МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 011 XXXXXX Клас 6

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Калиева Георгия Львовича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«19» марта 2026 года

Подпись участника

Калиев

80 (Восемьдесят) Чернобыль

Чернобыль

№3

№4

№4

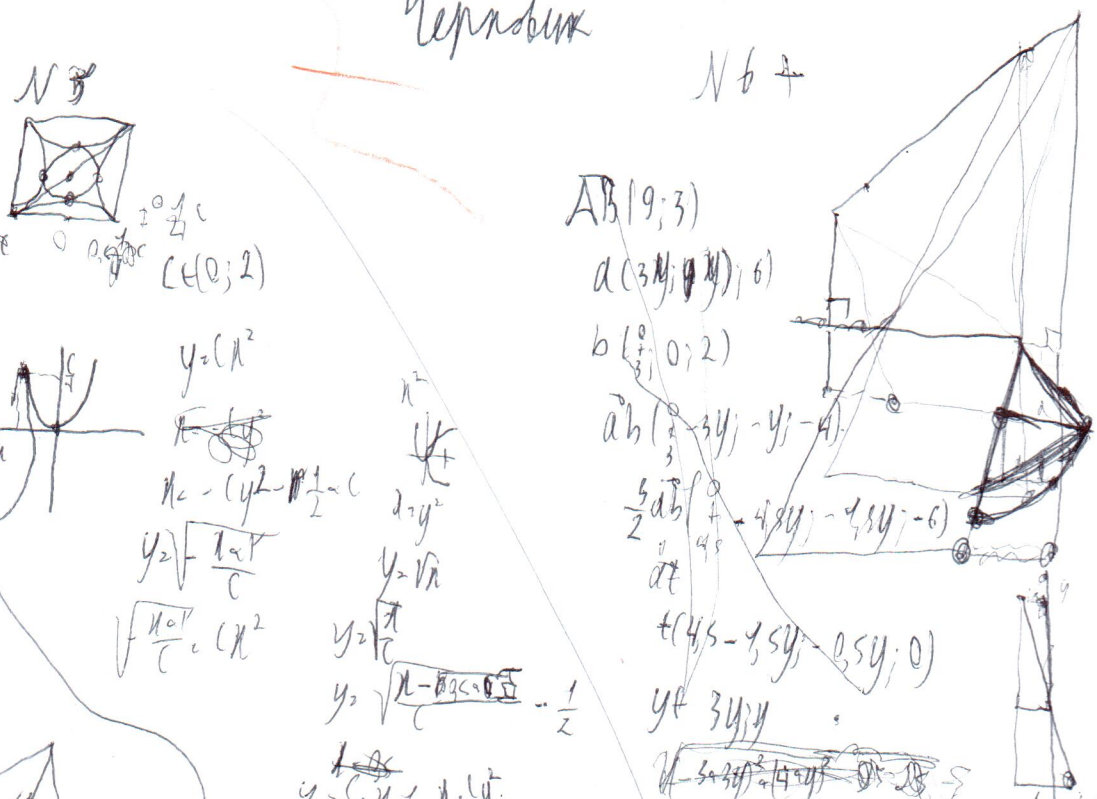
№4

№4

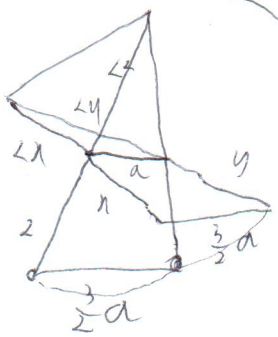
Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

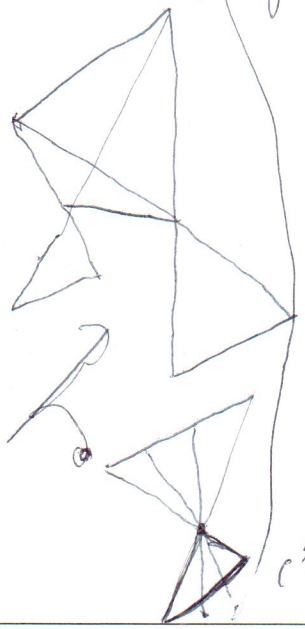
Черновик

№ 7



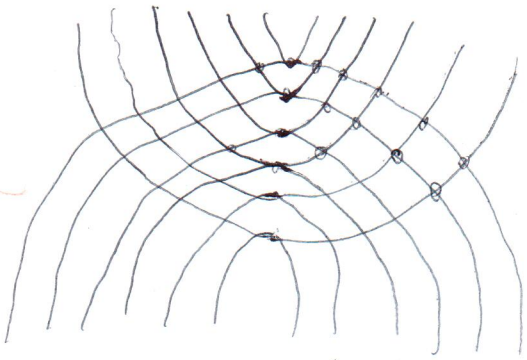
№ 8





Черновик

$f'_x = 6x \cdot \operatorname{tg} x \cdot \frac{3x^2}{x \operatorname{tg} x} + \frac{1}{x \operatorname{tg} x \cdot \cos^2 x} - 2x$



