



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант 7-8 класс

Демидов

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

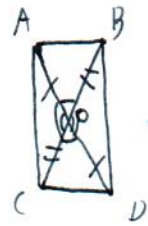
Катаева Мария Андреевна
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«29» марта 2026 года

Подпись участника
Катаев

94-05-95-96
(21.5)

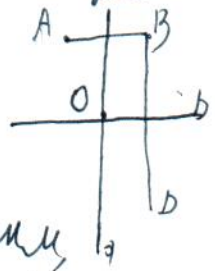
№1) Рассмотрим эти хорды (AD и CB) отдельно. Заметим, что $\triangle ABO = \triangle OCD$ по вертикальным углам $\angle AOB$ и $\angle COD$ и равным 2 сторонам, $AO = OD, BO = OC$.



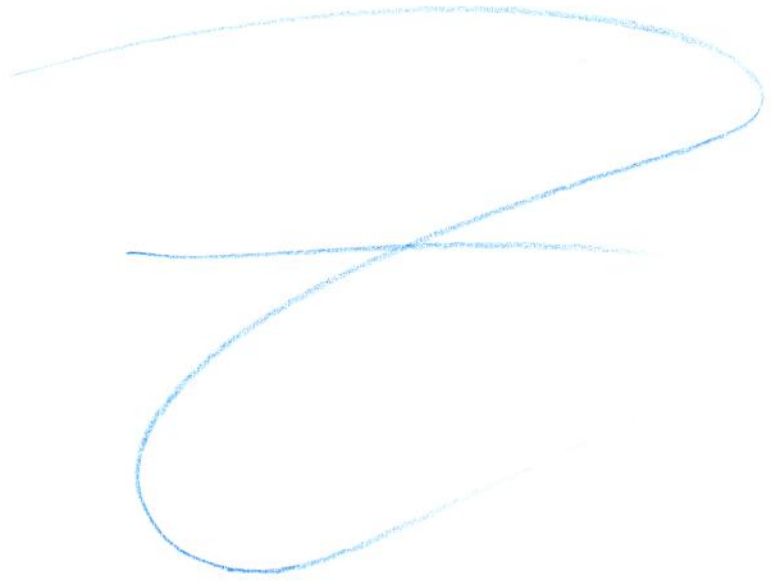
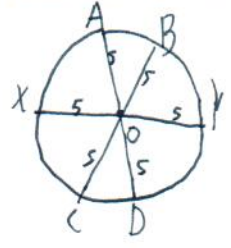
Аналогично, по 2 сторонам ($AO = OD, BO = OC$) и углу между ними ($\angle AOC = \angle BOD$) как вертикальные, $\triangle AOC = \triangle BOD$. Заметим, что ABCD - прямоугольник, т.к. $AB = CD$ и $AC = BD$ (по равенству гипотенуз из равенства прямоугольников). AD и BC - диагонали значит они равны, $\angle ABD$ - прямой.

Теперь отдельно рассмотрим стороны AB и BD. Точка A и B лежат на окружности, расстояние от центра равно быть одинаковым, но не случае для точек B и D.

на отрезке след изменения все точки, проходящие под это условие для точек A и B и точек B и D (третье д и b соответственно). Заметим, что они пересекатся в точке O, значит это и есть центр окружности, а хорды являются диаметрами, поэтому их длина $d = 2r = 10$.



Ответ: 10.



№2) Заметим, что n -й последняя цифра n^2 и n^2 последняя цифрой n^2 , ина дажна быть 0, 1, 5 или 6.

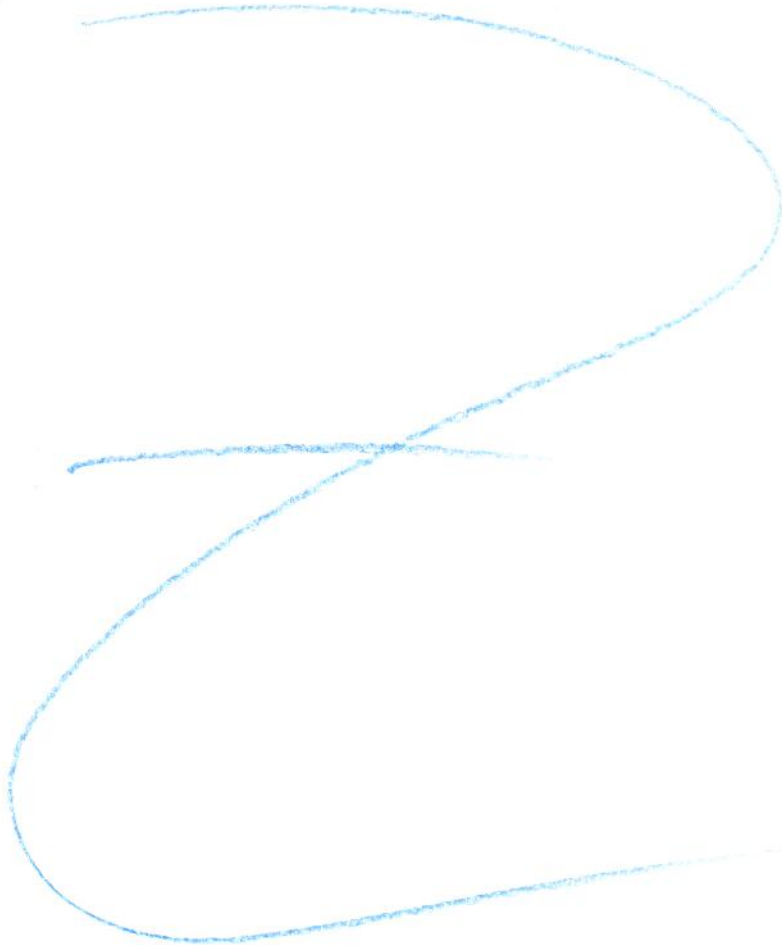
($0^2=0, 1^2=1, 2^2=4, 3^2=9, 4^2=16, 5^2=25, 6^2=36, 7^2=49, 8^2=64, 9^2=81$).

