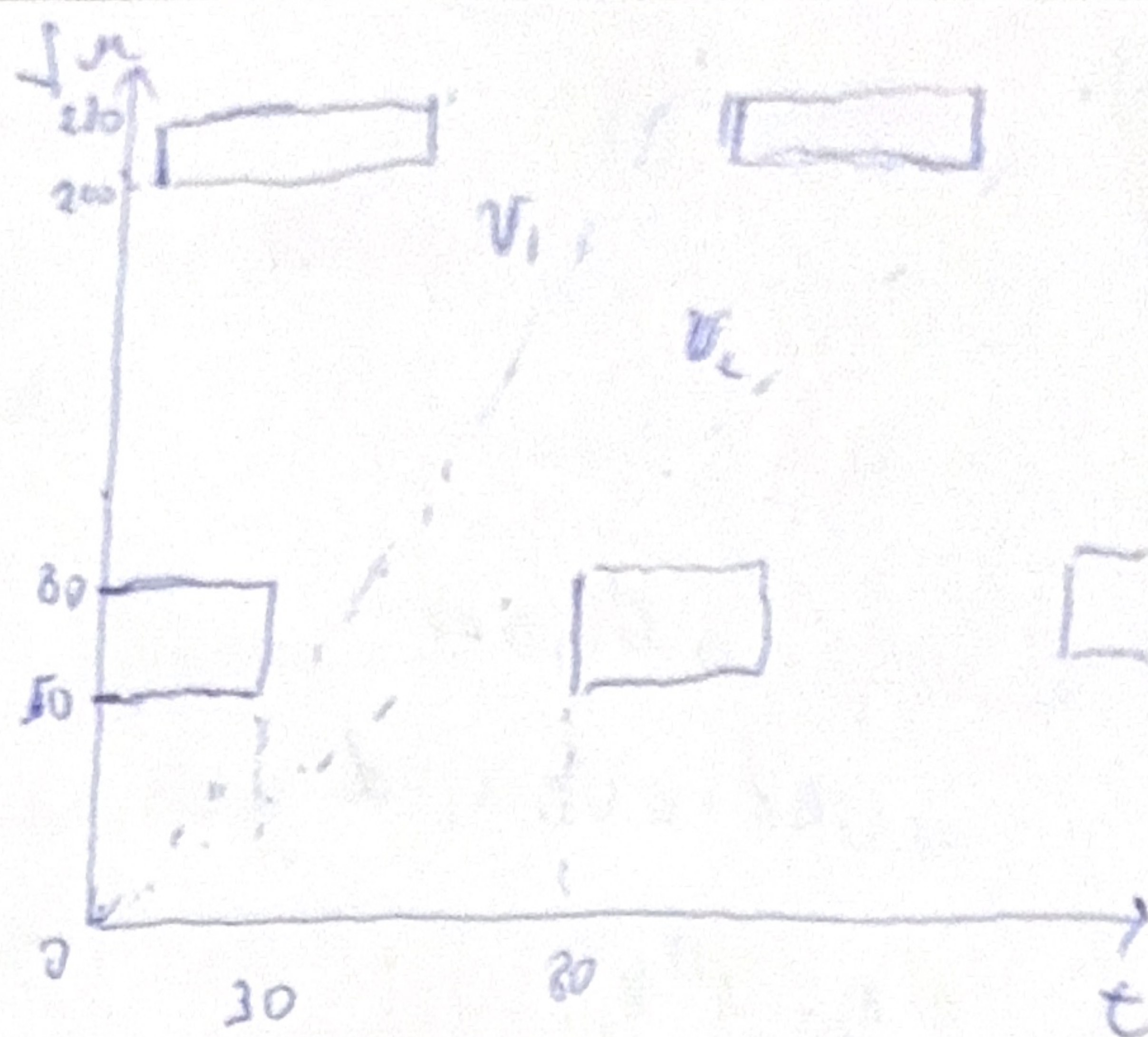
для 2: $\frac{210}{210} \leq V_2 \leq \frac{200}{160} \text{ м/с}$

$\Rightarrow V_2 \in [1; 1,2]$

$\Rightarrow V_{\max} = 1,2 \text{ м/с}$

ответ

Ответ: 1,2 м/с



Исходник

$$7) \begin{cases} 1. O'B = OB \\ \angle O'K_1B = \angle O'K_1B = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow K_1B - \text{высота}$$

$$\Delta O'K_1B = \Delta OK_1B \Rightarrow \angle OBK_1 = \angle O'BK_1 = \alpha$$

$$2. \begin{cases} A'K_2 = A''K_2 \\ \angle A'K_2B = \angle A''K_2B \end{cases} \Rightarrow B K_2 - \text{высота}$$

$$\Rightarrow \Delta A'BK_2 = \Delta A''BK_2 \Rightarrow \angle A'BK_2 = \angle A''BK_2 = \gamma$$

$$3. \angle B + \angle \alpha + \angle \gamma = 180$$

$$4. OB = OA' = R \Rightarrow \Delta OBA' - \text{равност.} \Rightarrow \angle OBA' = \angle OA'B$$

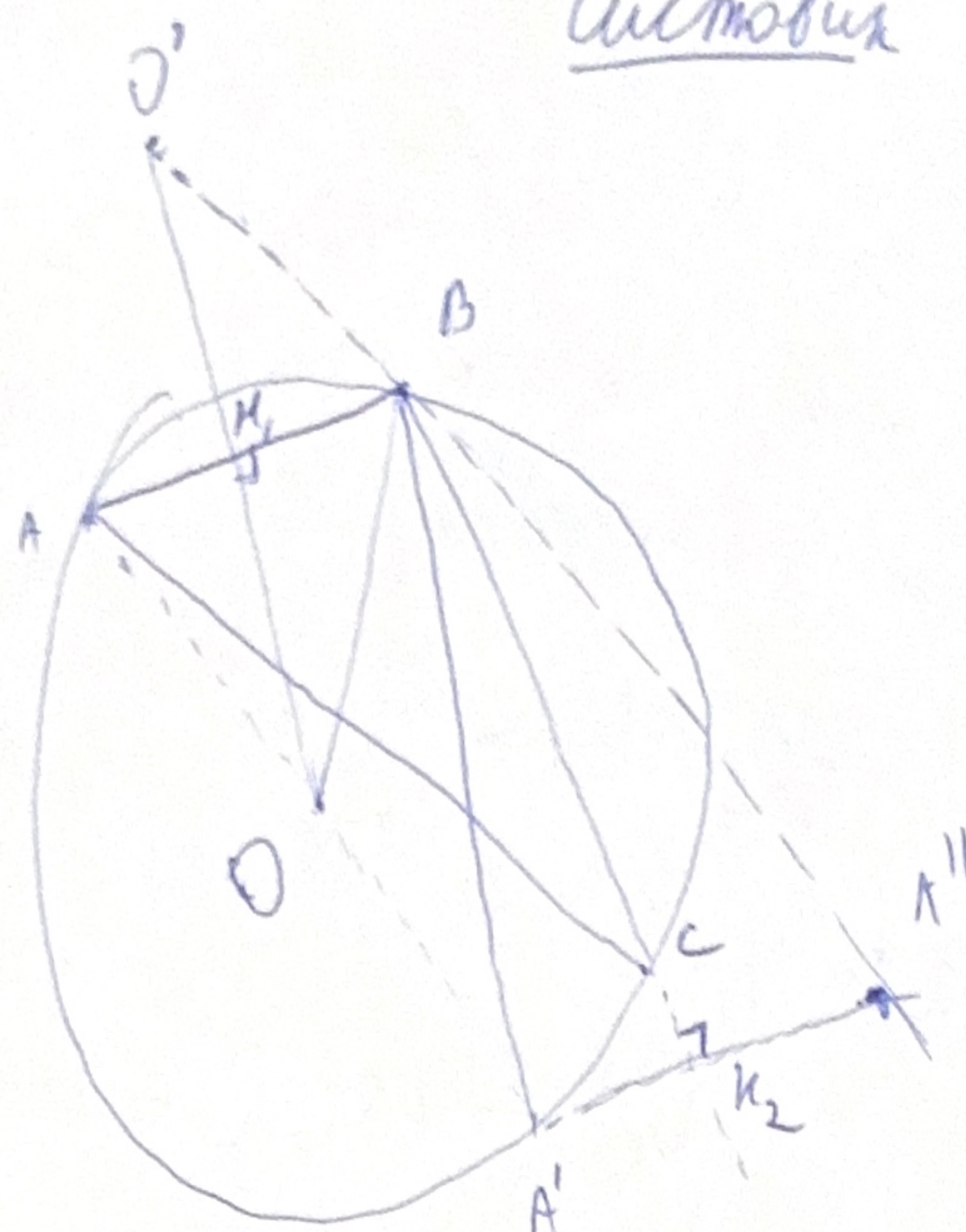
$$5. \angle AA'B = \angle ACB = 30^\circ \quad (AB - \text{дуга}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle OBA' = 30^\circ$$