~~$\frac{3x^2}{4} = 4\cos$~~

$x^2 = 36 \cdot 4$

~~$x = 2\sqrt{35} < 12$~~

$-6\cos 2x = 4\sin^2 2x$

$2\sin^2 2x - 3\cos 2x = 0$

$2\sin^2 t - 3\cos t = 0$

Чистовик

№1

$\sqrt{6(1-ctg^2x)}=4\cos x$

ОДЗ: $\cos 2x<0$, $\sin x\neq 0$

$\sqrt{6\left(1-\frac{\sin^2 x\cos^2 x}{\sin^2 x}\right)}=4\cos x$

$\sqrt{\frac{6(\sin^2 x-\cos^2 x)}{\sin^2 x}}=4\cos x$

$\sqrt{-\frac{6\cos 2x}{\sin^2 x}}=4\cos x$

$\begin{cases}-\frac{6\cos 2x}{\sin^2 x}=16\cos^2 x\\ \cos x>0\end{cases}$

$\begin{cases}-6\cos 2x=4\sin^2 2x\\ \cos x>0\end{cases}$ $\begin{cases}4-4\cos^2 2x+6\cos 2x=0\\ \cos x>0\end{cases}$

$\begin{cases}2\cos^2 2x-3\cos 2x-2=0\\ \cos x>0\end{cases}$

$t=\cos 2x$

$2t^2-3t-2=0$

$D=9+16=25$

$t=\frac{3+5}{4}=2$

$t=\frac{3-5}{4}=-\frac{1}{2}$

$\left[\begin{cases}\cos 2x=2\\ \cos x>0\end{cases}\right.$ $\left.\begin{cases}\cos 2x=-\frac{1}{2}\\ \cos x>0\end{cases}\right.$ $\left[\begin{cases}\varnothing\\ \cos x>0\end{cases}\right.$ $\left.\begin{cases}\cos 2x=-\frac{1}{2}\\ \cos x>0\end{cases}\right.$ $\begin{cases}2\cos^2 x-1+\frac{1}{2}=0\\ \cos x>0\end{cases}$

$\begin{cases}2\cos^2 x=\frac{1}{2}\\ \cos x>0\end{cases}$ $\begin{cases}\cos x=\pm\frac{1}{2}\\ \cos x>0\end{cases}\Rightarrow \cos x=\frac{1}{2}$

$x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n;\ n\in Z$ – (учёт ОДЗ)

Ответ: $x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n;\ n\in Z$

№2

Пусть $\overline{abc}$ – число в множестве A, тогда

$\frac{\overline{abc}}{a+b+c}\in Z;\ \frac{\overline{abc}}{a+b+c}:9\Rightarrow \overline{abc}:9$

$\left.\begin{array}{l}\overline{abc}:9\Rightarrow a+b+c:9\\ \frac{\overline{abc}}{a+b+c}:9\end{array}\right\}\Rightarrow \overline{abc}:81$

Чистовик

~~162, 243, 324,~~

162, 243, 324, 405, 486, 567, 648, 729, 810, 891, 972 - все трёхзначные числа, кратные 81

162, 243, 324, 405, 486, 648, 810, 972 - все трёхзначные числа, кратные 81 и принадлежащие множеству A

$\overline{abc} : 81$ ⇒

⇒ 162, 243, 324, 405, 486, 648, 810, 972 - все числа, входящие во множество A

162 + 648 + 972 = 1782 - сумма первого, шестого и последнего

Ответ: 1782

$C_3^2 = 3$ - способа выбрать каким двум осям будут параллельны катеты

Рассмотрим случай, когда катеты параллельны осям x, y, для остальных случаев количество вариантов будет таким же