Заметим, что если последняя цифра 0, то произведение оканчивается на 00, а если последние цифры 00, то произведение оканчивается на 4 "0". Но 4-х значное число не может принимать такой вид, такой вариант не подходит.

Если последняя цифра 6, то предпоследняя дажна быть 7: ...76...76 = ...76, тогда ~~пред~~ в разряде сотен ставит цифра 0, тогда в разряде тысяч ставит цифра 0, но такого 4-х значного числа не добавит.

С цифрой 1 по те самое, тогда подходит только цифра 5. Такой вариант можем дать только при числе 3625.

Ответ: 3625



94-05-95-96
(11.5)

№ 4) $\angle ABZ = \angle LBM$ (BZ - биссектриса)

OB - высота
 $\angle AOB = \angle BOM = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle AOB \cong \triangle OBM$ по отрезку OB
и прилежащему углу 90° . \Rightarrow

$AB = BM = 7 \Rightarrow CM = 7$

Сторона AC не может быть 14, т.к. $\triangle ABC$
неравносторонний, а также верно соблюдение
неравенства треугольника:

$AC < AB + B$ $AC + AB > AC$

$AC < 7 + 14$ $AC + 7 > 14$

$AC < 21$ $AC > 7$

Значит, AC принимает любое значение
от 8 до 20, кроме
14. Тогда периметр принимает значение от $21+8=29$ до $20+21=41$,
кроме $14+21=35$, то есть 29, 30, 31, 32, 33, 34, 36, 37, 38, 39, 40, 41.

Ответ: любое значение от 20 до 41, кроме 35.

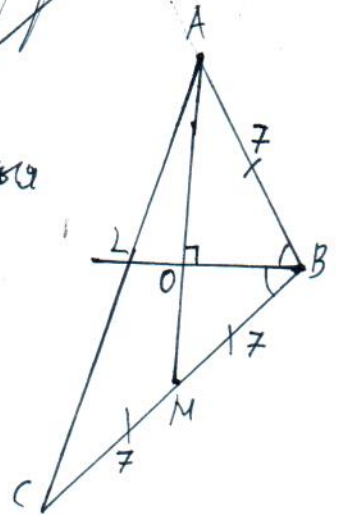
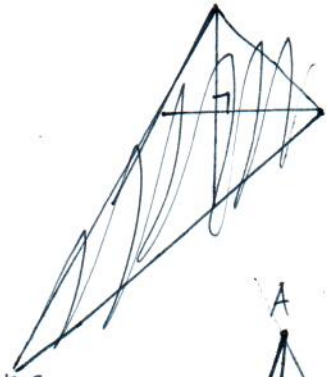
№ 5) Заметим, что пока по 1 светофору загорится
зелёный, пройдёт 30 секунд, а дружинники едут по нему
50 метров, значит её скорость не больше $\frac{50 \text{ м}}{30 \text{ с}} = 1\frac{2}{3} \text{ м/с}$

Второй светофор будет гореть либо по 160 секундам, с 160 по 240,
и т.д. Чтобы пройти по 2 светофору, её надо минимум
 $\frac{30+30+120}{1\frac{2}{3}} = 120$ секунд. Значит, она сможет пройти

минимум с 160 секунды, и ~~замедлит на это~~ её скорость
будет не больше, чем $\frac{200}{160} = 1,25 \text{ м/с}$. Это и есть максимальная
скорость

Ответ: 1,25 м/с

ЧИСТОВИК



№6) Заметим, что если $(\overline{abc} : (a+b+c)) : 9$, то

$\overline{abc} : (a+b+c) \cdot 9$. Но если число делится на 9, то сумма его цифр делится на 9. Док-во:

$$\overline{abc} = \dots + 100a + 10b + c = \dots + 99a + a + 9b + c = \underbrace{9(\dots + 11a + b)}_{:9} + \dots + a + b + c,$$

значит если $\overline{abc} : 9$, то $\dots + a + b + c : 9$, а это и есть сумма цифр числа.