$$6. \begin{aligned} 2\angle \alpha + 2\angle \gamma + \angle OBA' &= 180^\circ \\ \angle \alpha + \angle \gamma &= \frac{150^\circ}{2} = 75^\circ \end{aligned}$$

$$\angle B = 180 - \angle \alpha - \angle \gamma = 105^\circ$$

$$\text{Ответ: } \angle B = 105^\circ$$



$$6/ \quad \frac{1}{a} + \frac{2x}{a^2} - \frac{3x^2}{a^2} \leq 0 \quad | \cdot a^2$$

Учеловка

$$1 \begin{cases} -3x^2 + 2ax + a^2 \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \quad 2 \begin{cases} -3x^2 + 2ax + a^2 \geq 0 \\ a < 0 \end{cases}$$

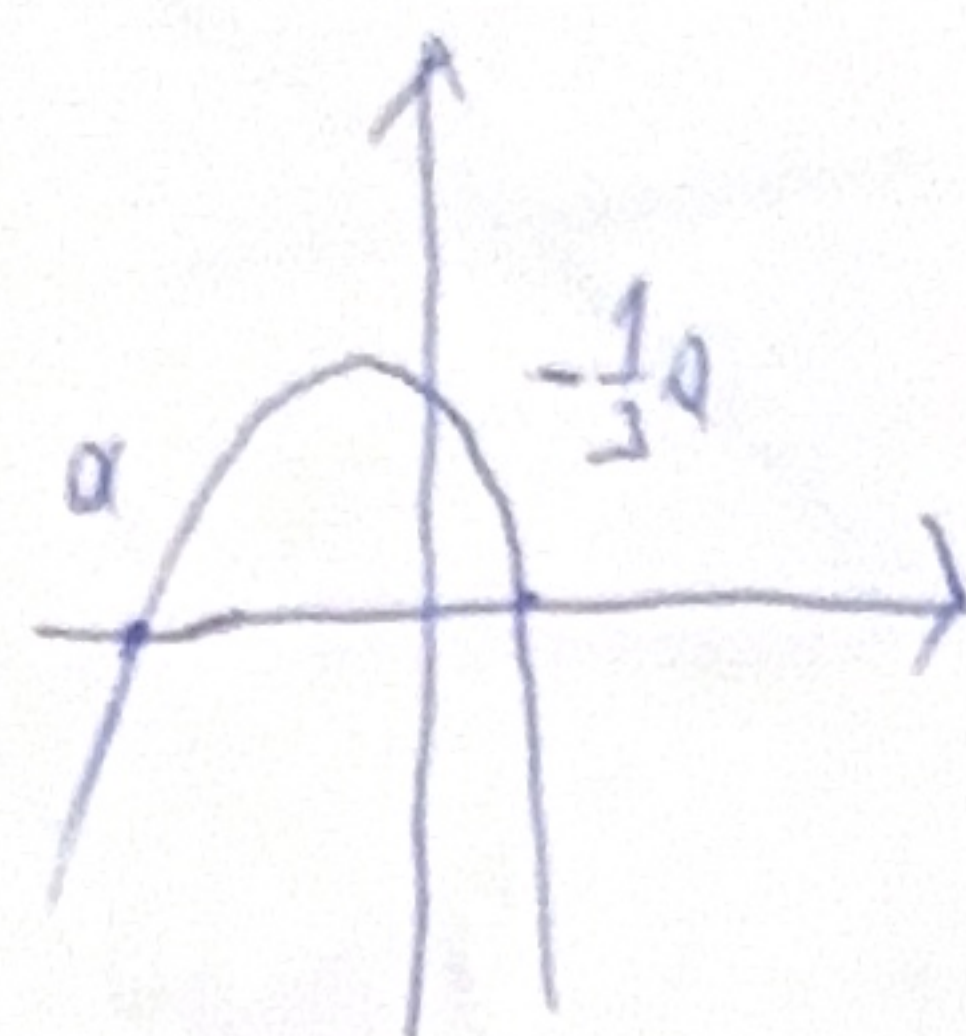
Заметим, что график функции является параболой, вершина вниз, а значит в нуле 1 будет либо 2 промежутка, либо бесконечная прямая
 $\Rightarrow$ этот случай не рассматриваем

$$-3x^2 + 2ax + a^2 = 0$$

$$D = 4a^2 + 12a^2 = (4a)^2$$

$$x_1 = \frac{-2a - 4a}{-3 \cdot 2} = a$$

$$x_2 = \frac{-2a + 4a}{-3 \cdot 2} = -\frac{1}{3}a$$



$$|x_2 - x_1| = \left| \frac{4}{3}a \right| = 2026$$

$$a = \frac{-3 \cdot 2026}{4} = -3 \cdot (500 + 6,5) = -1519,5$$

Ответ: $a = -1519,5$

1. Пусть AB делится точкой пересечения хорд.

2. Д.п. диаметр $OK \perp AB$

3. Из условия $CK = CD$
 $CO = OD = R$

$\Rightarrow \angle O \angle OKP = 90^\circ$, тогда

CD совпадает с $AB \rightarrow$ противоречие условию;