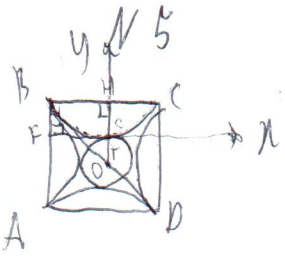
6 · 7 = 42 способа выбрать координату x для вершин катета, параллельного оси x (у 3-ей вершины ▲ она будет такой же, как у вершины прямого угла)

6 · 7 = 42 способа выбрать координату y для вершин катета, параллельного оси y (у 3-ей вершины она будет такой же, как у вершины прямого угла)

Катеты параллельны осям x, y ⇒ треугольник параллелен плоскости (Oxy) ⇒ 7 способов выбрать координату z для вершин треугольника ⇒

⇒ общее количество способов 3 · 42 · 42 · 7 = 37044

Ответ: 37044 прямоугольных треугольника



$\left.\begin{matrix} BF \perp BB(C) \\ TH \perp BC \end{matrix}\right\} \Rightarrow BF \parallel TH$

$\left.\begin{matrix} TF \perp BF \\ BH \perp BF \end{matrix}\right\} \Rightarrow TF \parallel BH$

$\Rightarrow$ ~~FH~~FTHB - параллелограмм (по опр.) $\Rightarrow$

$\Rightarrow TH = BF$ (св-во параллелограмма)

$r = OH - TH = OH - BF$

$BH = OH = \frac{BC}{2} = 0,5 \Rightarrow$

$\Rightarrow BF = C\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}C$

Так как углы ~~ABD~~ нулевые, то BD - касательная к ~~ABD~~ графику $y = Cx^2$ (~~ABD~~ если C меньше значения, при которых BD - касательная, то ~~угол~~ углы тупые, а если C > значения, при которых BD - касательная, то график парабол пересекают внутри четырёхугольника $\Rightarrow$ это не квадрат)

$y' = 2Cx$

$y'(B) = -C$

$B(-0,5; \frac{C}{4})$

$D(0,5; 1 - \frac{C}{4})$

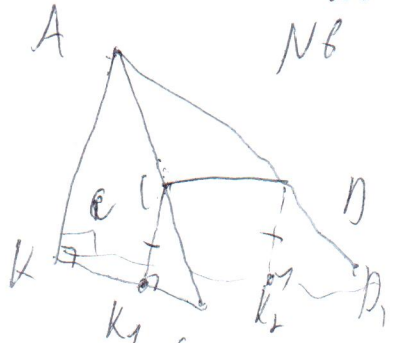
$BD(1;1) \Rightarrow y = -x$ - уравнение, которым задаётся прямая BD $\Rightarrow y'(B) = -1 = -C \Rightarrow C = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow r = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

Ответ: $r = 0,25$

№6 Чистовик

№6

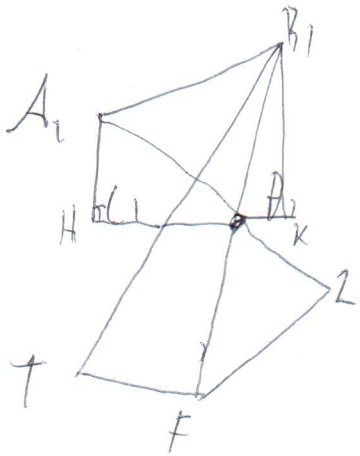


$\triangle AC_1K \sim \triangle CC_1K$ (по 2 углам) $\Rightarrow$

$\triangle AD_1K \sim \triangle AD_1K$

$\Rightarrow \frac{C_1K_1}{KC_1} = \frac{CK_1}{AK} = \frac{DK_2}{AK} = \frac{D_1K_2}{KD_1} \Rightarrow$ площади равновелики

Они точки A – половина площади $\triangle KK_1K_2$



$S_{FC_1D_1} = \frac{1}{2} S_{A_1B_1D_1} = \frac{1}{2} S_{B_1C_1D_1}$

~~$B_1C_1 = \sqrt{36+49} = \sqrt{85}$~~ $B_1K = 7$

~~$B_1D_1 = \sqrt{9+49} = \sqrt{58}$~~ $AK = 4$

$C_1D_1 = 3$

~~$S_{FC_1D_1} = \frac{1}{2}$~~

$A_1B_1 = \sqrt{81+9} = 3\sqrt{10}$

$A_1D_1 = \sqrt{36+16} = \sqrt{52}$

$B_1D_1 = \sqrt{58}$

$S_{FC_1D_1} = \frac{1}{2}(\frac{7 \cdot 3}{2}$ $\sqrt{58}$