Значит, $\overline{abc} : 9 \cdot 9 \Rightarrow \overline{abc} : 81$. ~~Но все 3-х значные числа, которые кратны 81, не делятся на 18.~~ ^{Все 3-х значные числа, которые кратны 81, делятся на 18.} ~~кратны 81, а не делятся на 18.~~ ^{кратны 81, а не делятся на 18.} ~~кратны 81, а не делятся на 18.~~ ^{кратны 81, а не делятся на 18.}

кратны 81, а не делятся на 18. Таким образом, найдём все числа 162 (81·2), 243 (81·3), 324, 405, 486, 567, 648, 729, 810. $162 + 648 + 810 = 1620$

Ответ: 1620

№7) Пусть в верхней строке x , тогда в следующих $x+7, x+2$ и $x+3, S = 4x+6$. Заметим, что не хватает 1 числа из 9, но если сумма всех чисел в клетках от 38 до 44. Тогда x принимает 2 значения, 8 и 9 (при $4x+6=38$ и $4x+6=42$ соответственно). При $x=8$ всего ³² вариантов

3	4
1	8
9	1

2	6
4	5
1	9
3	8

3	5
2	8
4	6
2	9

Дополнительно составляются при этом листы чисел из одной строки. Всего $2 \cdot 2^4 = 32$ варианта

При $x=9$ всего ³² вариантов:

8	1
6	4
9	2
7	5

7	2
9	1
6	5
8	4

5	4
9	1

5	4

Тогда всего $32 + 32 = 64$ варианта.

Ответ: 64 способа.



ЧЕРНОВИК

65 (шестьдесят пять) куба

45

94-05-95-96
(121.5)

x=8
x=7
x=6

$$4x + 6 = 44$$

$$4(x+3) = 40$$

$$4(x+3) = 36$$

1	5

$$4x + 6 = 44$$

$$4x + 6 = 42$$

$$4x + 6 = 40$$

$$4x + 6 = 38$$

$$4x + 6 = 36$$

$$4x = 36$$

$$4x = 32$$

$$x - 9x = 8$$

1	7	1	7
3	6		
2	8		

2	6
4	5
9	1
1	3

$$8 = 1+7 = 2+6 = 3+5$$

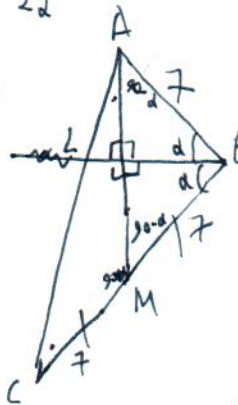
$$9 = 1+8 = 2+7 = 3+6 = 4+5$$

$$10 = 1+9 = 2+8 = 3+7 = 4+6$$

$$9 = 8+1 = 7+2 = 6+3$$

$$10 = 9+1 = 8+2 = 7+3$$

$$11 = 9+2 = 8+3 = 7+4$$



$$10 + 50 + 50 + 50 + 50 = 2100$$

$$(abc : (a+b+c)) : 9$$

$$((1000d + 100b + c) : (a+b+c)) : 9$$

$$abc : 9(a+b+c)$$

126

$$abc : 81$$

$$81 \cdot 3 = 243$$

$$81 \cdot 2 = 162$$

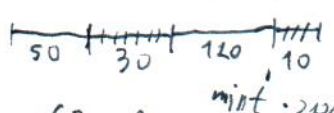
$$1+6+2=9$$

$$162 : 9 = 18 \Rightarrow 18 : 9$$

$$(14+7) = 21 = 4 \cdot 1 (x3)$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} = 1$$

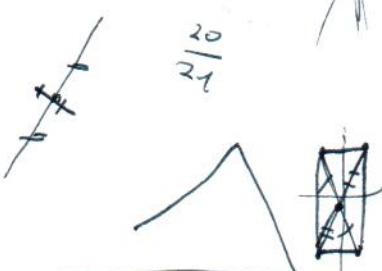
$$\frac{200}{3} = \frac{200 \cdot 5}{15} = 133 \frac{1}{3}$$



$$\max c_{max} = \frac{50}{30} = 1 \frac{2}{3}$$

$$\min c_{min} = \frac{30}{50} = 0,6$$

$$\frac{200}{210}$$



дешифр

ЧЕРНОВИК

1

5
25

6

$6x = 6$

16
22
36

$6x = 581$
 $6x$

1² .26 .36
11 25 36
256 156 216
52 108
676 1196

676
676
476
756
932
6078

1
1
1

3
76
76
6

.076
6
756
-37
076

.676
676
056

276
276
1656
32

+ 0.076
+ b.bc
d.c.100

47
43
276
5276
4656
32
2
176

0-076

1000.d+
1076d
606d
700d

1. .176
126
1056

+ 076
006.d
d76

.576
576
3456
39326
0
776

3

76
76

d.ab.10
b.dxab

21
21
21

b.d+

11.b

x.(

.1001
1001
1001
1001

x+

$2x = x$

1