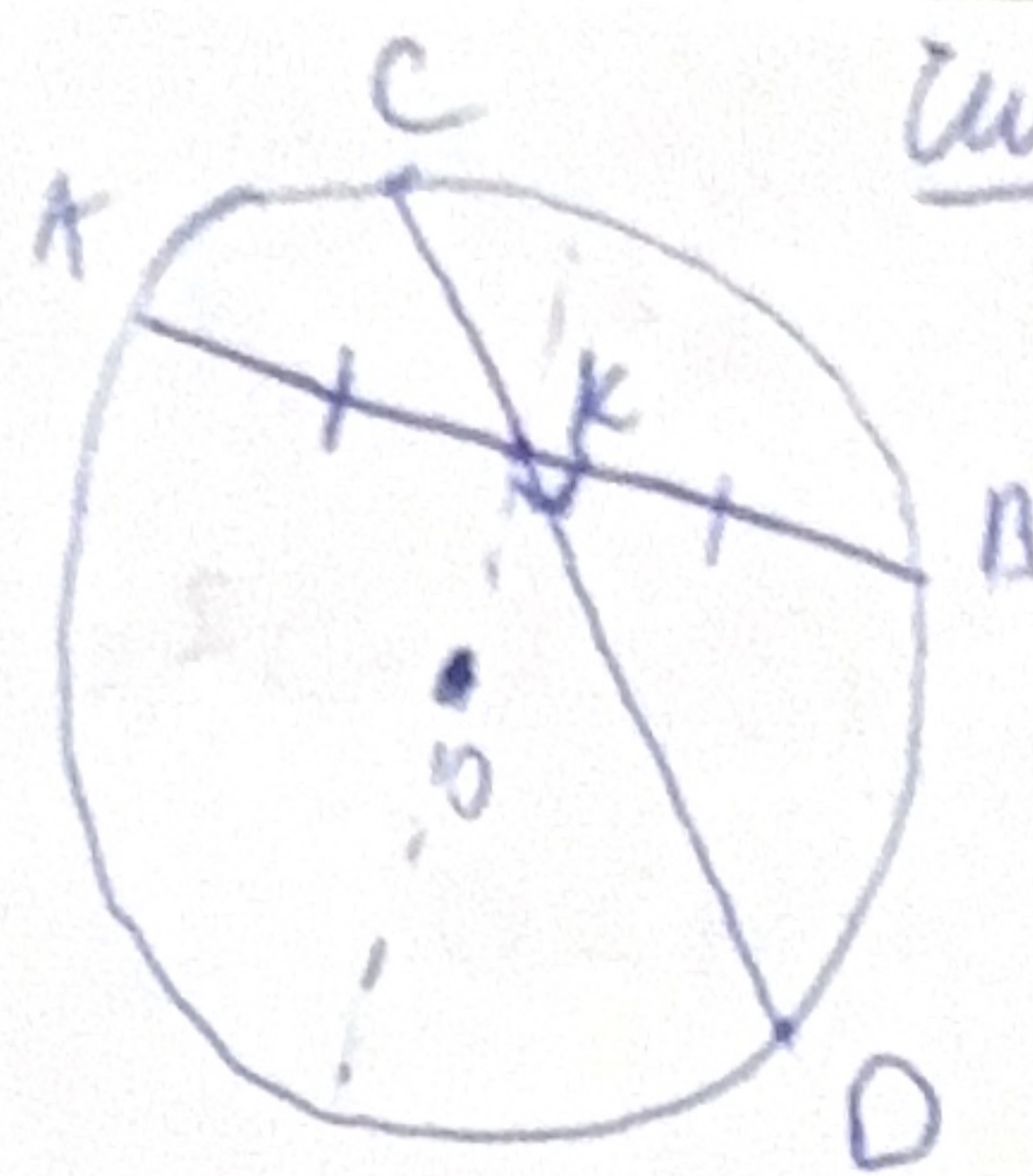
$\angle O \angle OK = 0 \Rightarrow TO = TK$

4. Тогда EF

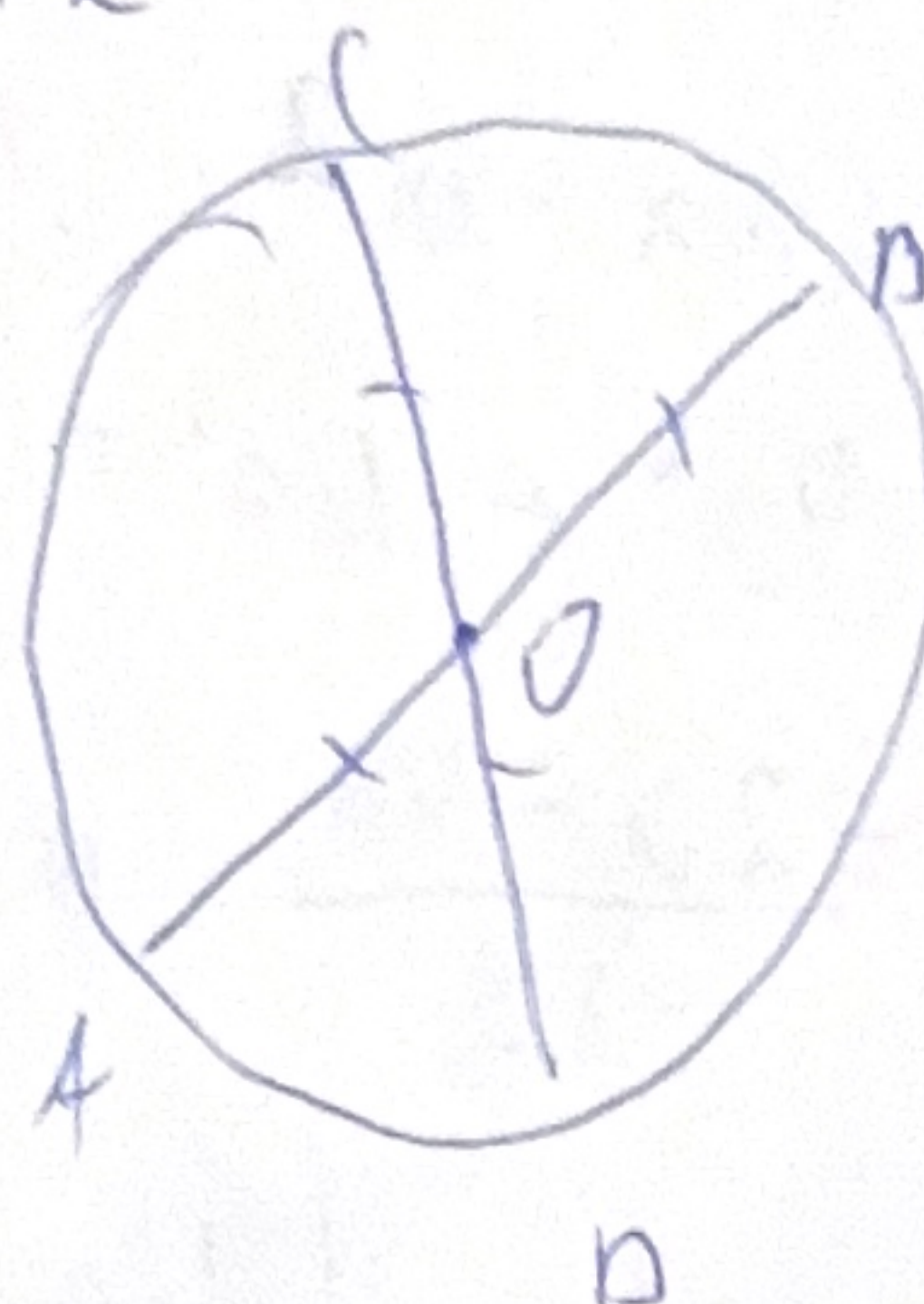
$TO \in EF, \Rightarrow EF = d =$

$$2k = 10$$

Ответ: 10



Итого



8)

Вероятность, что последний ~~идет~~ ^{идет} штурм тыловой укладок передние, равна (кольцо уже нарисовано)
 $\frac{4}{4+12} = \frac{1}{4}$ | Центральная клетка является соседом (друзьям)

Вероятность, что каждый нарисует кольцо:



1) $\square - 1$

2) $\square\square - 1$

3) $\square\square\square - \frac{1}{3}$; ~~$\square\square\square$~~ $\square\square - \frac{2}{3}$

4) $\square\square\square - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$; $\square\square\square - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}$

итого: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

5) $\square\square\square\square - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{10}$

$\square\square\square\square - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{10}$

6) $\square\square\square\square - \frac{1}{30} \cdot \frac{2}{12}$

$\square\square\square\square - \frac{1}{30} \cdot \frac{2}{12}$

итого: $\frac{1}{30}$

7) $\square\square\square\square - \frac{1}{14} \cdot \frac{1}{30}$

$\square\square\square\square - \frac{1}{14} \cdot \frac{1}{30}$

8) $\square\square\square\square - \frac{1}{30} \cdot \frac{1}{14} \cdot \frac{2}{16}$

$\square\square\square\square - \frac{1}{30 \cdot 14} \cdot \frac{2}{16}$

итого: $\frac{1}{5040}$

Вероятность, что каждый последним штурмом превратит кольцо в квадрат

$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5040} = \frac{1}{20160}$

Ответ: $\frac{1}{20160}$

2) Наибольшее число - 1000 шестое

Ответ: 1000

Четырёхзначное число при возведении в квадрат даёт 7 или 8 значное число

1) трёхзначное

$$n^2 = 1000n + k$$

(~~k - число~~ $k \in [0; 999]$)

$$n^2 - 1000n - k = 0$$

$$D = 10^6 + 4k \geq 10^6$$

$$n_1 = \frac{10^3 - \sqrt{D}}{2} \leq 0$$

$$n_2 = \frac{10^3 + \sqrt{D}}{2} \Rightarrow \frac{10^3 + 10^3}{2} = 10^3$$

2) восьмизначное

$$n^2 - 10000n - k = 0 \quad k \in [0; 9999]$$

$$D = 10^8 + 4k \geq 10^8$$

$$n = 10^4$$

Чтобы получить восьмизначное, n должно быть больше, чем в первом случае.

Терюкин

$$a^2 \cdot 10^6 + 2ab \cdot 10^5 + c^2 \cdot 10^4 + d^2 + 2cd \cdot 10^3 + 2ac \cdot 10^2 + 2bd \cdot 10 + 2bc \cdot 10^3 + 2cd \cdot 10^2 + 2cd \cdot 10$$

$$= a \cdot 10^6 + b \cdot 10^5 + c \cdot 10^4 + d \cdot 10^3 + \dots$$

$$(a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10 + d) \cdot (a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10 + d)$$

$$9000^2 = 81000000$$

$$9999^2 = (10000 - 1)^2 = 100000000 - 20000 + 1 = 99980001$$

$a \cdot 10^6$	$a^2 \cdot 10^6 + 2ab \cdot 10^5$
$10a$	$10a^2 + 2ab$
5	$5a + b$

$h^2 = n$
 83540000

$$x^2 = (10^3)^2 + (2\sqrt{10})^2 = 10^6 + 40 = 1000040$$

$$25cd \dots$$

$$4:0$$

$$2:5$$

$$x^2 = 10^6 + 4k = 10^6 + 210^3 \cdot 1$$

$$k \geq 0$$

$$k \in [0; 1000]$$

$$98750000$$

$$h^2 = 10^4 \cdot n + k$$

$$100000$$

$$h^2 = 10000n + k$$

$$h^2 - 10000n - k = 0$$

$$b = 10^6 + 4k = x^2$$

$$h = \frac{10000 \pm \sqrt{1000000 - 4k}}{2}$$

$$h = \frac{10000 + \sqrt{1000000 - 4k}}{2}$$

$$abcd \quad efgk$$

$$10000$$

$$9900^2 =$$

$$(10000 - 10^4)^2 =$$

$$10^8 - 2 \cdot 10^6 + 10^4 =$$

$$= 10$$

$$100000000 - 20000000 + 10000 = 99990000$$

$$2h - 10^3 = \sqrt{10^6 + 4k}$$

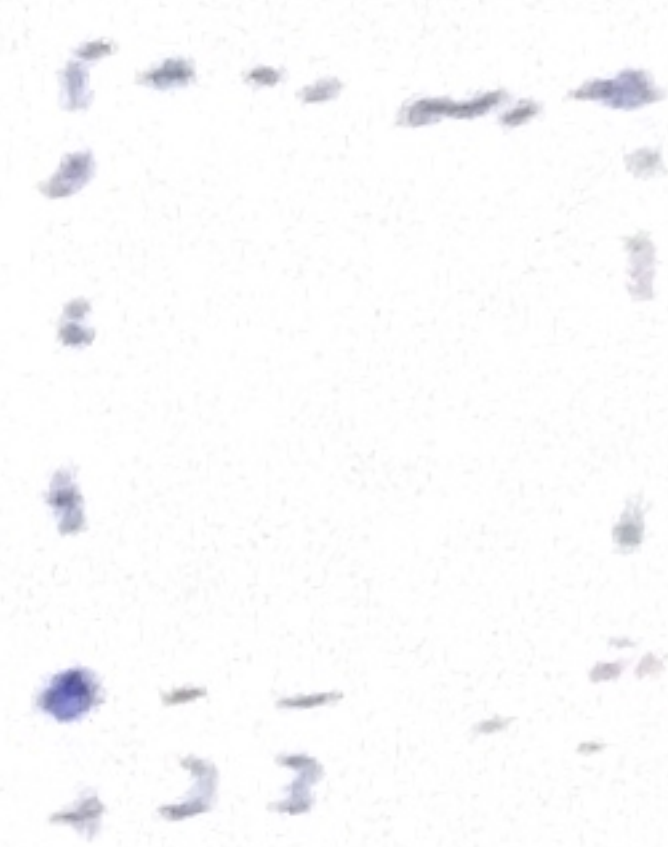
$$4h^2 - 4h \cdot 10^3 + 10^6 = 10^6 + 4k$$

$$4h^2 - 4h \cdot 10^3 - k = 0$$

$$D = 10^6$$

числа 1-10

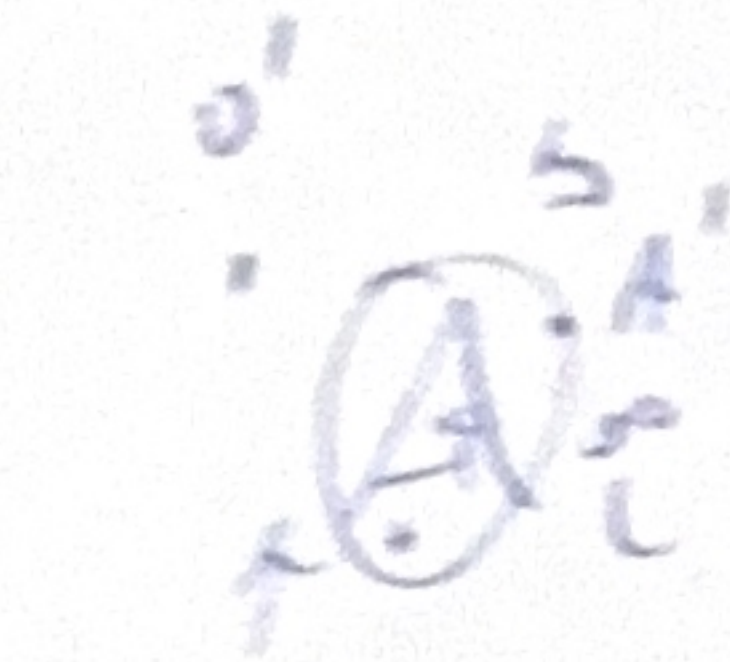
7534



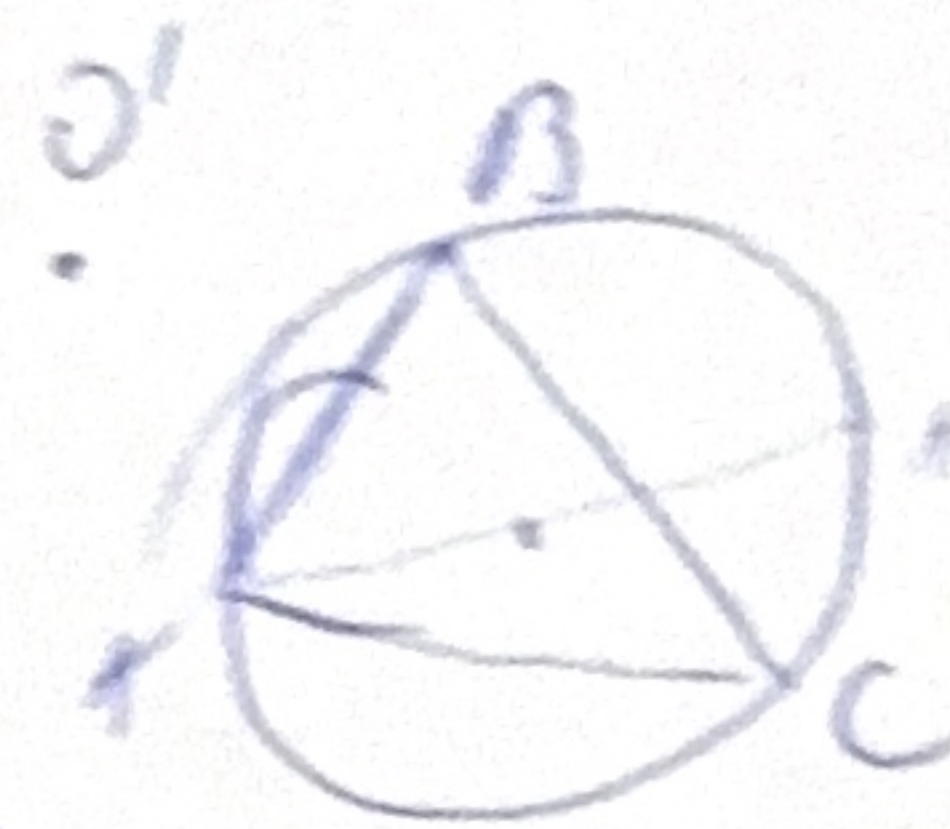
34x
3x

$$(9+8+7+6+5+4+3+2+1) \times 4$$

7/



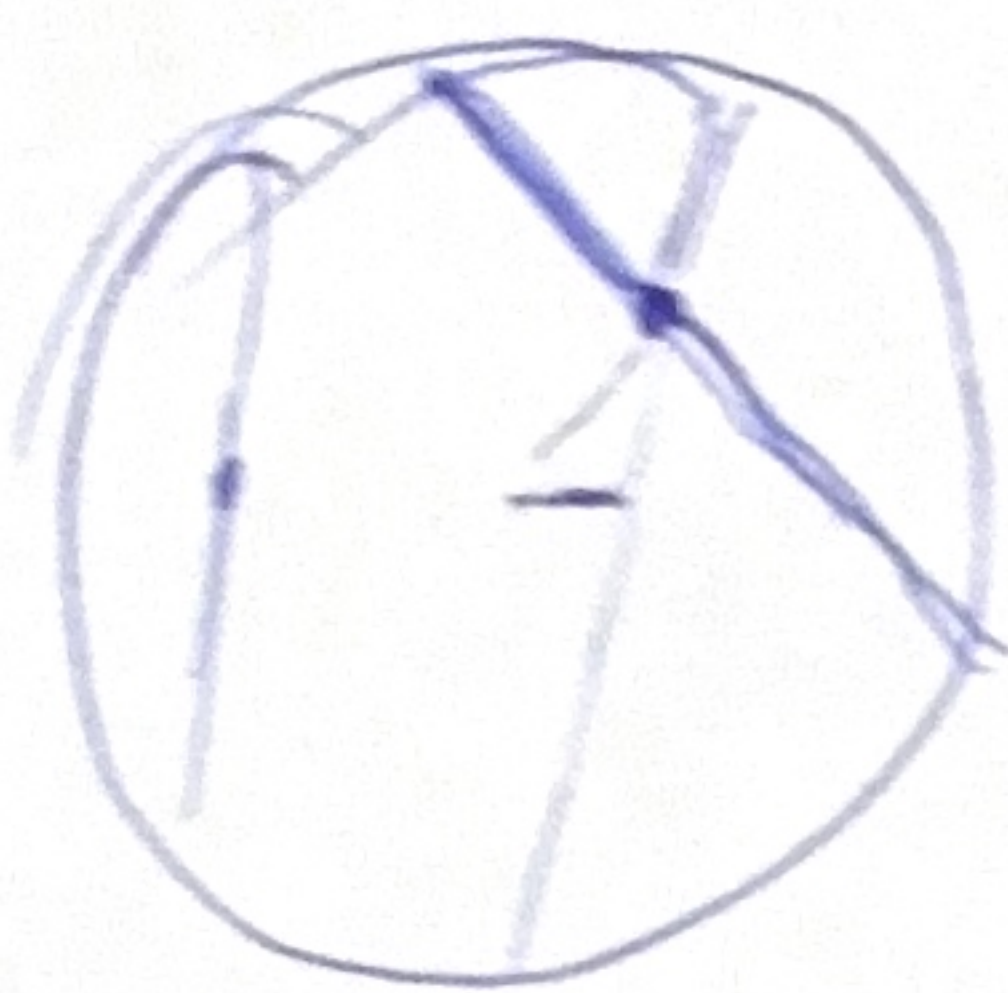
1/10



$$x^2 + 2x - 3x^2 = 0$$

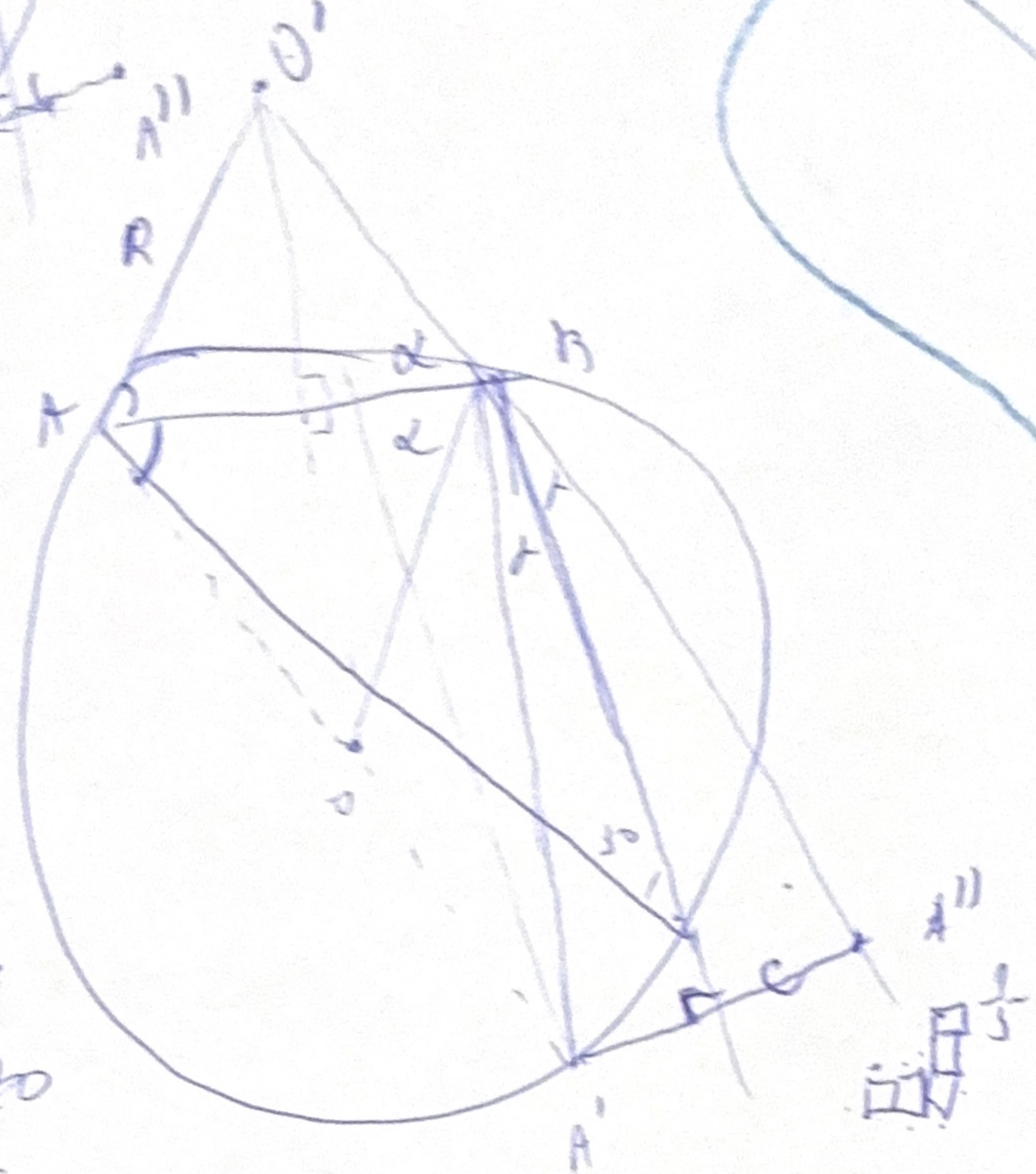
$$56 \cdot 9 = 450 + 54$$

$$5040$$



1.2.3.4.5.6

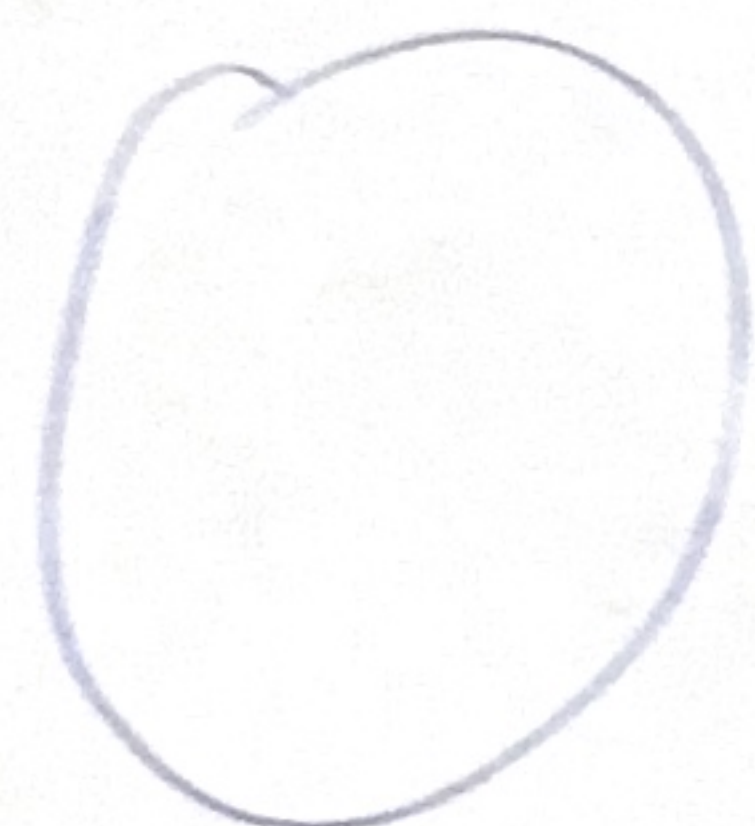
36:20
120



$$\frac{1}{9} \cdot 30 \cdot 14$$

$$\frac{1}{30 \cdot 7 \cdot 8}$$

$$\frac{1}{56 \cdot 30}$$



25%



$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5}$$

$$\overline{abcd}^2 = \overline{abcdklm}$$

$$6^2 = 36$$

$$\perp bcd$$

$$123^2$$

$$1998^2 = 2000^2$$

$$= 4000$$

$$d \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + m$$

$$(a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10^1 + d)^2 = a \cdot 10^6 + b \cdot 10^5 + c \cdot 10^4 + d \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + m$$

$$a^2 \cdot 10^6 + b^2 \cdot 10^4 + c^2 \cdot 10^2 + d^2$$

$$1000^2 = 1000000$$

$$1000^2$$

$$810000$$

5

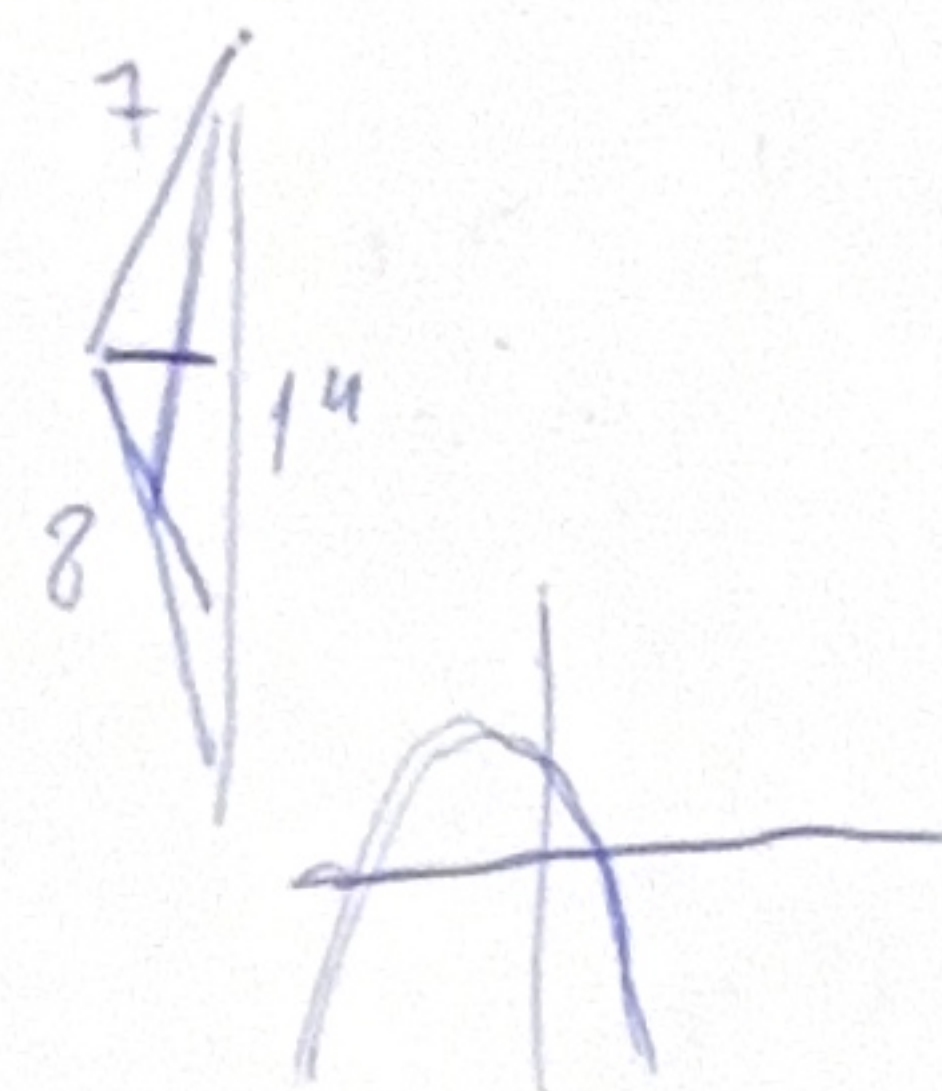
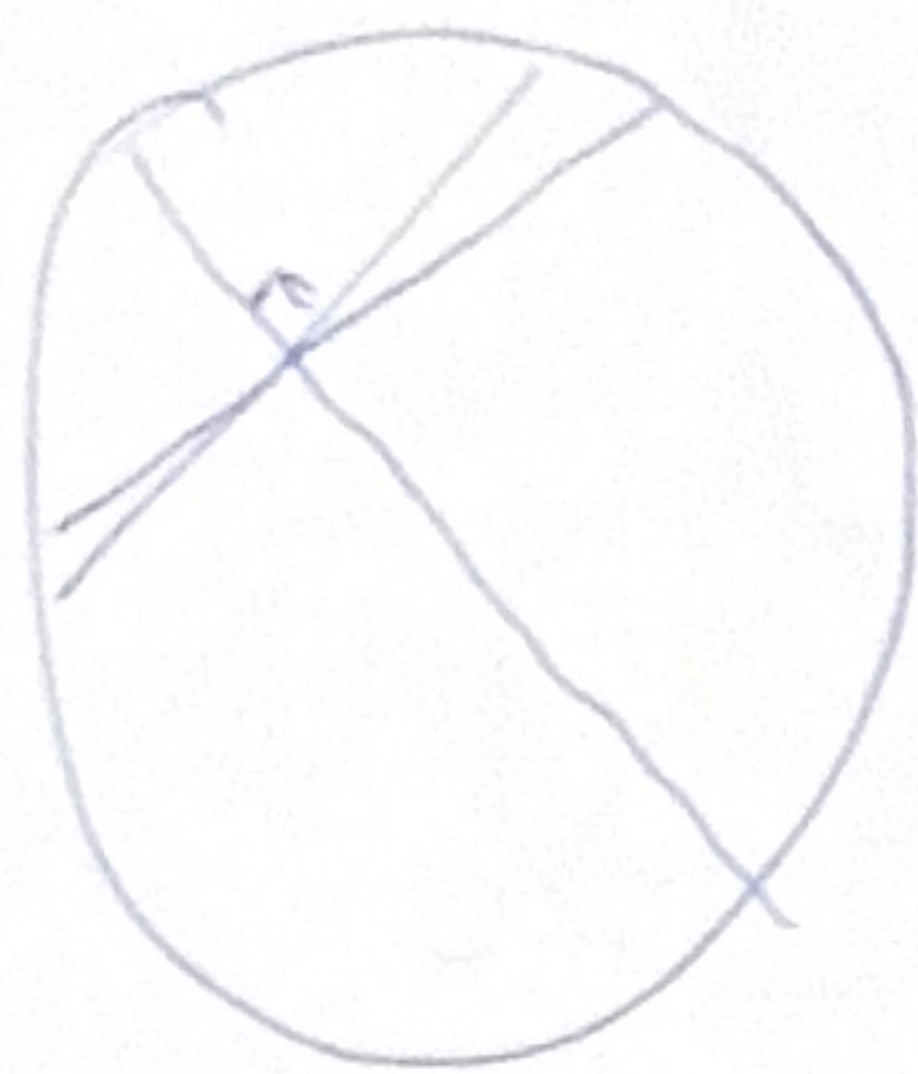
Черновики

$$5000 \pm 1000 = 71000000$$

$$\overline{abcd}^2 = \overline{abcd} \cdot \overline{abcd}$$

$$a(1000a + 100b + 10c + d)^2 =$$

8.10



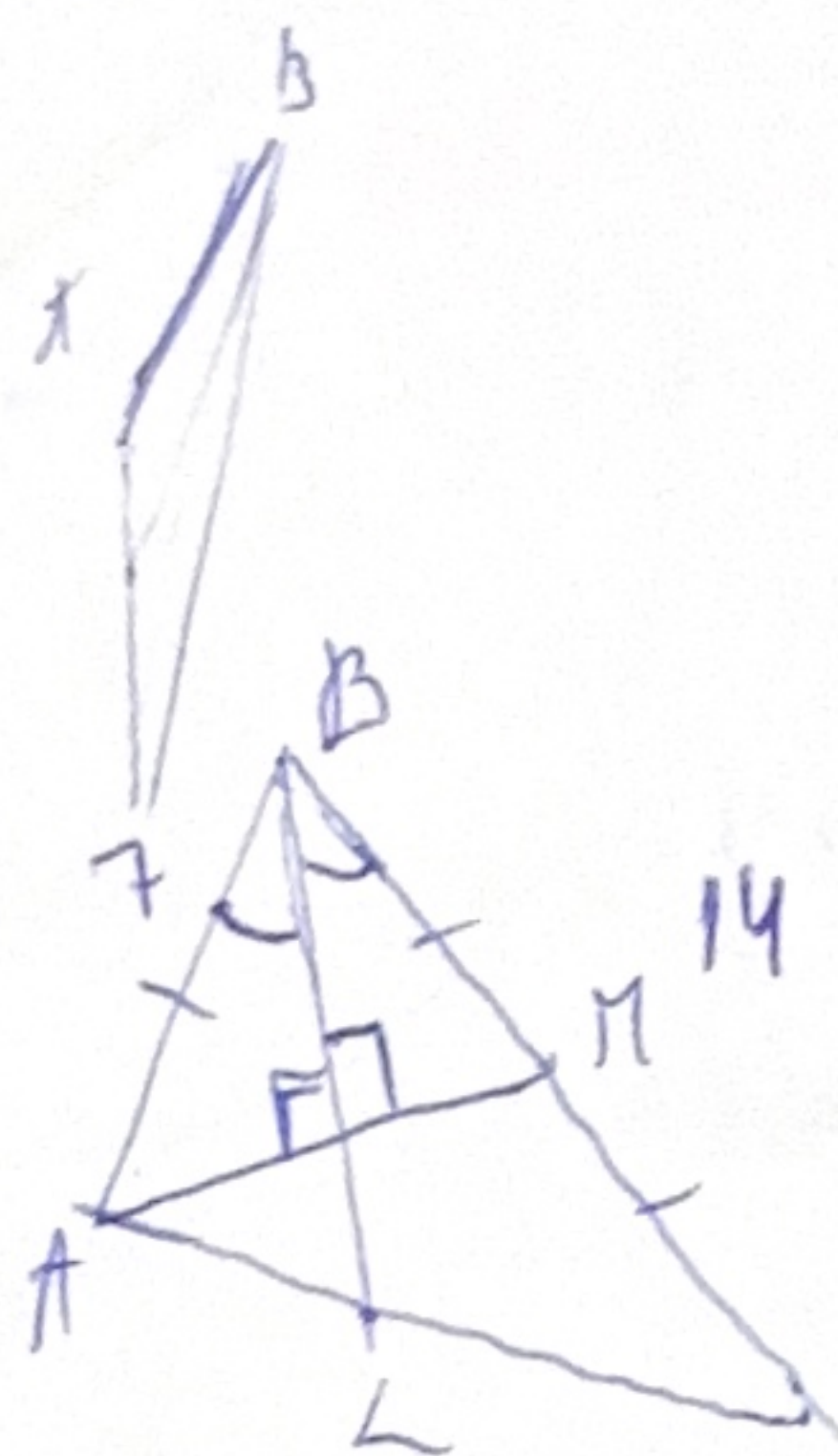
0.10

$$6) \quad \frac{1}{a} + \frac{2x}{a^2} - \frac{3x^2}{a^3} \leq 0$$

$$a^2 + 2x \cdot a - 3x^2 \leq 0$$

$$D = 40^2 + 120^2 = 160^2$$

$$x_1 = \frac{-2a + 40}{-6} =$$



$$0 \leq 0$$

$$a^2 + 2ax - 3x^2 \geq 0$$

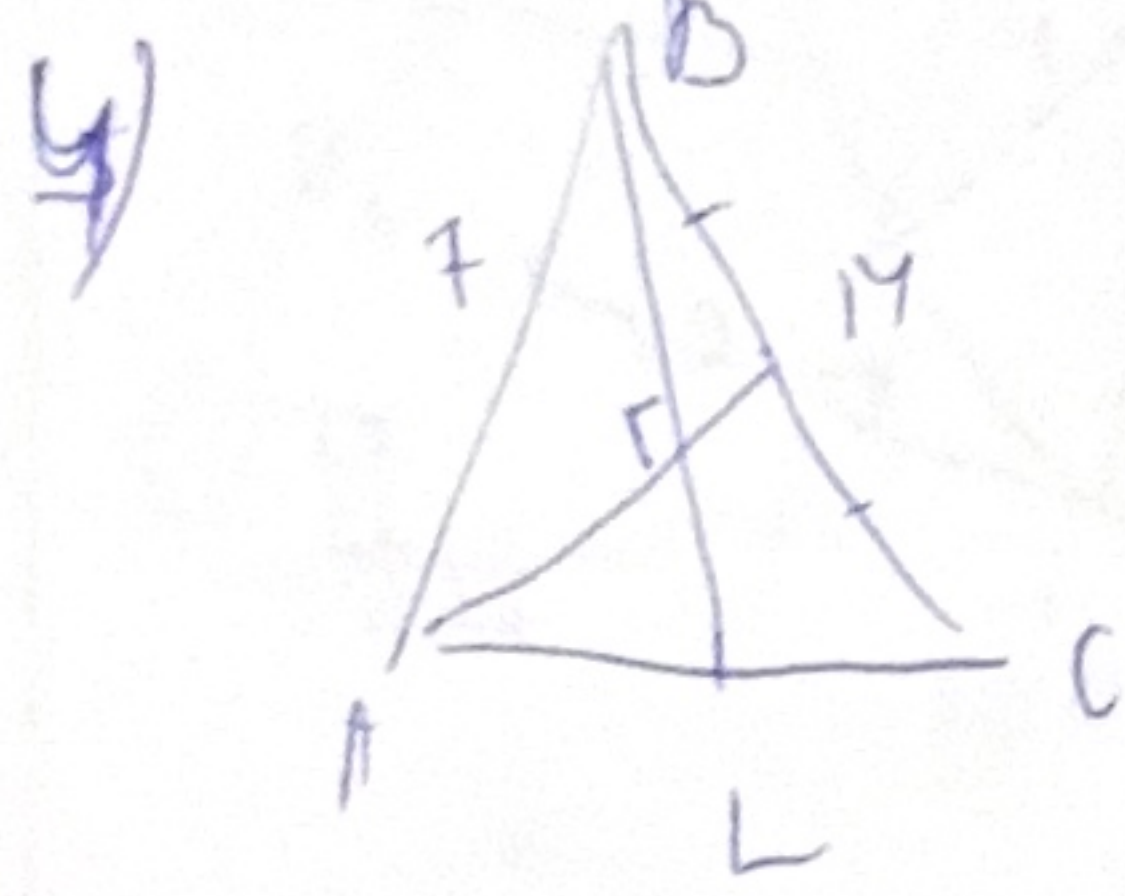
$$b = 160^2$$

$$x_1 = \frac{-2a + 40}{-6} = -\frac{1}{3}a$$

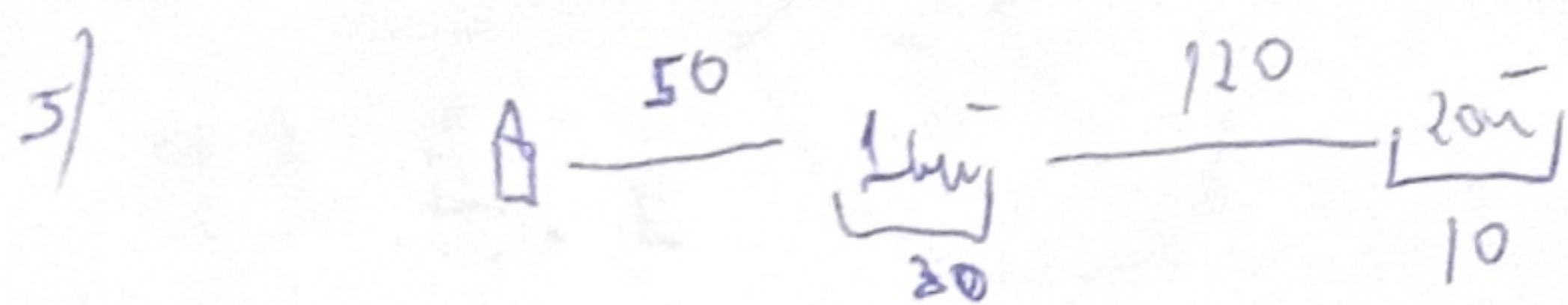
$$x_2 = \frac{-2a + 40}{-6} = a$$

$$-\frac{4}{3}a = 2026$$

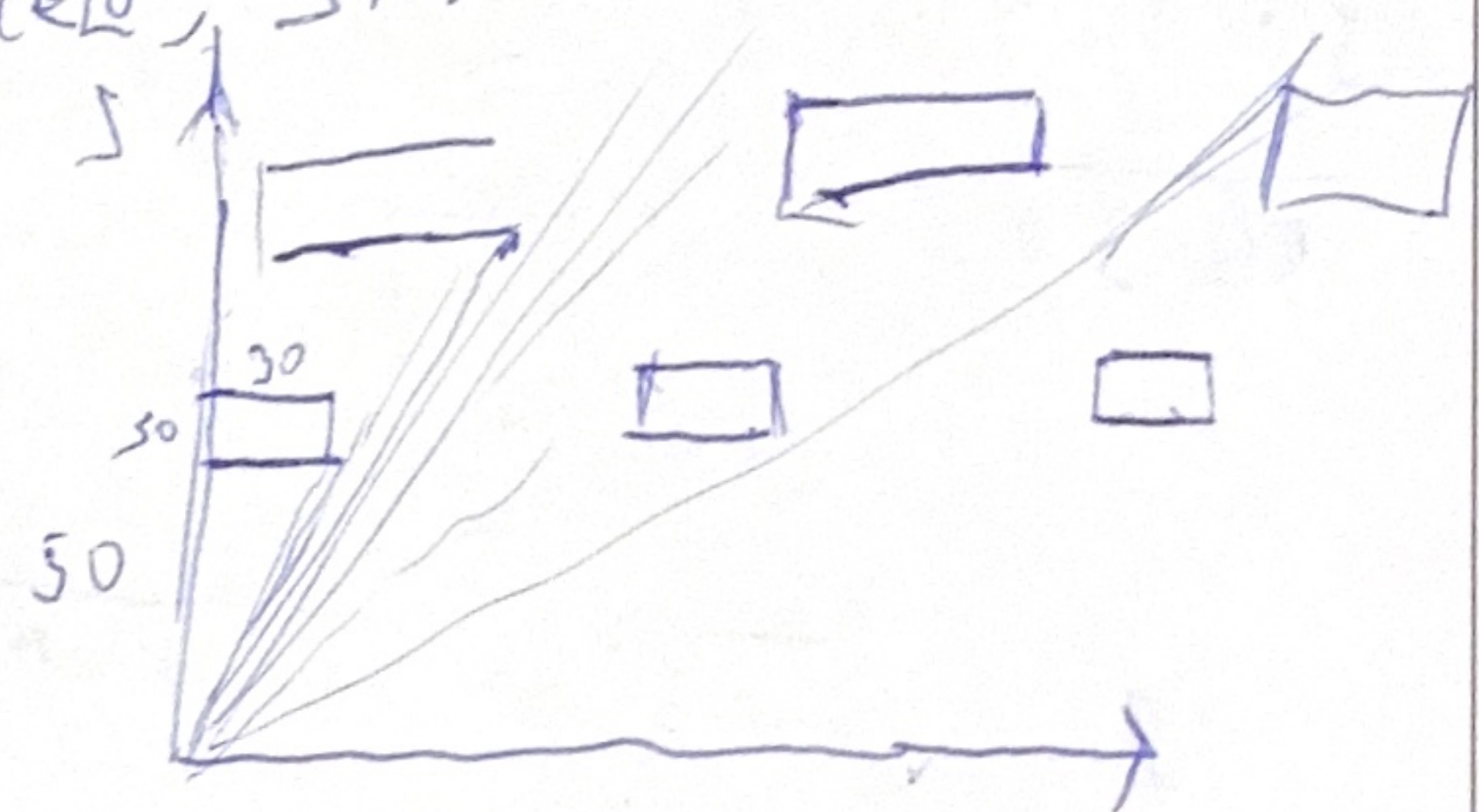
$$a = \frac{3}{4} \cdot 2026$$



$$7 < AC < 21$$



$$C \in [8; 20] / 5 \text{ см}$$



$$V_1 < \frac{50 \text{ м}}{20 \text{ с}} = \frac{5}{2} \text{ м/с} \pm \frac{20}{12}$$

$$V < \frac{200 \text{ м}}{60 \text{ с}} = \frac{10}{3} \text{ м/с}$$

$$V_1 > \frac{210 \text{ м}}{110} = \frac{21}{11}$$

$$V_L$$

$$\frac{50}{130} < V_2 < \frac{50}{80}$$